

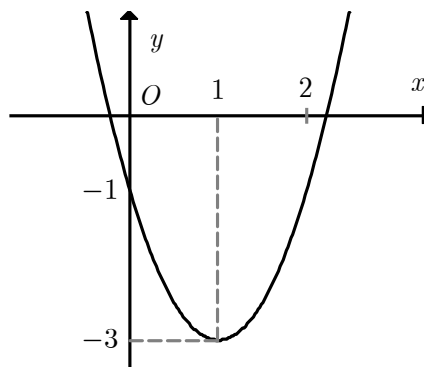
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Mã đề thi 201

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



Parabol có trục đối xứng là đường thẳng

- A. $x = 1$ B. $y = 1$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 2: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$.
C. $A = \sin \alpha \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 3: Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 4. B. 2. C. 6. D. 3.

Câu 4: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[13; 15)$. B. $[9; 11)$. C. $[7; 9)$. D. $[11; 13)$.

Câu 5: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật là

- A. 30. B. 20. C. 10. D. 11.

Câu 6: Gọi a, b, c là độ dài các cạnh đối diện với các góc A, B, C của tam giác ABC . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

A. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$.

B. $a = 2R \cdot \sin B$.

C. $\cos B = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac}$.

D. $a = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Câu 7: Cho n, k là hai số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $P_n = n$.

C. $k \cdot C_n^k = A_n^k$.

D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 5x + 6 > 0$ là:

A. $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (2; 3)$.

D. $S = (-\infty; 3)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

A. SF (F là trung điểm CD).

B. SF (F là trung điểm CD).

C. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).

D. SG (G là trung điểm AB).

Câu 10: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 5)$ và điểm $B(0; 4)$ là

A. $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 5 + 5t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 5 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 + 5t \\ y = 5t \end{cases}$.

Câu 11: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{8}{19}$.

B. $\frac{11}{38}$.

C. $\frac{9}{38}$.

D. $\frac{9}{19}$.

Câu 12: Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$.

B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$.

D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó:

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

d) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - \sqrt{3}}{11}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SC lấy điểm M sao cho $MC = 2MS$. Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

a) $AM \cap SO = I$.

b) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI .

c) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.

d) $IA = 2IM$.

Câu 3: Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Khi đó

a) Số cách chọn 3 thẻ bất kỳ từ 30 thẻ trên là 24360.

b) Xác suất để chọn được 3 thẻ đều mang số lẻ từ 30 thẻ trên là $\frac{13}{116}$.

c) Xác suất để chọn được 3 thẻ từ 30 thẻ trên trong đó có ít nhất 1 thẻ mang số chẵn là $\frac{45}{116}$.

d) Xác suất để chọn được 3 thẻ từ 30 thẻ trên mà tổng 3 số ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3 là $\frac{18}{203}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ và đường thẳng $d: x + 2y - 15 = 0$. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -3)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng $\sqrt{5}$.

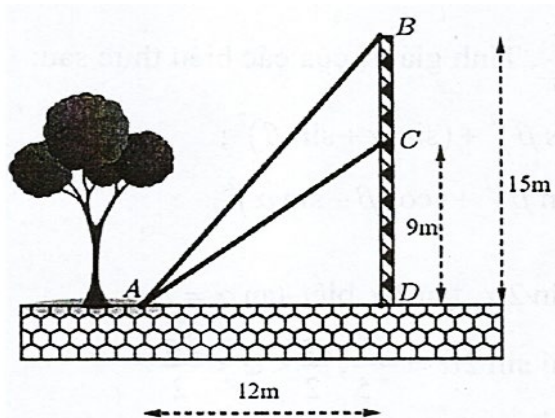
c) Tiếp tuyến tại điểm $A(0; -1)$ của đường tròn (C) có phương trình là: $x - 2y - 2 = 0$.

d) Điểm $O(0; 0)$ nằm trên một tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng d.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Tuấn và Hoàng. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 800 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Tuấn phải làm việc trong 3 giờ, Hoàng phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Tuấn phải làm việc trong 2 giờ, Hoàng phải làm việc trong 4 giờ. Biết rằng trong một tháng Tuấn không thể làm việc quá 180 giờ và Hoàng không thể làm việc quá 200 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng bằng bao nhiêu (triệu đồng)?

Câu 2: Từ một vị trí A, người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao 15m, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D. Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tính gần đúng góc nhọn $\alpha = \widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).

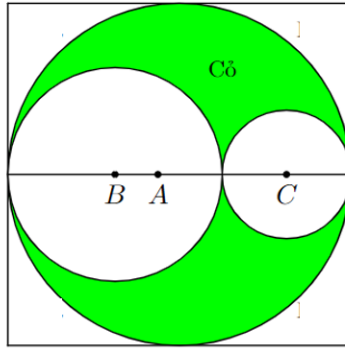


Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

Câu 4: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(1 + 2x)^{12}$?

