

Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cô Hằng thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường như sau

Đường kính (cm)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Tần số	20	18	7	1	3

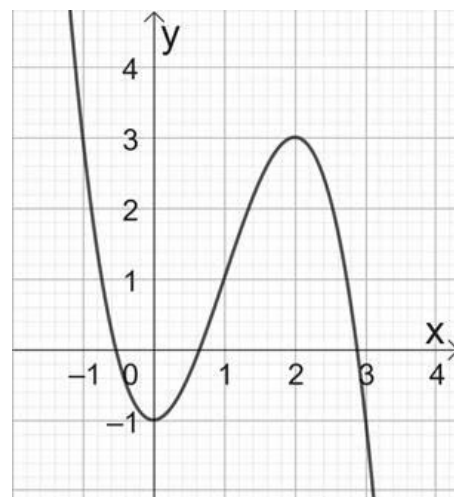
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25. B. 5. C. 20. D. 18.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây:

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $N(0; -1)$. B. $y = -1$.
C. $x = 0$. D. $x = -1$.



Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3^{-x}$. B. $y = 2026^x$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \log_2 x$.

Câu 4. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{2x-4}$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = 2$.

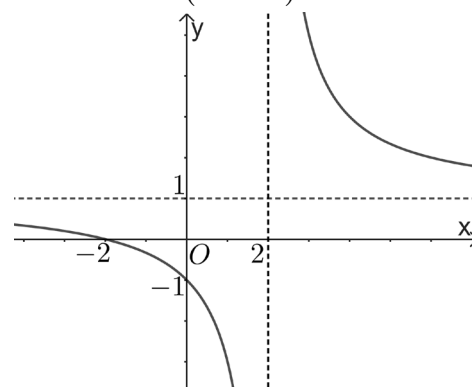
Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) lần lượt là $M_1(2; 3; 0)$ và $M_2(2; 0; -5)$. Tọa độ của điểm M là

- A. $M(-2; -3; 5)$. B. $M(2; 3; -5)$. C. $M(2; -5; 3)$. D. $M(2; -3; 5)$.

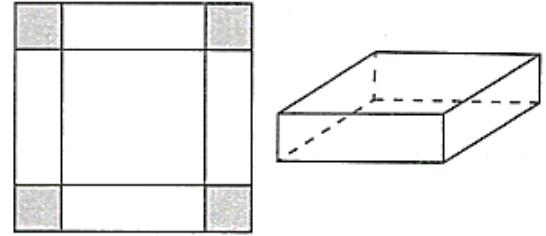
Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây

Tính giá trị của biểu thức $P = a - 2c$.

- A. 5. B. 3.
C. -3. D. -5.



Câu 7. Bạn An có một tấm bìa hình vuông cạnh 20 cm. Bạn muốn cắt bỏ ở bốn góc bốn hình vuông nhỏ bằng nhau để gấp và dán lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (tham khảo hình vẽ). Để hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh của hình vuông nhỏ bị cắt là



- A. $\frac{20}{3} \text{ cm}$. B. $\frac{10}{3} \text{ cm}$.
C. 5 cm . D. 4 cm .

Câu 8. Một cặp số nhân có ba số hạng liên tiếp là $4; 10; a$. Tính $2a$.

- A. 25. B. 32. C. 16. D. 50.

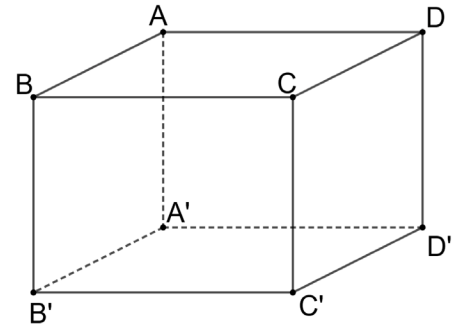
Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$. Toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là

- A. $I(2; -3), R = \sqrt{5}$. B. $I(2; -3), R = 5$. C. $I(-2; 3), R = 5$. D. $I(-2; 3), R = \sqrt{5}$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DB}$.
B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.



Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} - 2 & \text{khi } x > 1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{7}{12}$. C. $-\frac{7}{4}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 0; 1), \vec{b} = (2; 0; 0)$. Góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

- A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 45° .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

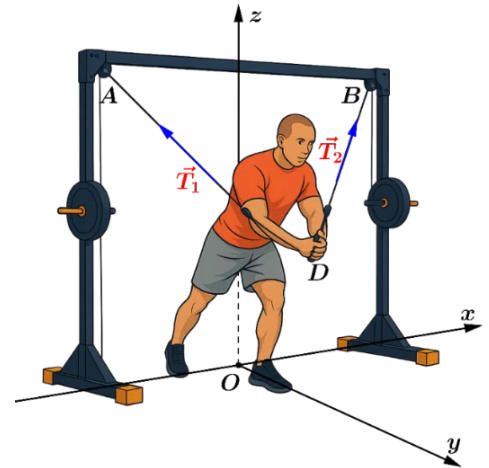
Câu 1. Một cửa hàng điện thoại khảo sát thời gian sử dụng pin liên tục (đơn vị: giờ) của 40 điện thoại thuộc hai dòng: Dòng A và dòng B; Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian (Giờ)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Dòng A	2	4	8	4	2
Dòng B	5	3	4	3	5
Tổng số	7	7	12	7	7

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 40 điện thoại là $R = 10$ (giờ).
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 40 điện thoại là 4,5 giờ (làm tròn đến hàng phần chục).
c) Thời gian sử dụng pin của điện thoại dòng B đồng đều hơn điện thoại dòng A;

d) Chọn ngẫu nhiên 4 điện thoại từ 40 máy trên. Xác suất để trong 4 điện thoại được chọn có cả hai dòng A, B và có đúng 2 máy có thời gian sử dụng pin từ 16 giờ trở lên là $\frac{9885}{91390}$.

Câu 2. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,4; 0; 1,9)$ và $B(1,4; 0; 1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0; 0,8; 1,2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 330 (N) (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).



- a)** Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,76\text{ (m)}$.
- b)** Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương song song với trục Oz .
- c)** Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $369,52\text{ N}$.
- d)** Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2\text{ (m)}$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 1,21\text{ (m)}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1}$, có đồ thị (C) .

- a)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- b)** Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.
- c)** Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x + 1$.
- d)** Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 2026]$ bằng -4 .

Câu 4. Một hãng công nghệ dự định tung ra thị trường một loại tai nghe không dây mới. Chi phí sản xuất mỗi chiếc tai nghe là 500 nghìn đồng với giá bán ra niêm yết là 1,2 triệu đồng. Bộ phận bán hàng ước tính rằng, số lượng tai nghe bán được $n(x)$ phụ thuộc vào chi phí quảng cáo x (đơn vị: triệu đồng) theo công thức $n(x) = A + 40 \cdot \ln(1 + x)$. Biết rằng nếu chi $(e^2 - 1)$ triệu đồng cho quảng cáo thì bán được 190 sản phẩm.

