

Bài I (2,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $3x + 5 = x - 9$

b) $2x(x + 5) - 8(x + 5) = 0$

c) $(x + 2)^2 + x(5 - x) = -5$

d) $\frac{5x - 2}{3} + x = 1 + \frac{5 - 3x}{2}$

Bài II (2,0 điểm). Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases}$

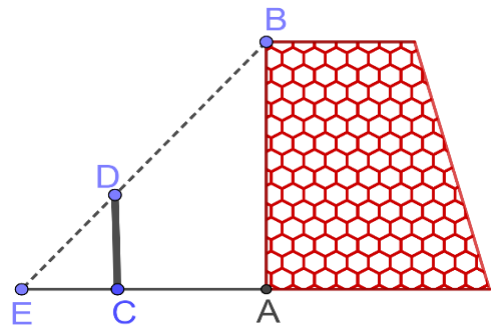
b) $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$

Bài III (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Bác Nam chia số tiền 700 triệu của mình cho hai khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 51 triệu đồng. Biết lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 9%/năm. Tính số tiền bác Nam đầu tư cho mỗi khoản.

Bài IV (3,5 điểm).

1) Một nhóm các bạn học sinh đã thực hành đo chiều cao AB của một bức tường như sau: Dùng một cái cọc CD đặt cố định vuông góc với mặt đất, với $CD = 3cm$ và $CA = 5cm$. Sau đó, các bạn đã phối hợp để tìm được điểm E trên mặt đất là giao điểm của hai tia BD, AC và đo được $CE = 2,5cm$ (Hình vẽ bên). Tính chiều cao AB của bức tường. (Học sinh không cần vẽ lại hình).



2) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$).

a) Cho $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính độ dài BC và số đo $\widehat{B}$ (kết quả số đo góc làm tròn đến độ).

b) Gọi M là trung điểm của AC , kẻ $AI \perp BM$ ($I \in BM$).

Chứng minh $\triangle AMB \sim \triangle IMA$ và $\sin^2 \widehat{ABM} = \frac{IM}{BM}$.

c) Gọi K là hình chiếu của M trên BC . Tia AI cắt đường thẳng qua C và vuông góc với AC tại N . Chứng minh ba điểm M, K, N thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

Một người nông dân muốn rào một khu đất hình chữ nhật có chu vi 60m để xây dựng một vườn hoa. Với chiều rộng của khu đất là $x(\text{m})$, tìm x để diện tích vườn hoa xây được lớn nhất.

-----HẾT-----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT ĐẦU NĂM

Bài I (1,5 điểm).

Câu	Nội dung cần đạt	Biểu điểm
a) (0,5 điểm)	$3x + 5 = x - 9$	
	$2x = -14$	0,25 điểm
	$x = -7$	0,25 điểm
	Vậy phương trình có nghiệm $x = -7$	
b) (0,5 điểm)	$2x(x + 5) - 8(x + 5) = 0$	
	$(x + 5)(2x - 8) = 0$	0,25 điểm
	TH1: $x = -5$	
	TH2: $x = 4$	
	Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-5; 4\}$	0,25 điểm
c) (0,5 điểm)	$(x + 2)^2 + x(5 - x) = -5$	
	$x^2 + 4x + 4 + 5x - x^2 = -5$	
	$9x = -9$	0,25 điểm
	$x = -1$	
	Vậy phương trình có nghiệm $x = -1$	0,25 điểm
d) (0,5 điểm)	$\frac{5x - 2}{3} + x = 1 + \frac{5 - 3x}{2}$	
	$\frac{2(5x - 2)}{6} + \frac{6x}{6} = \frac{6}{6} + \frac{3(5 - 3x)}{6}$	
	$10x + 6x + 9x = 15 + 4 + 6$	0,25 điểm
	$25x = 25$	
	$x = 1$	
	Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$	0,25 điểm

Bài II (2 điểm).

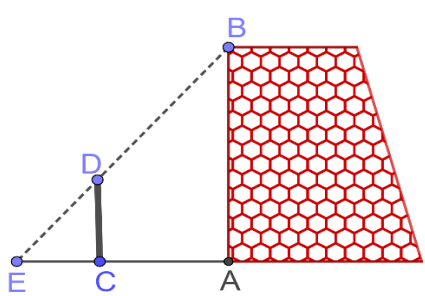
a) (1 điểm)	$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases}$	
------------------------------	--	--