Câu 5: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 1 và $\widehat{ABD} = 60^\circ$. Gọi I là điểm thỏa mãn $2\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$. Tính tích vô hướng $\vec{AO} \cdot \vec{BI}$. (hãy thể hiện kết quả bằng số thập phân và làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy)

Câu 6: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng triệu)?

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Mã đề thi 202

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [9; 11). B. [7; 9). C. [11; 13). D. [13; 15).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

- A. SD . B. SF (F là trung điểm CD).
C. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$). D. SG (G là trung điểm AB).

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 5x + 6 > 0$ là:

- A. $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ B. $S = (2; 3)$.
C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 3)$.

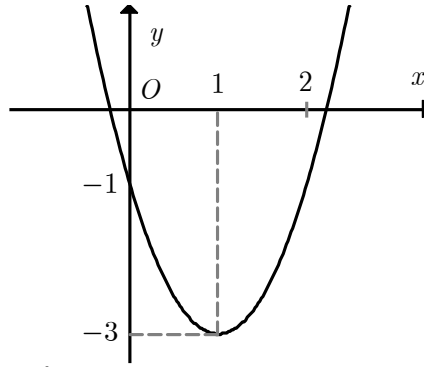
Câu 5: Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$. D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$.

Câu 6: Gọi a, b, c là độ dài các cạnh đối diện với các góc A, B, C của tam giác ABC . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

- A. $a = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. B. $\cos B = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac}$.
C. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. D. $a = 2R \cdot \sin B$.

Câu 7: Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



Parabol có trục đối xứng là đường thẳng

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 8: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật là

- A. 11. B. 30. C. 20. D. 10.

Câu 9: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$.
C. $A = \sin \alpha \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 10: Cho n, k là hai số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Chọn khẳng định **đúng**.

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $k.C_n^k = A_n^k$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $P_n = n$.

Câu 11: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{9}{38}$. B. $\frac{8}{19}$. C. $\frac{11}{38}$. D. $\frac{9}{19}$.

Câu 12: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;5)$ và điểm $B(0;4)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 5 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 5t \\ y = 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 5 + 5t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ và đường thẳng $d: x + 2y - 15 = 0$. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

- a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -3)$.
b) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng $\sqrt{5}$.
c) Tiếp tuyến tại điểm $A(0; -1)$ của đường tròn (C) có phương trình là: $x - 2y - 2 = 0$.
d) Điểm $O(0; 0)$ nằm trên một tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng d .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SC lấy điểm M sao cho $MC = 2MS$. Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

- a) $AM \cap SO = I$.
b) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI .
c) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.
d) $IA = 2IM$.

Câu 3: Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Khi đó

a) Số cách chọn 3 thẻ bất kỳ từ 30 thẻ trên là 24360.

b) Xác suất để chọn được 3 thẻ đều mang số lẻ từ 30 thẻ trên là $\frac{13}{116}$.

c) Xác suất để chọn được 3 thẻ từ 30 thẻ trên trong đó có ít nhất 1 thẻ mang số chẵn là $\frac{45}{116}$.

d) Xác suất để chọn được 3 thẻ từ 30 thẻ trên mà tổng 3 số ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3 là $\frac{18}{203}$.

Câu 4: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó:

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

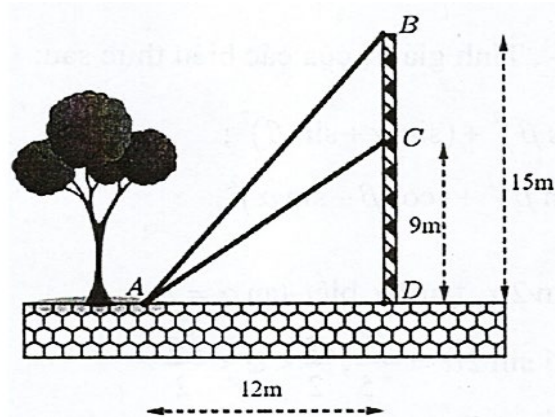
c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

d) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - \sqrt{3}}{11}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(1+2x)^{12}$?

Câu 2: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tính gần đúng góc nhọn $\alpha = \widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).