- a)** $A = 110$.
- b)** Hàm lợi nhuận của hãng (tính theo triệu đồng) là $L(x) = 77 + 28 \cdot \ln(1 + x) - x$.
- c)** Khi chi phí quảng cáo đang ở mức 10 triệu đồng thì lợi nhuận đạt 150 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d)** Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số tiền chi cho quảng cáo là 26,799 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty môi trường nhận thấy mức độ ô nhiễm $P(t)$ của một dòng sông sau t tháng xử lý được mô hình hóa bởi $P(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t + 100$ ($0 \leq t \leq 12$). Tốc độ giảm ô nhiễm được định nghĩa là $v(t) = -P'(t)$. Hãy tìm thời điểm t (tháng) mà tại đó tốc độ giảm ô nhiễm đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2. Trong kế hoạch vận hành thử nghiệm phân đoạn dài 290 km thuộc dự án đường sắt tốc độ cao, các kỹ sư cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \leq v \leq 350$) để đạt hiệu quả kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của đoàn tàu là $P(v) = 5v^3$ (W). Giá điện kinh doanh ưu đãi là 2 nghìn đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân lực, bảo trì và các chi phí quản lý khác, được tính là 197780 nghìn đồng cho mỗi giờ tàu chạy. Số lượng khách mua vé phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số: $N(v) = v + 610$ (hành khách). Giá vé bình quân cho phân đoạn này là 1 triệu đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến tàu trên phân đoạn này là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 3. Một trang trại quy hoạch trồng bưởi da xanh và cam sành trên tổng diện tích tối đa là 9 ha. Để trồng 1 ha bưởi da xanh cần 30 công lao động và 20 triệu đồng tiền vốn. Để trồng 1 ha cam sành cần 10 công lao động và 60 triệu đồng tiền vốn. Trang trại hiện có tối đa 210 công lao động và nguồn vốn đầu tư không vượt quá 420 triệu đồng. Lợi nhuận thu được ước tính là 50 triệu/ha bưởi da xanh và 40 triệu/ha cam sành. Hãy xác định mức lợi nhuận tối đa có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 6$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một hộp đựng 30 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn. (Làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

Máy bay A: Đang ở vị trí $M(0;0;9)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(1200;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 800$ km/h.

Máy bay B: Đang ở vị trí $P(103;-97;12)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(703;103;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 200\sqrt{10}$ km/h.

Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị: km).

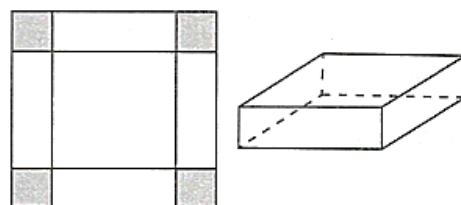
----- HẾT -----

Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bạn Hải có một tấm bìa hình vuông cạnh 40 cm. Bạn muốn cắt bỏ ở bốn góc bốn hình vuông nhỏ bằng nhau để gấp và dán lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (tham khảo hình vẽ). Để hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh của hình vuông nhỏ bị cắt là

- A. $\frac{20}{3}$ cm. B. $\frac{10}{3}$ cm.
C. 6 cm. D. 5 cm.



Câu 2. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.

Câu 3. Một cặp số nhân có ba số hạng liên tiếp là 12; 30; a . Tính $2a$.

- A. 75. B. 150. C. 81. D. 56.

Câu 4. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \left(\frac{2026}{2025}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = e^{-x}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

- A. 60° . B. 120° . C. 150° . D. 30° .

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) lần lượt là $M_1(-2; 3; 0)$ và $M_2(-2; 0; 5)$. Tọa độ của điểm M là

- A. $M(-2; 3; 5)$. B. $M(2; -3; 5)$. C. $M(2; -5; 3)$. D. $M(-2; -3; 5)$.

Câu 7. Cô Hải thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường như sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Tần số	5	20	18	7	3	1

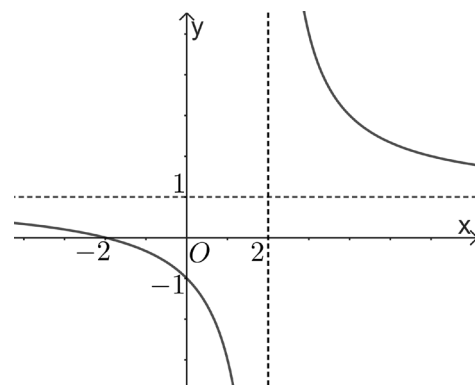
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25. B. 30. C. 5. D. 18.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây

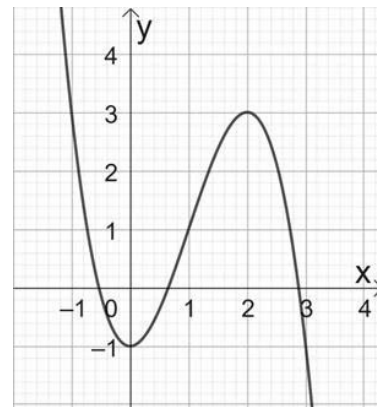
Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - c$.

- A. -4. B. -5.
C. 5. D. 4.



- Câu 9.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}-2 & \text{khi } x > 3 \\ x-3 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{7}{12}$. C. $-\frac{7}{4}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây:



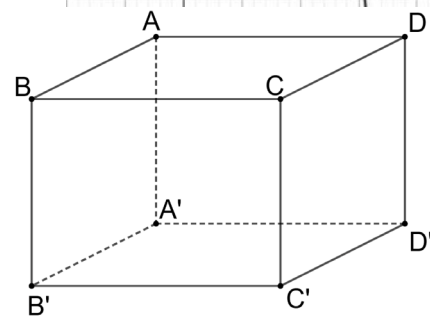
Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 2$. B. $y = 3$.
C. $x = 0$. D. $M(2; 3)$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DB}$.
D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

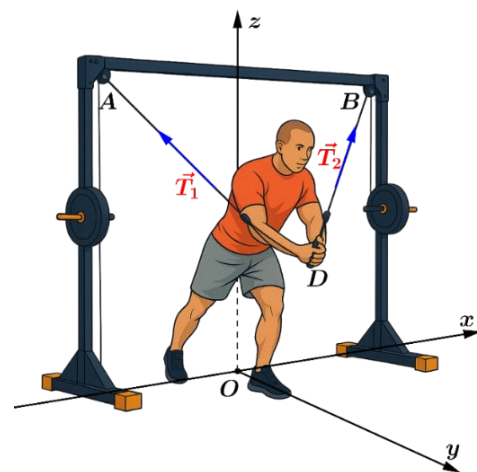


Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$. Toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là

- A. $I(2; -3), R = 5$. B. $I(2; -3), R = \sqrt{5}$. C. $I(-2; 3), R = 5$. D. $I(-2; 3), R = \sqrt{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1, 3; 0; 1, 9)$ và $B(1, 3; 0; 1, 9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0; 0, 7; 1, 2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 320 (N) (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).



- a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,63 \text{ (m)}$.
b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương không song song với trục Oz .
c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $387,74 \text{ N}$.
d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2 \text{ (m)}$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 0,99 \text{ (m)}$.

Câu 2. Khảo sát thời gian tập thể dục mỗi ngày (tính theo phút) của 32 người thuộc hai câu lạc bộ: CLB Yoga và CLB Gym. Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian (Phút)	[30; 50)	[50; 70)	[70; 90)	[90; 110)	[110; 130)
CLB Yoga	2	3	6	3	2
CLB Gym	4	1	6	1	4
Tổng số	6	4	12	4	6

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 32 người là $R=100$ (phút).
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 32 người là 60 (phút).
c) Mức độ tập luyện của những người ở CLB Yoga ổn định (đồng đều) hơn CLB Gym.
d) Chọn ngẫu nhiên 4 người từ 32 người trên. Xác suất để trong 4 người được chọn có cả hai CLB Yoga, Gym và có đúng 2 người tập thể dục từ 110 phút trở lên là $\frac{4388}{35960}$.