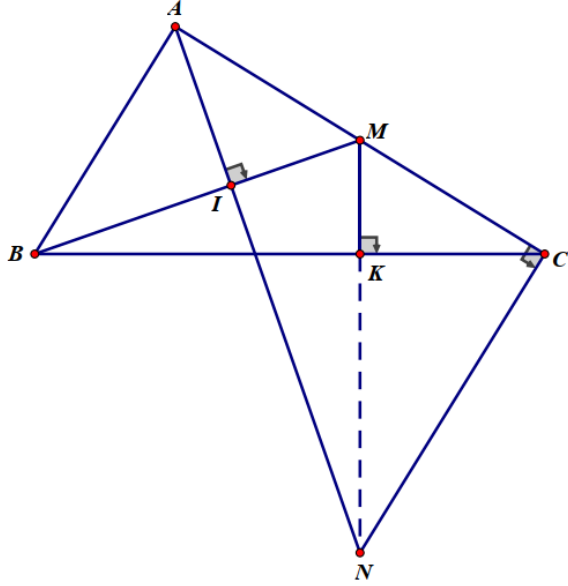
	Dùng pp thế hoặc cộng đại số tìm được $(x, y) = \left(3; \frac{2}{3}\right)$	1 điểm
b) (1 điểm)	$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$	
	Biến đổi được về hệ pt $\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$	0,5 điểm
	Giải hệ pt tìm được $(x, y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$	0,5 điểm

Bài III (2,0 điểm).

Gọi số tiền bác Nam đầu tư cho khoản thứ nhất là x (triệu đồng), $0 < x < 700$	0,25 điểm
Số tiền bác Nam đầu tư cho khoản thứ hai là $700 - x$ (triệu)	0,25 điểm
Sau 1 năm, lãi suất thu được cho khoản thứ nhất là: $6\%x = 0,06x$ (triệu)	0,25 điểm
Sau 1 năm, lãi suất thu được cho khoản thứ hai là: $9\%(700 - x) = 63 - 0,09x$ (triệu)	0,25 điểm
Vì sau 1 năm, số tiền lãi thu được là 51 triệu đồng nên ta có phương trình: $0,06x + 63 - 0,09x = 51$	0,25 điểm
$-0,03x = -12$	0,25 điểm
$x = 400$ (thỏa mãn)	0,25 điểm
Vậy số tiền bác đầu tư cho khoản thứ nhất là 400 triệu đồng, khoản thứ hai là 300 triệu đồng.	0,25 điểm

Bài IV (3,5 điểm)

Ý 1 0,5 điểm	1) Xét tam giác EAB có $CD \parallel AB$ (do CD và AB cùng vuông góc với CA). Theo hệ quả định lí Ta-lét có $\frac{CD}{AB} = \frac{EC}{EA}$ (1) 	0,25 điểm
-------------------------------	--	-----------

	Mà $CA = 5\text{m}$; $EC = 2,5\text{m} \Rightarrow CA = 2EC \Rightarrow \frac{EC}{EA} = \frac{1}{3}$ và $CD = 3\text{m}$ Thay vào (1), ta được $\frac{3}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 9(\text{m})$. Vậy bức tường cao 9 mét.	0,25 điểm
Ý 2 3 điểm		
	a) Theo định lý Pythagore trong tam giác vuông ABC ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$	0,25 điểm
	$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$	0,25 điểm
	$BC = 10\text{cm}$	0,25 điểm
	Ta có $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	0,25 điểm
	$\widehat{B} \approx 53^\circ$	0,25 điểm
	b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle IMA$ có: $\widehat{BAM} = \widehat{AIM} = 90^\circ$ $\widehat{AMB} \text{ chung}$	0,5 điểm
	Suy ra $\triangle AMB \sim \triangle IMA (g.g)$	0,25 điểm
	Suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{IAM}$	
	Lập luận $\sin \widehat{ABM} = \frac{AM}{BM}$, $\sin \widehat{IAM} = \frac{IM}{AM}$	0,25 điểm

	Ta có $\sin^2 \widehat{ABM} = \sin \widehat{ABM} \cdot \sin \widehat{IAM} = \frac{AM}{BM} \cdot \frac{IM}{AM} = \frac{IM}{BM}$	0,25 điểm
	c) Chứng minh: $\Delta AMB \sim \Delta CNA (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{CN} = \frac{CM}{CN} (1)$	
	Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta KMC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{KM}{KC} (2)$	0,25 điểm
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{KM}{KC}$	
	$\Rightarrow \Delta KMC \sim \Delta CMN (c.g.c)$	
	$\Rightarrow \widehat{CMK} = \widehat{CMN}$	
	Suy ra 3 điểm M,K,N thẳng hàng (đpcm)	0,25 điểm

Bài V (0,5 điểm)