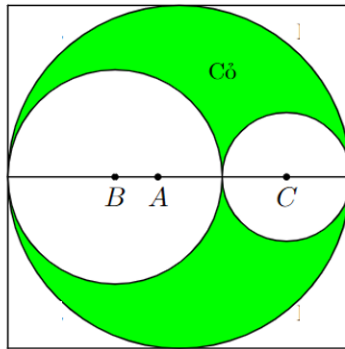


Câu 3: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Tuấn và Hoàng. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 800 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Tuấn phải làm việc trong 3 giờ, Hoàng phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Tuấn phải làm việc trong 2 giờ, Hoàng phải làm việc trong 4 giờ. Biết rằng trong một tháng Tuấn không thể làm việc quá 180 giờ và Hoàng không thể làm việc quá 200 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng bằng bao nhiêu (triệu đồng)?

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

Câu 5: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 1 và $\widehat{ABD} = 60^\circ$. Gọi I là điểm thỏa mãn $2\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$. Tính tích vô hướng $\vec{AO} \cdot \vec{BI}$. (hãy thể hiện kết quả bằng số thập phân và làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy)

Câu 6: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10 m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng(làm tròn đến hàng triệu)?

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
D	B	B	B	B	A
Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
B	C	D	B	A	C

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai

Câu 2: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai

Câu 3: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Sai

Câu 4: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

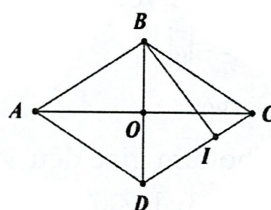
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Đáp án: 1760

Câu 2. Đáp án: 0,5

Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 1 và $\widehat{ABD} = 60^\circ$. Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BI}$.

Lời giải



Do $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng 1 và $\widehat{ABD} = 60^\circ$

Nên ABD và BCD là các tam giác đều cạnh 1.

Ta có:

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AO} \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DI}) = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AO} \cdot \left(\frac{2}{3} \overrightarrow{DC} \right) = \frac{2}{3} \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Câu 3. Đáp án: 5

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

Lời giải : Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

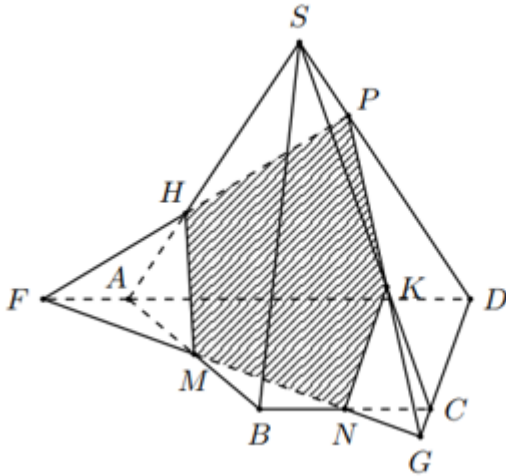
Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP), \Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$

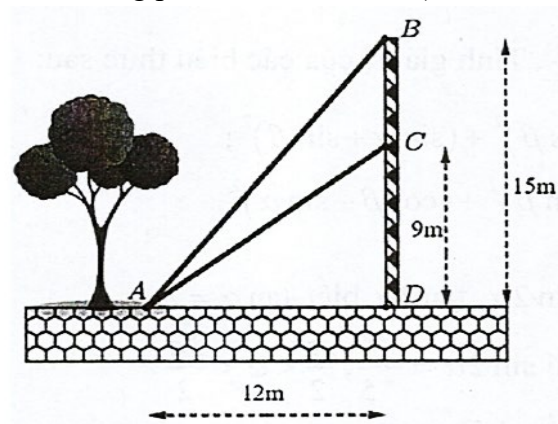
$$\text{Vậy } \begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP) \text{ Tương tự } K = SC \cap (MNP).$$

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Câu 4. Đáp án: 14,5

Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tính gần đúng góc nhọn $\alpha = \widehat{BAC}$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).



Ta có:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\widehat{BAD} - \widehat{CAD}) \\ &= \frac{\tan \widehat{BAD} - \tan \widehat{CAD}}{1 + \tan \widehat{BAD} \tan \widehat{CAD}} = \frac{\frac{15}{12} - \frac{9}{12}}{1 + \frac{15}{12} \cdot \frac{9}{12}} = \frac{8}{31}. \end{aligned}$$