Câu 3. Một hãng công nghệ dự định tung ra thị trường một loại tai nghe không dây mới. Chi phí sản xuất mỗi chiếc tai nghe là 500 nghìn đồng với giá bán ra niêm yết là 1,2 triệu đồng. Bộ phận bán hàng ước tính rằng, số lượng tai nghe bán được $n(x)$ phụ thuộc vào chi phí quảng cáo x (đơn vị: triệu đồng) theo công thức $n(x) = A + 30 \cdot \ln(1+x)$. Biết rằng nếu chi $(e^3 - 1)$ triệu đồng cho quảng cáo thì bán được 190 sản phẩm.

- a) $A=100$.
b) Hàm lợi nhuận của hãng (tính theo triệu đồng) là $L(x) = 70 + 21 \cdot \ln(1+x) - 2x$.
c) Khi chi phí quảng cáo đang ở mức 6 triệu đồng thì lợi nhuận đạt 99 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số tiền chi cho quảng cáo là 19,766 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x - 2}$, có đồ thị (C) .

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x - 3$.
c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2026; \frac{3}{2}\right]$ bằng 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4$, $AD = 8$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một công ty môi trường nhận thấy mức độ ô nhiễm $P(t)$ của một dòng sông sau t tháng xử lý được mô hình hóa bởi $P(t) = \frac{1}{3}t^3 - 8t^2 + 48t + 100$ ($0 \leq t \leq 12$). Tốc độ giảm ô nhiễm được định nghĩa là $v(t) = -P'(t)$. Hãy tìm thời điểm t (tháng) mà tại đó tốc độ giảm ô nhiễm đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3. Việt Nam đang triển khai dự án đường sắt tốc độ cao chặng Thành phố Hồ Chí Minh - Nha Trang với tổng chiều dài quãng đường là 375 km. Tổng công ty đường sắt cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \leq v \leq 350$) để đạt lợi nhuận cao nhất cho mỗi chuyến tàu. Qua các số liệu tính toán kỹ thuật và khảo sát thị trường, ta có các thông tin sau: Chi phí điện năng tiêu thụ cho toàn bộ hành trình 375 km được

tính toán chính xác theo công thức: $C_1(v) = 15v^2$ (nghìn đồng). Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân sự, khấu hao thiết bị và bảo trì đường ray tính cho mỗi giờ tàu chạy là 250 triệu đồng/giờ. Số lượng khách mua vé cho mỗi chuyến tàu phụ thuộc vào vận tốc v theo hàm số: $N(v) = 4v$ (khách). Giá vé bình quân cố định cho toàn chặng là 1 500 000 đồng/khách. Xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của một chuyến tàu là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 4. Một hộp đựng 25 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 25. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một trang trại quy hoạch trồng bưởi da xanh và cam sành trên tổng diện tích tối đa là 10 ha. Để trồng 1 ha bưởi da xanh cần 20 công lao động và 20 triệu đồng tiền vốn. Để trồng 1 ha cam sành cần 10 công lao động và 30 triệu đồng tiền vốn. Trang trại hiện có tối đa 160 công lao động và nguồn vốn đầu tư không vượt quá 270 triệu đồng. Lợi nhuận thu được ước tính là 30 triệu/ha bưởi da xanh và 40 triệu/ha cam sành. Hãy xác định mức lợi nhuận tối đa có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

Máy bay A: Đang ở vị trí $M(0;0;9)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(1200;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 800$ km/h.

Máy bay B: Đang ở vị trí $P(103;-299;12)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(1003;601;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 600\sqrt{2}$ km/h.

Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị: km).

----- HẾT -----

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi
1103

Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

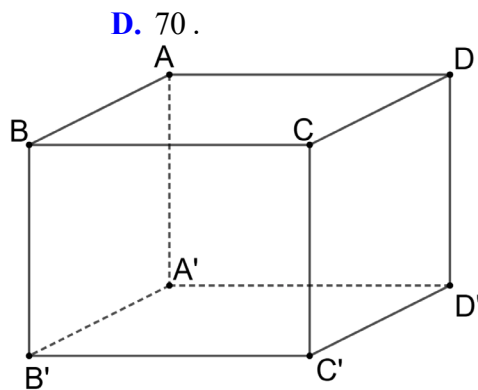
Câu 1. Một cặp số nhân có ba số hạng liên tiếp là $12; 30; a$. Tính $a - 5$.

- A. 80. B. 65. C. 75. D. 70.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

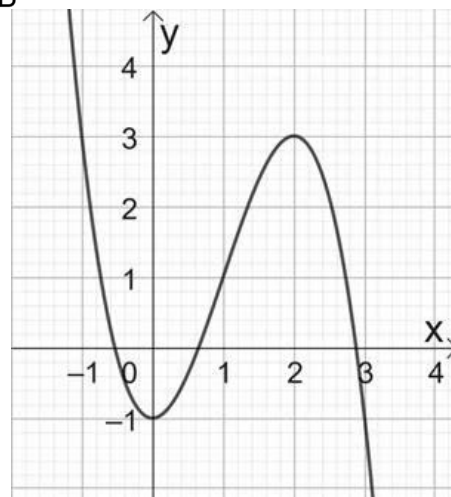


Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như

hình sau đây :

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 3)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 2)$.



Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. Toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là

- A. $I(-3; 2), R = 5$. B. $I(3; -2), R = 25$.
C. $I(-3; 2), R = 25$. D. $I(3; -2), R = 5$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; -1)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

- A. 150° . B. 60° . C. 120° . D. 30° .

Câu 6. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{2x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = 2$. D. $x = -\frac{2}{5}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm M có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) lần lượt là $M_1(2; 3; 0)$ và $M_2(0; 3; 5)$. Toạ độ của điểm M là

- A. $M(2; -5; 3)$. B. $M(2; 3; 5)$. C. $M(-2; -3; -5)$. D. $M(2; -3; 5)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}-2 & \text{khi } x > 3 \\ x-3 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 9. Cô Hạnh thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường như sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	7	20	17	8	3

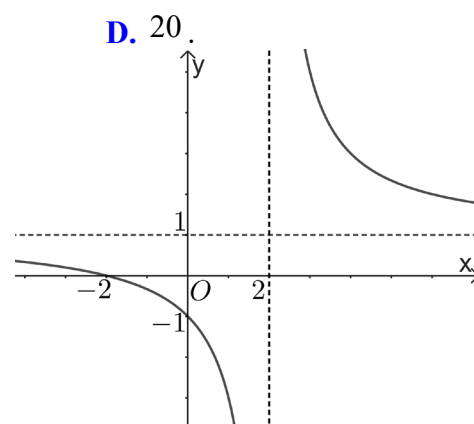
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 18. B. 5. C. 25.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây:

Tính giá trị của biểu thức $P = a + 2c$.

- A. -5. B. 5. C. -3. D. 3.