Chứng minh được: $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$ với dấu “=” xảy ra khi $a = b$ (1)	
Chiều rộng của khu đất là $x(m, 0 < x < 30)$ Chiều dài của khu đất là $30 - x(m)$ Diện tích của khu đất là: $x(30 - x) \text{ m}^2$	0,25 điểm
Áp dụng (1) ta có: $x(30 - x) \leq \frac{(x + 30 - x)^2}{4} = 225$ Dấu bằng xảy ra khi $x = 30 - x \Rightarrow x = 15(tm)$	
Vậy với chiều rộng là 15m thì diện tích vườn hoa là lớn nhất	0,25 điểm

Bài I (2,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $4x - 3 = x + 9$

b) $2x(x - 5) - 8(x - 5) = 0$

c) $(x - 2)^2 + x(5 - x) = -5$

d) $\frac{5x - 2}{3} + 2x = 2 + \frac{5 - 3x}{2}$

Bài II (2,0 điểm). Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

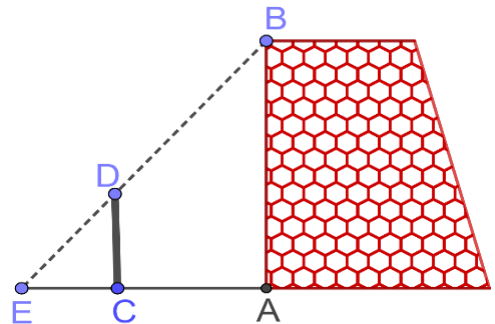
b) $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 5 \\ (x + y) + 2(x - y) = 3 \end{cases}$

Bài III (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Bác Nam chia số tiền của mình cho hai khoản đầu tư. Biết lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 9%/năm. Sau một năm, tổng số tiền bác có là 751 triệu đồng. Tính số tiền bác Nam đầu tư cho mỗi khoản. Biết số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất nhiều hơn khoản thứ hai là 100 triệu đồng.

Bài IV (3,5 điểm).

1) Một nhóm các bạn học sinh đã thực hành đo chiều cao AB của một bức tường như sau: Dùng một cái cọc CD đặt cố định vuông góc với mặt đất, với $CD = 3cm$ và $CA = 5cm$. Sau đó, các bạn đã phối hợp để tìm được điểm E trên mặt đất là giao điểm của hai tia BD, AC và đo được $CE = 2,5cm$ (Hình vẽ bên). Tính chiều cao AB của bức tường. (Học sinh không cần vẽ lại hình).



2) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$).

a) Cho $AB = 9cm, AC = 12cm$. Tính độ dài BC và số đo $\widehat{B}$ (kết quả số đo góc làm tròn đến độ).

b) Gọi M là trung điểm của AC , kẻ $AI \perp BM$ ($I \in BM$).

Chứng minh $\triangle AMB \sim \triangle IMA$ và $\cos^2 \widehat{AMB} = \frac{IM}{BM}$.

c) Gọi K là hình chiếu của M trên BC . Tia AI cắt đường thẳng qua C và vuông góc với AC tại N . Chứng minh ba điểm M, K, N thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

Một người nông dân muốn rào một khu đất hình chữ nhật có chu vi $60m$ để xây dựng một vườn hoa. Với chiều rộng của khu đất là $x(m)$, tìm x để diện tích vườn hoa xây được lớn nhất.

-----HẾT-----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT ĐẦU NĂM

Bài I (1,5 điểm).

Câu	Nội dung cần đạt	Biểu điểm
a) (0,5 điểm)	$4x - 3 = x + 9$	
	$3x = 12$	0,25 điểm
	$x = 4$	
	Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$	0,25 điểm
b) (0,5 điểm)	$2x(x - 5) - 8(x - 5) = 0$	
	$(x - 5)(2x - 8) = 0$	0,25 điểm
	TH1: $x = 5$	
	TH2: $x = 4$	
	Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{5; 4\}$	0,25 điểm
c) (0,5 điểm)	$(x - 2)^2 + x(5 - x) = -5$	
	$x^2 - 4x + 4 + 5x - x^2 = -5$	
	$x = -9$	0,25 điểm
	Vậy phương trình có nghiệm $x = -9$	0,25 điểm
d) (0,5 điểm)	$\frac{5x - 2}{3} + 2x = 2 + \frac{5 - 3x}{2}$	
	$\frac{2(5x - 2)}{6} + \frac{12x}{6} = \frac{12}{6} + \frac{3(5 - 3x)}{6}$	
	$10x + 9x + 12x = 12 + 15 + 4$	0,25 điểm
	$31x = 31$	
	$x = 1$	
	Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$	0,25 điểm

Bài II (2 điểm).