$$\alpha \approx 14,5^\circ.$$

Câu 5. Đáp án: 48

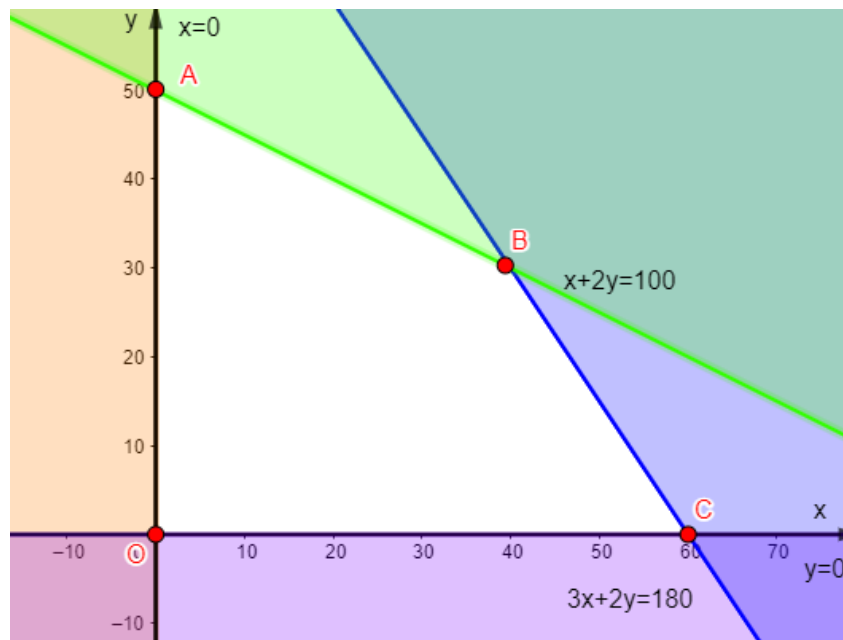
Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Tuấn và Hoàng. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 800 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Tuấn phải làm việc trong 3 giờ, Hoàng phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Tuấn phải làm việc trong 2 giờ, Hoàng phải làm việc trong 4 giờ. Biết rằng trong một tháng Tuấn không thể làm việc quá 180 giờ và Hoàng không thể làm việc quá 200 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng bằng bao nhiêu (triệu đồng)?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 180 \\ 2x + 4y \leq 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 180 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong của tứ giác OABC (kể cả các cạnh OA, AB, BC, CO) với $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(40;30)$, $C(60;0)$.

Tiền lãi trong một tháng của xưởng là: $F(x, y) = 0,6x + 0,8y$ (triệu đồng)

Tại $O(0;0)$ thì $F = 0$

Tại $A(0;50)$ thì $F = 40$

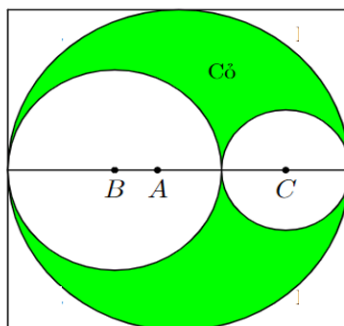
Tại $B(40;30)$ thì $F = 48$

Tại $C(60;0)$ thì $F = 36$

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 48(triệu đồng), khi đó số sản phẩm loại I là 40 sản phẩm và số sản phẩm loại II là 30 sản phẩm.

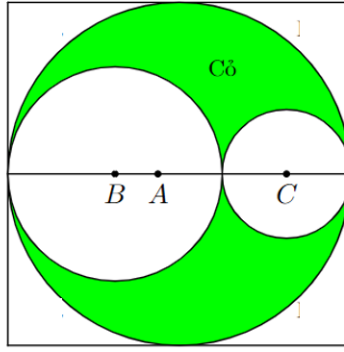
Câu 6: Đáp án: 22

Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng(làm tròn đến hàng triệu)?

Lời giải

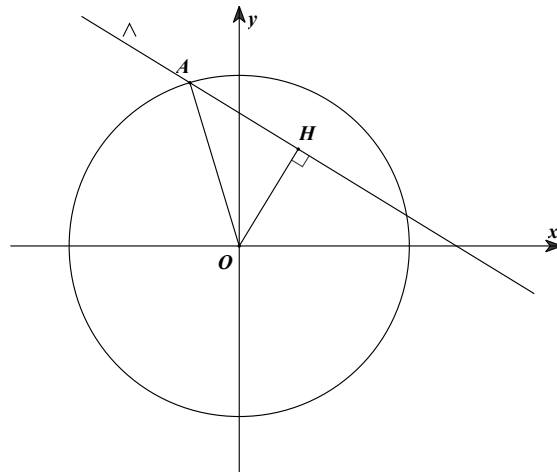


Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn ($x, y > 0$) ta có $x + y = 5$.

Gọi $S(m^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn ($S > 0$), ta có

$$S = 100 - 25\pi + \pi x^2 + \pi y^2 = 100 + \pi(x^2 + y^2 - 25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}.$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?



Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}} \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S + 25\pi - 100 \geq \frac{25\pi}{2} \Leftrightarrow S \geq 100 - \frac{25\pi}{2}.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min} = 100 - \frac{25\pi}{2}$. Từ đó chi phí để thi công khu vườn

Hạnh phúc là $100 \cdot (100 - S_{\min}) + 300 \cdot S_{\min} = 22146$ nghìn đồng. Vậy chi phí thi công là 22(triệu đồng).