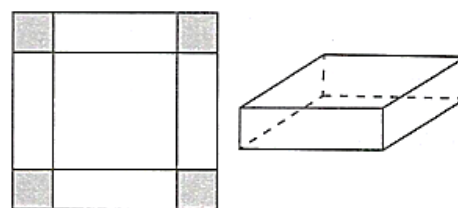


Câu 11. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2026^{-x}$. B. $y = e^x$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 12. Bạn Hùng có một tấm bìa hình vuông cạnh 30 cm. Bạn muốn cắt bỏ ở bốn góc bốn hình vuông nhỏ bằng nhau để gấp và dán lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (tham khảo hình vẽ). Để hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh của hình vuông nhỏ bị cắt là

- A. 6 cm. B. 10 cm. C. 5 cm. D. $\frac{20}{3}$ cm.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{-x^2+x+1}{x-2}$, có đồ thị (C).

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x - 1$.
c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $3\sqrt{5}$.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{5}{2}; 2026\right]$ bằng -5.

Câu 2. Một hãng công nghệ dự định tung ra thị trường một loại tai nghe không dây mới. Chi phí sản xuất mỗi chiếc tai nghe là 500 nghìn đồng với giá bán ra niêm yết là 1,2 triệu đồng. Bộ phận bán hàng ước tính rằng, số lượng tai nghe bán được $n(x)$ phụ thuộc vào chi phí quảng cáo x (đơn vị: triệu đồng) theo công thức $n(x) = A + 20 \ln(1+x)$. Biết rằng nếu chi $(e^3 - 1)$ triệu đồng cho quảng cáo thì bán được 210 sản phẩm.

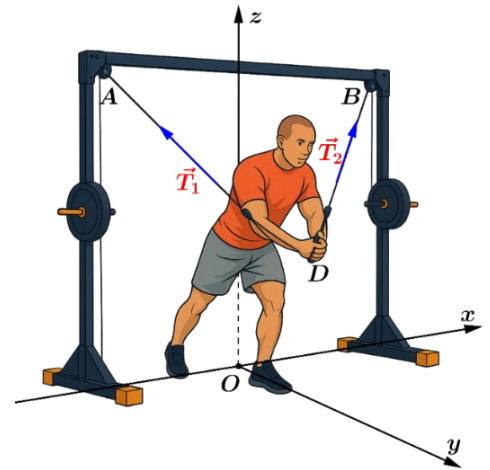
a) $A = 150$.

b) Hàm lợi nhuận của hãng (tính theo triệu đồng) là $L(x) = 105 + 14 \ln(1+x) - 2x$.

c) Khi chi phí quảng cáo đang ở mức 8 triệu đồng thì lợi nhuận đạt 120 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số tiền chi cho quảng cáo là 13,154 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Câu 3. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,2; 0; 1,9)$ và $B(1,2; 0; 1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0; 0,8; 1,1)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 340 (N) (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).



a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,65\text{ (m)}$.

b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương song song với trục Oz .

c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $466,48\text{ N}$.

d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,1\text{ (m)}$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 0,96\text{ (m)}$.

Câu 4. Khảo sát lượng điện tiêu thụ (kWh) của 50 hộ gia đình thuộc hai tòa nhà chung cư: Tòa nhà A và tòa nhà B; Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Điện năng (kWh)	[100; 120)	[120; 140)	[140; 160)	[160; 180)	[180; 200)
Tòa nhà A	2	5	11	5	2
Tòa nhà B	6	3	7	3	6
Tổng số	8	8	18	8	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 50 hộ là $R = 100\text{ (kWh)}$.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 50 hộ là 40 (kWh) .

c) Điện năng tiêu thụ của tòa nhà B biến động mạnh hơn (ít đồng đều hơn) tòa nhà A;

d) Chọn ngẫu nhiên 4 hộ gia đình từ 50 hộ gia đình trên. Xác suất để trong 4 hộ gia đình được chọn có cả hai Tòa nhà A, B và có đúng 2 hộ tiêu thụ từ 180 kWh trở lên là $\frac{21290}{230300}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

Máy bay A: Đang ở vị trí $M(0;0;9)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(900;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 600$ km/h.

Máy bay B: Đang ở vị trí $P(401;-198;12)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(101;402;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 200\sqrt{5}$ km/h.

Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị: km).

Câu 2. Một công ty môi trường nhận thấy mức độ ô nhiễm $P(t)$ của một dòng sông sau t tháng xử lý được mô hình hóa bởi $P(t) = \frac{1}{3}t^3 - 6t^2 + 20t + 100$ ($0 \leq t \leq 12$). Tốc độ giảm ô nhiễm được định nghĩa là $v(t) = -P'(t)$. Hãy tìm thời điểm t (tháng) mà tại đó tốc độ giảm ô nhiễm đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3. Một hộp đựng 22 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 22. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một trang trại quy hoạch trồng bưởi da xanh và cam sành trên tổng diện tích tối đa là 14 ha. Để trồng 1 ha bưởi da xanh cần 20 công lao động và 30 triệu đồng tiền vốn. Để trồng 1 ha cam sành cần 10 công lao động và 20 triệu đồng tiền vốn. Trang trại hiện có tối đa 200 công lao động và nguồn vốn đầu tư không vượt quá 320 triệu đồng. Lợi nhuận thu được ước tính là 50 triệu/ha bưởi da xanh và 40 triệu/ha cam sành. Hãy xác định mức lợi nhuận tối đa có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

Câu 5. Việt Nam đang triển khai dự án đường sắt tốc độ cao chặng Thành phố Hồ Chí Minh - Nha Trang với tổng chiều dài quãng đường là 370 km. Tổng công ty đường sắt cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \leq v \leq 350$) để đạt lợi nhuận cao nhất cho mỗi chuyến tàu. Qua các số liệu tính toán kỹ thuật và khảo sát thị trường, ta có các thông tin sau: Công suất tiêu thụ của đoàn tàu được xác định bởi hàm số $P(v) = 4v^3$ (W). Giá điện kinh doanh hiện nay là 3 nghìn đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân sự, khấu hao thiết bị và bảo trì đường ray tính cho mỗi giờ tàu chạy là 119,3 triệu đồng/giờ. Số lượng khách mua vé cho mỗi chuyến tàu phụ thuộc vào vận tốc v theo hàm số: $N(v) = 2v + 200$ (khách). Giá vé bình quân cố định cho toàn chặng là 1 000 000 đồng/khách. Xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của một chuyến tàu là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4$, $AD = 6$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

----- HẾT -----

Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}-2 & \text{khi } x > 1 \\ x-1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{1}{12}$.

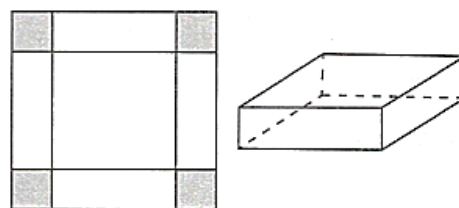
Câu 2. Bạn An có một tấm bìa hình vuông cạnh 25 cm. Bạn muốn cắt bỏ ở bốn góc bốn hình vuông nhỏ bằng nhau để gấp và dán lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (tham khảo hình vẽ). Để hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh của hình vuông nhỏ bị cắt là

A. 6 cm.

B. $\frac{20}{3}$ cm.

C. $\frac{25}{6}$ cm.

D. 5 cm.



Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 5$. Toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là

A. $I(8; -3), R = 5$.

B. $I(8; -3), R = \sqrt{5}$.

C. $I(-8; 3), R = \sqrt{5}$.

D. $I(-8; 3), R = 5$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây:

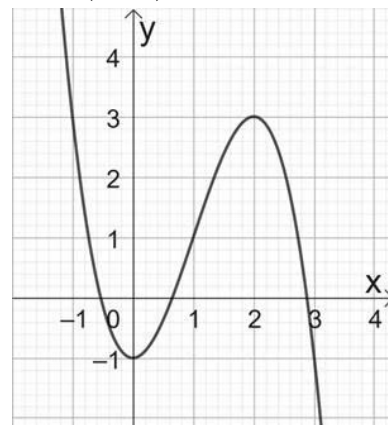
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1; 3)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(-1; 0)$.



Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = 2026^x$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = 3^{-x}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây

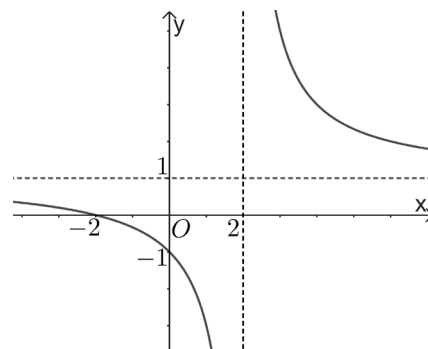
Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + c$.

A. 5.

B. 0.

C. 4.

D. -5.



Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-2; 3; 4)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

- A. 90° . B. 30° . C. 120° . D. 60° .

Câu 8. Một cấp số nhân có ba số hạng liên tiếp là $4; 10; a$. Tính $a - 1$.

- A. 15. B. 24. C. 25. D. 16.

Câu 9. Cô Hoa thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường như sau

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 25. C. 20. D. 18.

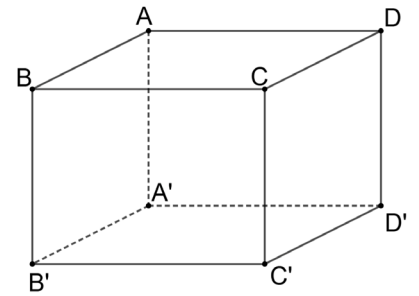
Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) lần lượt là $M_1(0; 3; -5)$ và $M_2(-2; 0; -5)$. Tọa độ của điểm M là

- A. $M(-2; 3; -5)$. B. $M(2; -5; 3)$. C. $M(2; -3; 5)$. D. $M(-2; -3; 5)$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Chọn đẳng thức đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.
 B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DB}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 D. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}$.



Câu 12. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

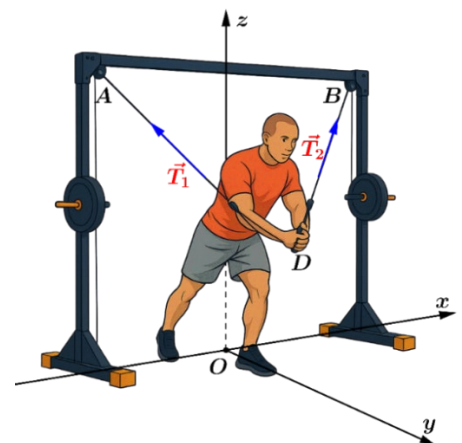
- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $y = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{x - 1}$, có đồ thị (C) .

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.
 c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x - 2$.
 d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2026; \frac{1}{2}\right]$ bằng $\frac{11}{4}$.

Câu 2. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1, 2; 0; 1, 8)$ và $B(1, 2; 0; 1, 8)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0; 0; 7; 1, 1)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là $350 (N)$ (kết quả tính được ở các ý đều



làm tròn đến hàng phần trăm).

- a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,56 (m)$.
- b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương song song với trục Oz .
- c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $445,45 (N)$.
- d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,1 (m)$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 0,97 (m)$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tự học tại nhà trong một đêm (tính theo phút) của 35 học sinh thuộc hai nhóm: Nhóm A và Nhóm B; Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian (Phút)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)	[180; 210)
Nhóm A	2	4	7	4	2
Nhóm B	4	2	4	2	4
Tổng số học sinh	6	6	11	6	6

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 35 học sinh là $R = 150$ (phút).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 35 học sinh là $62,5$ (phút, làm tròn đến hàng phần chục).
- c) Thời gian tự học của nhóm B đồng đều hơn nhóm A;
- d) Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 35 học sinh trên. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả hai nhóm A, B và có đúng 2 học sinh tự học từ 180 phút trở lên là $\frac{5558}{52360}$.

Câu 4. Một hãng công nghệ dự định tung ra thị trường một loại tai nghe không dây mới. Chi phí sản xuất mỗi chiếc tai nghe là 500 nghìn đồng với giá bán ra niêm yết là 1,2 triệu đồng. Bộ phận bán hàng ước tính rằng, số lượng tai nghe bán được $n(x)$ phụ thuộc vào chi phí quảng cáo x (đơn vị: triệu đồng) theo công thức $n(x) = A + 50 \cdot \ln(1+x)$. Biết rằng nếu chi $(e^2 - 1)$ triệu đồng cho quảng cáo thì bán được 230 sản phẩm.

- a) $A = 130$.
- b) Hàm lợi nhuận của hãng (tính theo triệu đồng) là $L(x) = 91 + 35 \cdot \ln(1+x) - 2x$.
- c) Khi chi phí quảng cáo đang ở mức 9 triệu đồng thì lợi nhuận đạt 163 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số tiền chi cho quảng cáo là 34,163 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Việt Nam đang triển khai dự án đường sắt tốc độ cao chặng Thành phố Hồ Chí Minh - Nha Trang với tổng chiều dài quãng đường là 350 km. Tổng công ty đường sắt cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \leq v \leq 350$) để đạt lợi nhuận cao nhất cho mỗi chuyến tàu. Qua các số liệu tính toán kỹ thuật và khảo sát thị trường, ta có các thông tin sau: Công suất tiêu thụ của đoàn tàu được xác định bởi hàm số $P(v) = 4v^3$ (W). Giá điện kinh doanh hiện nay là 3 nghìn đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân sự, khấu hao thiết bị và bảo trì đường ray tính cho mỗi giờ tàu chạy là 224 triệu đồng/giờ. Số lượng

khách mua vé cho mỗi chuyến tàu phụ thuộc vào vận tốc v theo hàm số: $N(v) = v + 400$ (khách). Giá vé bình quân cố định cho toàn chặng là 1 352 000 đồng/khách. Xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của một chuyến tàu là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

Máy bay A: Đang ở vị trí $M(0;0;9)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(900;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 600$ km/h.

Máy bay B: Đang ở vị trí $P(103;-299;12)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(703;601;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 200\sqrt{13}$ km/h.

Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị: km).