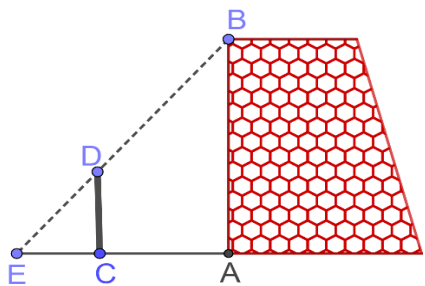
a) (1 điểm)	$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$	
	Dùng pp thế hoặc cộng đại số tìm được $(x, y) = (1; 1)$	1 điểm

b) (1 điểm)	$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 5 \\ (x+y) + 2(x-y) = 3 \end{cases}$	
	Biến đổi được về hệ pt $\begin{cases} 5x - y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$	0,5 điểm
	Giải hệ pt tìm được $(x, y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$	0,5 điểm

Bài III (2,0 điểm).

Gọi số tiền bác Nam đầu tư cho khoản thứ nhất là x (triệu đồng), $0 < x$	0,25 điểm
Số tiền bác Nam đầu tư cho khoản thứ hai là $x - 100$ (triệu)	0,25 điểm
Sau 1 năm, lãi suất thu được cho khoản thứ nhất là: $6\%x = 0,06x$ (triệu)	0,25 điểm
Sau 1 năm, lãi suất thu được cho khoản thứ hai là: $9\%(x + 100)$ (triệu)	0,25 điểm
Vì sau 1 năm, số tiền lãi thu được là 751 triệu đồng nên ta có phương trình: $1,06x + 1,09(x - 100) = 751$	0,25 điểm
$-0,03x = -12$	0,25 điểm
$x = 400$ (thỏa mãn)	0,25 điểm
Vậy số tiền bác đầu tư cho khoản thứ nhất là 400 triệu đồng, khoản thứ hai là 300 triệu đồng.	0,25 điểm

Bài IV (3,5 điểm)

Ý 1 0,5 điểm	1) Xét tam giác EAB có $CD \parallel AB$ (do CD và AB cùng vuông góc với CA). Theo hệ quả định lí Ta-lét có $\frac{CD}{AB} = \frac{EC}{EA}$ (1) 	0,25 điểm
	Mà $CA = 5\text{m}$; $EC = 2,5\text{m} \Rightarrow CA = 2EC \Rightarrow \frac{EC}{EA} = \frac{1}{3}$ và $CD = 3\text{m}$ Thay vào (1), ta được $\frac{3}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 9(\text{m})$. Vậy bức tường cao 9 mét.	0,25 điểm

Ý 2 3 điểm		
	a) Theo định lý Pythagore trong tam giác vuông ABC ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$	0,25 điểm
	$BC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$	0,25 điểm
	$BC = 15cm$	0,25 điểm
	Ta có $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$	0,25 điểm
	$\widehat{B} \approx 53^0$	0,25 điểm
	b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle IMA$ có: $\widehat{BAM} = \widehat{AIM} = 90^0$ $\widehat{AMB} \text{ chung}$	0,5 điểm
	Suy ra $\triangle AMB \sim \triangle IMA (g.g)$	0,25 điểm
	Suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{IAM}$	
	Lập luận $\cos \widehat{AMB} = \frac{AM}{BM}; \cos \widehat{AMI} = \frac{MI}{AM}$	0,25 điểm
	Ta có $\cos^2 \widehat{AMM} = \frac{AM}{BM} \cdot \frac{IM}{AM} = \frac{IM}{BM}$	0,25 điểm
	c) Chứng minh: $\triangle AMB \sim \triangle CNA (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{CN} = \frac{CM}{CN} (1)$	
	Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle KMC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{KM}{KC} (2)$	0,25 điểm

	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{KM}{KC}$	
	$\Rightarrow \Delta KMC \sim \Delta CMN$ (c.g.c)	
	$\Rightarrow \widehat{CMK} = \widehat{CMN}$	
	Suy ra 3 điểm M,K,N thẳng hàng (đpcm)	0,25 điểm

Bài V (0,5 điểm)

Chứng minh được: $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$ với dấu “=” xảy ra khi $a = b$ (1)	
Chiều rộng của khu đất là $x(m, 0 < x < 30)$ Chiều dài của khu đất là $30 - x(m)$ Diện tích của khu đất là: $x(30 - x) \text{ m}^2$	0,25 điểm
Áp dụng (1) ta có: $x(30 - x) \leq \frac{(x + 30 - x)^2}{4} = 225$ Dấu bằng xảy ra khi $x = 30 - x \Rightarrow x = 15(tm)$	
Vậy với chiều rộng là 15m thì diện tích vườn hoa là lớn nhất	0,25 điểm