

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THPT KHÔNG CHUYÊN NĂM HỌC 2024 – 2025
MÔN: TOÁN.
(Thời gian làm bài: 120 phút.)

Đề thi gồm 02 trang

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1: Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{5}{\sqrt{x}-3}$ là:

A. $x \neq 9$.

B. $x \geq 0$.

C. $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \leq 9. \end{cases}$

☒ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9. \end{cases}$

Câu 2: Tìm m để hàm số $y = (m-1)x + 2 - m$ (với m là tham số) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m < 2$.

☒ B. $m > 1$.

C. $m > 2$.

D. $m < 1$.

Câu 3: Hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là:

☒ A. $(-1; -3)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(1; -3)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = (m-1)x + 2$ và parabol $y = x^2$ giao nhau tại điểm có hoành độ là 2?

A. $m = 0$.

B. $m = -2$.

C. $m = 4$.

☒ D. $m = 2$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng 3?

A. $x^2 - 3x + 10 = 0$.

B. $-x^2 + 3x - 5 = 0$.

☒ C. $2x^2 - 6x + 1 = 0$.

D. $x^2 + 2x + 3 = 0$.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4\text{ cm}$ và $AC = 4\sqrt{3}\text{ cm}$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có chu vi bằng:

A. $4\pi\text{ cm}$.

☒ B. $8\pi\text{ cm}$.

C. $4\sqrt{3}\pi\text{ cm}$.

D. $2\sqrt{3}\text{ cm}$.

Câu 7: Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (với B, C là các tiếp điểm), biết $\widehat{BAC} = 50^\circ$. Số đo cung nhỏ BC là:

A. 25° .

B. 50° .

C. 65° .

☒ D. 130° .

Câu 8: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm , chiều cao bằng 4 cm . Diện tích xung quanh của hình trụ đó là:

☒ A. $24\pi\text{ cm}^2$.

B. $6\pi\text{ cm}^2$.

C. $36\pi\text{ cm}^2$.

D. $12\pi\text{ cm}^2$.

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Chứng minh đẳng thức $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \sqrt{12} = 2\sqrt{5}$.

b) Rút gọn biểu thức $F = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2 (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ (với m là tham số). 1) 0

a) Giải phương trình với $m=1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 9. \quad -20$$

Câu 3 (1,0 điểm).

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-5} + 3(y-1)^2 = 4 \\ 2\sqrt{x-5} + y^2 - 2y = 2. \end{cases}$$
 6, 2

Câu 4 (3,0 điểm).

1) Mảnh vườn nhà ông An có hình dạng là tứ giác $ABCD$ (như hình vẽ).

Biết AB vuông góc với CD tại H ; $AB = 4m$;

$BC = 26m$; $CD = 16m$; $\sin \widehat{BCD} = \frac{5}{13}$. 90.

Tính diện tích của mảnh vườn (phần tô đậm).

2) Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$. Tiếp tuyến với (O) tại A cắt đường thẳng BC tại M . Gọi H là trung điểm của BC .

a) Chứng minh rằng các điểm A, O, H, M cùng nằm trên một đường tròn và $MA^2 = MB \cdot MC$.

b) Từ điểm C kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường kính AD của đường tròn (O) tại K .

Chứng minh HK đi qua trung điểm của đoạn thẳng CD . 45 vcl.

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$.

b) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{3}{x^2 + y^2} + \frac{10}{xy} + 8xy + 3.$$

----- HẾT -----

I. TRẮC NGHIỆM

1.D	2.B	3.A	4.D	5.C	6.B	7.D	8.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

II. TỰ LUẬN

Câu 1 (1,5 điểm).

Cách giải:

a) Chứng minh đẳng thức $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \sqrt{12} = 2\sqrt{5}$.

Ta có:

$$\begin{aligned}VT &= \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \sqrt{12} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} - \sqrt{2^2 \cdot 3} \\&= \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} - 2\sqrt{3} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} - 2\sqrt{3} \\&= 2(\sqrt{5}+\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\&= 2\sqrt{5} = VP \text{ (đpcm)}\end{aligned}$$

b) Rút gọn biểu thức $F = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

ĐKXD: $x > 0$ và $x \neq 1$.

$$\begin{aligned}F &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) \\&= \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] : \left[\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right] \\&= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] : \left[\frac{(\sqrt{x}-1) + 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right] \\&= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\&= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\&= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1}\end{aligned}$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Vậy } F = \frac{x-1}{\sqrt{x}}.$$

Câu 2 (1,5 điểm).

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ (với m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 1$.

Thay $m = 1$ vào phương trình trở thành: $x^2 - x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 9.$$

$$x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = [-(2m-1)]^2 - 4(m^2 - 1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4 = -4m + 5$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thì } \Delta > 0 \Leftrightarrow -4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}.$$

$$\text{Áp dụng định lý Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2m-1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } (x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 9.$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_1 x_2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 9x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2)^2 = 9$$

Thay (1) vào phương trình ta có:

$$\Leftrightarrow 9(m^2 - 1) - 2(2m-1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 9 - 8m^2 + 8m - 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 8m - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(ktm) \\ m = -10(tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -10$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 9.$$

Câu 3 (1 điểm).