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 6$, $AD = 8$, SA vuông góc với đáy và $SA = 6\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một trang trại quy hoạch trồng bưởi da xanh và cam sành trên tổng diện tích tối đa là 20 ha. Để trồng 1 ha bưởi da xanh cần 40 công lao động và 10 triệu đồng tiền vốn. Để trồng 1 ha cam sành cần 20 công lao động và 20 triệu đồng tiền vốn. Trang trại hiện có tối đa 600 công lao động và nguồn vốn đầu tư không vượt quá 360 triệu đồng. Lợi nhuận thu được ước tính là 40 triệu/ha bưởi da xanh và 30 triệu/ha cam sành. Hãy xác định mức lợi nhuận tối đa có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

Câu 5. Một công ty môi trường nhận thấy mức độ ô nhiễm $P(t)$ của một dòng sông sau t tháng xử lý được mô hình hóa bởi $P(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 7t + 100$ ($0 \leq t \leq 12$). Tốc độ giảm ô nhiễm được định nghĩa là $v(t) = -P'(t)$. Hãy tìm thời điểm t (tháng) mà tại đó tốc độ giảm ô nhiễm đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6. Một hộp đựng 20 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 1101; 1105; 1109; 1113; 1117; 1121

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1101	A	B	B	C	B	A	B	D	A	C	C	D
1105	A	C	C	D	A	B	A	A	C	C	C	D
1109	C	A	C	A	D	D	C	D	D	B	D	A
1113	C	A	C	A	B	D	C	C	B	C	D	C
1117	B	C	A	B	A	C	A	D	D	C	D	C
1121	D	B	B	D	A	C	B	D	C	C	A	C

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
1101	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
1105	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ
1109	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ
1113	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
1117	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ
1121	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1101	5	290	420	1,87	0,2	5,2
1105	290	1,87	5,2	420	5	0,2
1109	5	420	1,87	0,2	5,2	290
1113	0,2	290	1,87	5,2	5	420
1117	5,2	0,2	420	290	1,87	5
1121	5,2	1,87	5	420	290	0,2

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 1102; 1106; 1110; 1114; 1118; 1122

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1102	A	D	B	D	B	A	B	D	B	A	A	D
1106	B	B	B	B	B	C	C	A	B	C	C	C
1110	A	A	A	D	B	C	C	B	B	C	D	C

1114	A	A	A	A	B	A	A	D	D	B	D	B
1118	A	A	C	D	B	C	D	B	A	D	B	D
1122	D	B	B	D	B	B	A	C	B	D	B	D

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
1102	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1106	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ
1110	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1114	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1118	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S
1122	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1102	2,49	8	250	0,23	370	4,36
1106	0,23	4,36	8	370	250	2,49
1110	250	370	0,23	4,36	8	2,49
1114	0,23	2,49	250	8	4,36	370
1118	0,23	250	4,36	2,49	370	8
1122	0,23	370	2,49	250	8	4,36

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN LIÊN TRƯỜNG THPT	KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 Môn: TOÁN
--	--

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 1103; 1107; 1111; 1115; 1119; 1123

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1103	D	C	A	D	C	B	B	B	C	C	A	C
1107	D	C	A	A	D	D	B	A	D	C	A	A
1111	A	A	C	B	B	D	A	B	D	C	C	A
1115	A	D	C	C	D	D	A	D	C	D	B	D
1119	B	B	D	A	B	C	C	C	C	C	A	C
1123	D	A	D	A	C	D	C	A	C	A	C	A

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
1103	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1107	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1111	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1115	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ
1119	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ

1123	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ
------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn
 - Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1103	3,74	6	0,24	600	286	2,4
1107	3,74	2,4	0,24	600	286	6
1111	0,24	6	2,4	600	3,74	286
1115	2,4	600	286	6	0,24	3,74
1119	600	6	286	3,74	0,24	2,4
1123	2,4	0,24	3,74	6	286	600

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN LIÊN TRƯỜNG THPT	KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 Môn: TOÁN
--	---

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 1104; 1108; 1112; 1116; 1120; 1124

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn
 - Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1104	C	C	B	B	D	B	A	B	B	A	D	B
1108	D	A	B	A	A	D	A	A	B	C	B	B
1112	D	A	D	B	A	D	D	C	A	D	C	D
1116	B	C	B	A	C	B	B	C	D	C	D	A
1120	C	A	D	C	C	A	A	B	D	C	B	C
1124	B	A	B	D	D	C	D	A	B	C	A	D

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai
 - Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
 - Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
1104	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1108	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
1112	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S
1116	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S
1120	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
1124	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn
 - Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1104	280	4,36	3,53	700	4	0,28
1108	4	700	0,28	3,53	280	4,36
1112	3,53	4	4,36	0,28	280	700
1116	700	0,28	4	4,36	3,53	280
1120	4	700	280	0,28	3,53	4,36
1124	280	3,53	0,28	4	4,36	700

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN LIÊN TRƯỜNG THPT	KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 Môn: TOÁN
---	---

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN II, PHẦN III MÃ ĐỀ 1101

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1101	A	B	B	C	B	A	B	D	A	C	C	D

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
1101	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1101	5	290	420	1,87	0,2	5,2

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN II

Câu 1. Một cửa hàng điện thoại khảo sát thời gian sử dụng pin liên tục (đơn vị: giờ) của 40 điện thoại thuộc hai dòng: Dòng A và dòng B; Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian (Giờ)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Dòng A	2	4	8	4	2
Dòng B	5	3	4	3	5
Tổng số	7	7	12	7	7

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 40 điện thoại là $R=10$ (giờ).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 40 điện thoại là 4,5 giờ (làm tròn đến hàng phần chục).

c) Thời gian sử dụng pin của điện thoại dòng B đồng đều hơn điện thoại dòng A;

d) Chọn ngẫu nhiên 4 điện thoại từ 40 máy trên. Xác suất để trong 4 điện thoại được chọn có cả hai dòng A, B và có đúng 2 máy có thời gian sử dụng pin từ 16 giờ trở lên là $\frac{9885}{91390}$.

HDG

(a) ĐÚNG: $R = 18 - 8 = 10$.

(b) SAI: * $n = 40$. Vị trí Q_1 là 10 $\Rightarrow$ nhóm $[10;12)$. $Q_1 = 10 + \frac{10-7}{7} \cdot 2 = \frac{76}{7}$.

Vị trí Q_3 là 30 $\Rightarrow$ nhóm $[14;16)$. $Q_3 = 14 + \frac{30-26}{7} \cdot 2 = \frac{106}{7}$.

$\Delta_Q = \frac{106}{7} - \frac{76}{7} = \frac{30}{7} \approx 4,3..$ (Khẳng định 4,5 là sai).

(c) SAI: $\bar{x}_A = \frac{2 \cdot 9 + 4 \cdot 11 + 8 \cdot 13 + 4 \cdot 15 + 2 \cdot 17}{20} = \frac{18 + 44 + 104 + 60 + 34}{20} = \frac{260}{20} = 13$ (giờ).

$\bar{x}_B = \frac{5 \cdot 9 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 13 + 3 \cdot 15 + 5 \cdot 17}{20} = \frac{45 + 33 + 52 + 45 + 85}{20} = \frac{260}{20} = 13$ (giờ).

Nhận xét: Hai dòng máy có thời lượng pin trung bình bằng nhau.

Dòng A: $s_A^2 = \frac{1}{20} [2 \cdot 9^2 + 4 \cdot 11^2 + 8 \cdot 13^2 + 4 \cdot 15^2 + 2 \cdot 17^2] - 13^2$

$s_A^2 = \frac{1}{20} [162 + 484 + 1352 + 900 + 578] - 169 = \frac{3476}{20} - 169 = 4,8$

Dòng B:

$s_B^2 = \frac{1}{20} [5 \cdot 9^2 + 3 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2 + 3 \cdot 15^2 + 5 \cdot 17^2] - 13^2$

$s_B^2 = \frac{1}{20} [405 + 363 + 676 + 675 + 1445] - 169 = \frac{3564}{20} - 169 = 9,2$

Kết luận: Vì $s_A^2 < s_B^2$ ($4,8 < 9,2$) nên thời lượng pin của Dòng A đồng đều hơn Dòng **B**

(d) ĐÚNG: Gọi nhóm ‘Top’ là nhóm có thời gian sử dụng pin từ 16 giờ trở lên: 2A, 5B (7 máy).

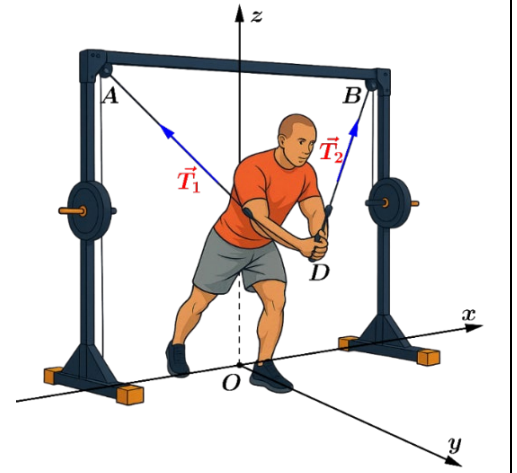
Nhóm ‘Còn lại’: 18A, 15B (33 máy).

Số cách chọn 2 Top, 2 Còn lại có cả A và B:
 $C_7^2 \cdot C_{33}^2 - (C_2^2 \cdot C_{18}^2) - (C_5^2 \cdot C_{15}^2) = 11088 - 153 - 1050 = 9885$.

$$n(\Omega) = C_{40}^4 = 91390.$$

$$\text{Xác suất: } \frac{9885}{91390}.$$

Câu 2. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,4; 0; 1,9)$ và $B(1,4; 0; 1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0; 0,8; 1,2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 330 (N) (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).



- a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,76\text{ (m)}$.
 b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương song song với trục Oz .
 c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $369,52\text{ N}$

d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2\text{ (m)}$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 1,21\text{ (m)}$.

HĐG

(a) Đúng: Ta có

$$\overrightarrow{DA} = (-1,4; -0,8; 0,7) \Rightarrow |\overrightarrow{DA}| = \sqrt{(-1,4)^2 + (-0,8)^2 + (0,7)^2} = \frac{\sqrt{309}}{10} = 1,7578 \approx 1,76\text{ (m)}.$$

(b) Sai: Ta có $\overrightarrow{DB} = (1,4; -0,8; 0,7)$ và $\vec{u} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} = (0; -1,6; 1,4)$

Hợp lực $\vec{F}$ sẽ cùng phương với $\vec{u} = (0; -1,6; 1,4)$. Vector chỉ phương của Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Do $-1,6 \neq 0$ nên nó không song song với trục Oz

(c) Sai: Điều kiện cân bằng $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$

Mặt khác: $\vec{T}_1 = 330 \cdot \frac{\vec{DA}}{|\vec{DA}|}$ và $\vec{T}_2 = 330 \cdot \frac{\vec{DB}}{|\vec{DB}|}$

Vì $DA = DB = \sqrt{3,09}$

Suy ra $|\vec{F}| = \left| 330 \cdot \frac{\vec{DA} + \vec{DB}}{\sqrt{3,09}} \right| = \frac{330}{\sqrt{3,09}} \cdot |\vec{DA} + \vec{DB}| = \frac{330}{\sqrt{3,09}} \cdot \sqrt{0^2 + (-1,6)^2 + (1,4)^2} = 399,12 \text{ (N)}$

(d) Đúng: Gọi vị trí mới của tay có tọa độ $D'(0; y; 1, 2)$. Khi đó $\begin{cases} \vec{D'A} = (-1, 4; -y; 0, 7) \\ \vec{D'B} = (1, 4; -y; 0, 7) \end{cases}$

Để góc giữa hai dây bằng $90^\circ \Leftrightarrow \vec{D'A} \cdot \vec{D'B} = 0 \Leftrightarrow y^2 = 1,47 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1,2124 \\ y = -1,2124 \end{cases}$

Vị trí đứng tập ở chiều dương nên $y_D = 1,21 \text{ (m)}$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1}$, có đồ thị (C) .

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x + 1$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 2026]$ bằng -4 .

HDG

(a) Sai.

Ta có: $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1} = -x + 1 - \frac{4}{x - 1} \Rightarrow y' = -1 + \frac{4}{(x - 1)^2} = \frac{4 - (x - 1)^2}{(x - 1)^2}$.

$y' = 0 \Rightarrow 4 - (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1); (1; 3)$.

(b) Sai.

Từ BBT suy ra: Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-1; 4)$ và $B(3; -4)$.

Ta có: $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-4)^2} = 4\sqrt{5}$.

c) **Đúng.** $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x-1} = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x + 1$.

(d) Đúng.

Từ BBT suy ra GTLN của hàm số trên đoạn $[2; 2026]$ bằng -4 khi $x = 3$.

Câu 4. Một hãng công nghệ dự định tung ra thị trường một loại tai nghe không dây mới. Chi phí sản xuất mỗi chiếc tai nghe là 500 nghìn đồng với giá bán ra niêm yết là 1,2 triệu đồng. Bộ phận bán hàng ước tính rằng, số lượng tai nghe bán được $n(x)$ phụ thuộc vào chi phí quảng cáo x (đơn vị: triệu đồng) theo công thức $n(x) = A + 40 \cdot \ln(1+x)$. Biết rằng nếu chi $(e^2 - 1)$ triệu đồng cho quảng cáo thì bán được 190 sản phẩm.

a) $A = 110$.

b) Hàm lợi nhuận của hãng (tính theo triệu đồng) là $L(x) = 77 + 28 \cdot \ln(1+x) - x$.

c) Khi chi phí quảng cáo đang ở mức 10 triệu đồng thì lợi nhuận đạt 150 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số tiền chi cho quảng cáo là 26,799 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

HDG

(a) Đúng:

Khi $x = (e^2 - 1)$ thì $n = 190$ nên $A + 40 \cdot \ln(e^2) = 190 \Rightarrow A = 110$

(b) Đúng: Lợi nhuận = (Lãi trên 1 sản phẩm x Số lượng bán) - Chi phí quảng cáo

Hàm lợi nhuận: $L(x) = (1,2 - 0,5) \cdot [110 + 40 \cdot \ln(1+x)] - x \Leftrightarrow L(x) = 77 + 28 \cdot \ln(1+x) - x$

(c) Sai: $L(10) = 77 + 28 \cdot \ln(1+10) - 10 = 134,14... \approx 134$ triệu đồng

(d) Đúng: Đạo hàm của hàm lợi nhuận $L(x) = \frac{28}{1+x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 27$.

Khi $x = 27$ thì $n(27) = 110 + 40 \cdot \ln(1+27) \approx 243,288 \notin \mathbb{Z}$

(trong thực tế sản phẩm phải là số nguyên).