Cách giải:

Đề bài: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-5} + 3(y-1)^2 = 4 \\ 2\sqrt{x-5} + y^2 - 2y = 2 \end{cases}$$

ĐKXĐ: $x \geq 5$

Ta có:

$$\begin{cases} \sqrt{x-5} + 3(y-1)^2 = 4 \\ 2\sqrt{x-5} + y^2 - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-5} + 3(y-1)^2 = 4 \\ 2\sqrt{x-5} + y^2 - 2y + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-5} + 3(y-1)^2 = 4 \\ 2\sqrt{x-5} + (y-1)^2 = 3 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-5} = u \\ (y-1)^2 = v \end{cases} (u, v \geq 0)$, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} u + 3v = 4 \\ 2u + v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + 3v = 4 \\ 6u + 3v = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u = 5 \\ 2u + v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ 2 + v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases} (TM).$$

Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} \sqrt{x-5} = 1 \\ (y-1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 = 1 \\ y-1 = 1 \\ y-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(TM) \\ y = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) \in \{(6; 0), (6; 2)\}$.

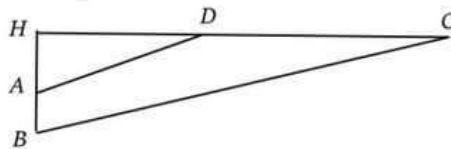
Câu 4 (3 điểm).

Cách giải:

1) Mảnh vườn nhà ông An có hình dạng là tứ giác ABCD (như hình vẽ). Biết AB vuông góc với CD

tại H; $AB = 4m$; $BC = 26m$; $CD = 16m$; $\sin BCD = \frac{5}{13}$. Tính diện tích của mảnh vườn (phần tô đậm).

Cách giải:



Ta có HBC vuông tại H nên $HB = BC \cdot \sin \angle BCD = 26 \cdot \frac{5}{13} = 10m$

$$\Rightarrow HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24m$$

$$\Rightarrow HA = HB - AB = 10 - 4 = 6m$$

$$HD = HC - CD = 24 - 16 = 8m$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{HBC} - S_{HAD} = \frac{1}{2} HB \cdot HC - \frac{1}{2} HA \cdot HD$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 96m^2$$

Vậy diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $96m^2$.

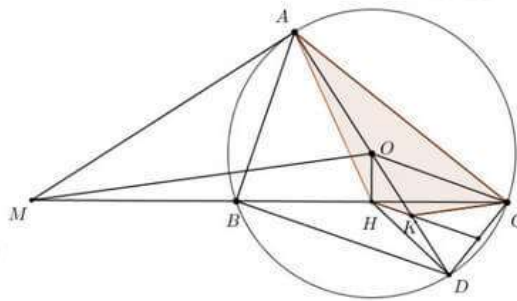
2) Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$. Tiếp tuyến với (O) tại A cắt đường thẳng BC tại M .

Gọi H là trung điểm của BC .

a) Chứng minh rằng các điểm A, O, H, M cùng nằm trên một đường tròn và $MA^2 = MB \cdot MC$.

b) Từ điểm C kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường kính AD của đường tròn (O) tại K . Chứng minh HK đi qua trung điểm của CD .

Cách giải:



a) Do MA là tiếp tuyến nên $\angle MAO = 90^\circ$

Do H là trung điểm của BC nên $OH \perp BC \Rightarrow \angle MHO = 90^\circ$ (quan hệ đường kính, dây cung)

Xét tứ giác $MAOH$ có $\angle MAO + \angle MHO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác $MAOH$ nội tiếp (dnhb)

Vậy A, O, H, M cùng nằm trên một đường tròn.

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MCA$ có

$\angle AMC$ chung

$\angle MAB = \angle MCA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MCA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MA}$$

$$\Rightarrow MA^2 = MB \cdot MC$$

b) Do $CK \parallel MO \Rightarrow \angle KCH = \angle HMO$ (so le trong)
 $\angle HMO = \angle HAO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OH)
 $\Rightarrow \angle KCH = \angle HAO \Rightarrow KCAH$ nội tiếp
 $\Rightarrow \angle CHK = \angle CAK$ (cùng chắn cung CK)
 $\angle CAK = \angle CBD$ (cùng chắn cung CD)
 $\Rightarrow \angle CHK = \angle CBD \Rightarrow HK \parallel BD$ (hai góc đồng vị bằng nhau)

Mà H là trung điểm của BC nên HK là đường trung bình của $\triangle CBD$

$\Rightarrow HK$ đi qua trung điểm của CD

Câu 5 (1 điểm).

Cách giải:

a) Giải phương trình $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$.

ĐKXD: $-2 \leq x \leq 1; x \geq 2$

$$2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$$

$$2[(x^2 - 2x + 4) - (x + 2)] = 3\sqrt{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} \quad (*)$$

Đặt $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = a$ ($a \geq 0$); $\sqrt{x+2} = b$ ($b \geq 0$)

$$\text{Phương trình } (*) \Leftrightarrow 2(a^2 - b^2) = 3ab$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 2b^2 - 3ab = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 2b^2 - 4ab + ab = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a^2 - 4ab) - (2b^2 - ab) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a(a - 2b) - b(2b - a) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 2b)(2a + b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = -2a \end{cases} \quad (tm)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 4(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 - 4x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{13} \\ x = 3 - \sqrt{13} \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3 + \sqrt{13}; 3 - \sqrt{13}\}$

b) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{x^2 + y^2} + \frac{10}{xy} + 8xy + 3$.

Theo BDT AM-GM ta có: $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{2^2}{4} = 1$

Lại có: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$

$$\Rightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3}{x^2 + y^2} + \frac{3}{2xy} + 8xy + \frac{8}{xy} + \frac{1}{2xy} + 3 \geq \frac{12}{(x+y)^2} + 2\sqrt{8xy \cdot \frac{8}{xy}} + \frac{1}{2} + 3 \geq \frac{12}{2^2} + 2 \cdot 8 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{45}{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{45}{2}$ khi $x = y = 1$.

--- HẾT ---