Ta cần chọn số sản phẩm bán ra là số nguyên: 243 sản phẩm hoặc 244 sản phẩm

Hàm chi phí quảng cáo lúc này là: $x = e^{\frac{n-110}{40}} - 1$

Với 243 sản phẩm bán ra thì $x \approx 26,799$ triệu đồng $\Rightarrow L = 143,301$ triệu đồng

Với 244 sản phẩm bán ra thì $x \approx 27,503$ triệu đồng $\Rightarrow L = 143,297$ triệu đồng

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN III

Câu 1. Một công ty môi trường nhận thấy mức độ ô nhiễm $P(t)$ của một dòng sông sau t tháng xử lý được mô hình hóa bởi $P(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t + 100$ ($0 \leq t \leq 12$). Tốc độ giảm ô nhiễm được định nghĩa là $v(t) = -P'(t)$. Hãy tìm thời điểm t (tháng) mà tại đó tốc độ giảm ô nhiễm đạt giá trị lớn nhất.

HDG

$$v(t) = -P'(t) = -t^2 + 10t - 16 \Rightarrow v'(t) = -2t + 10 = 0 \Rightarrow t = 5$$

Câu 2. Trong kế hoạch vận hành thử nghiệm phân đoạn dài 290 km thuộc dự án đường sắt tốc độ cao, các kỹ sư cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \leq v \leq 350$) để đạt hiệu quả kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của đoàn tàu là $P(v) = 5v^3$ (W). Giá điện kinh doanh ưu đãi là 2 nghìn đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân lực, bảo trì và các chi phí quản lý khác, được tính là 197780 nghìn đồng cho mỗi giờ tàu chạy. Số lượng khách mua vé phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số: $N(v) = v + 610$ (hành khách). Giá vé bình quân cho phân đoạn này là 1 triệu đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến tàu trên phân đoạn này là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

HDG

1. Thiết lập hàm lợi nhuận $L(v)$:

+) Thời gian chạy tàu: $t = \frac{290}{v}$ (giờ).

+) Doanh thu: $R(v) = (v + 610) \cdot 1.000.000 = 1.000.000v + 610.000.000$ (VNĐ).

+) Chi phí điện năng:

Điện năng tiêu thụ (kWh): $E = \frac{5v^3}{1000} \cdot \frac{290}{v} = 1,45v^2$.

Tiền điện: $C_1(v) = 1,45v^2 \cdot 2.000 = 2.900v^2$ (VNĐ).

+) Chi phí cố định: $C_2(v) = 197.780.000 \cdot \frac{290}{v} = \frac{57.356.200.000}{v}$ (VNĐ).

2. Hàm Lợi nhuận: $L(v) = 1.000.000v + 610.000.000 - 2.900v^2 - \frac{57.356.200.000}{v}$

3. Tìm cực trị:

Đạo hàm $L'(v)$:

$$L'(v) = 1.000.000 - 5.800v + \frac{57.356.200.000}{v^2}$$

$$L'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 290$$

Vậy vận tốc khai thác tối ưu: 290 km/h.

Khi đó: số lượng khách: $N(290) = 290 + 610 = \mathbf{900}$ khách.

Lợi nhuận ròng tối đa: $\approx 458.330.000$ VNĐ/chuyến.

Câu 3. Một trang trại quy hoạch trồng bưởi da xanh và cam sành trên tổng diện tích tối đa là 9 ha. Để trồng 1 ha bưởi da xanh cần 30 công lao động và 20 triệu đồng tiền vốn. Để trồng 1 ha cam sành cần 10 công lao động và 60 triệu đồng tiền vốn. Trang trại hiện có tối đa 210 công lao động và nguồn vốn đầu tư không vượt quá 420 triệu đồng. Lợi nhuận thu được ước tính là 50 triệu/ha bưởi da xanh và 40 triệu/ha cam sành. Hãy xác định mức lợi nhuận tối đa có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

HDG

Gọi x là diện tích trồng Bưởi da xanh (ha).

Gọi y là diện tích trồng Cam sành (ha).

Điều kiện: $x \geq 0; y \geq 0$.

+) **Lập hệ bất phương trình mô tả các ràng buộc**

1. Về diện tích: Tổng diện tích tối đa là 9 ha.

$$x + y \leq 9 \quad (1)$$

2. Về nhân công:

Bưởi tốn 30x công, Cam tốn 10y công. Tổng tối đa 210 công.

$$30x + 10y \leq 210 \Leftrightarrow 3x + y \leq 21 \quad (2)$$

3. Về vốn đầu tư:

Bưởi tốn 20x triệu, Cam tốn 60y triệu. Tổng tối đa 420 triệu.

$$20x + 60y \leq 420 \Leftrightarrow x + 3y \leq 21 \quad (3)$$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 3y \leq 21 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

+) Xác định hàm mục tiêu (Lợi nhuận)

$$F(x, y) = 50x + 40y \quad (\text{triệu đồng})$$

+) Tìm tọa độ các đỉnh của miền nghiệm

miền nghiệm là ngũ giác OABCD với các đỉnh: $O(0;0)$, $A(7;0)$, $B(6;3)$, $C(3;6)$, $D(0;7)$.

+) Tính giá trị lợi nhuận tại các đỉnh

Thay vào hàm $F(x, y) = 50x + 40y$:

$$\text{Tại } O(0;0): F = 0$$

$$\text{Tại } A(7;0): F = 50(7) + 40(0) = 350 \text{ (triệu)}$$

$$\text{Tại } B(6;3): F = 50(6) + 40(3) = 300 + 120 = \mathbf{420 \text{ (triệu)}}$$

$$\text{Tại } C(3;6): F = 50(3) + 40(6) = 150 + 240 = 390 \text{ (triệu)}$$

$$\text{Tại } D(0;7): F = 50(0) + 40(7) = 280 \text{ (triệu)}$$

Kết luận: Mức lợi nhuận tối đa là 420 triệu đồng.

Để đạt được mức này, nông trại cần trồng 6 ha Bưởi da xanh và 3 ha Cam sành.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 6$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

HDG

1. Dựng mặt phẳng song song:

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua C kẻ đường thẳng song song với BD , cắt đường thẳng AD kéo dài tại E .

Khi đó $BD \parallel CE \Rightarrow BD \parallel (SCE)$.

Suy ra $d(SC, BD) = d(BD, (SCE)) = d(D, (SCE))$.

2. Mối liên hệ khoảng cách:

Tứ giác $BDCE$ là hình bình hành (vì $BC \parallel DE$ và $BD \parallel CE$).

Suy ra $DE = BC = AD = 6$. Vậy D là trung điểm AE .

$$d(D, (SCE)) = \frac{DE}{AE} \cdot d(A, (SCE)) = \frac{1}{2} d(A, (SCE)).$$

3. Tính khoảng cách từ A đến (SCE):

Kẻ $AK \perp CE$ tại K . Kẻ $AH \perp SK$ tại H . ta có $AH = d(A, (SCE))$.

$$\text{Diện tích } \triangle ACE: S_{ACE} = \frac{1}{2} AB \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (6+6) = 18.$$

$$\text{Cạnh } CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{Đường cao } AK = \frac{2 \cdot S_{ACE}}{CE} = \frac{36}{3\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}}.$$

Trong $\triangle SAK$ vuông tại A :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{(3\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(12/\sqrt{5})^2} = \frac{1}{27} + \frac{5}{144} = \frac{16+15}{432} = \frac{31}{432}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{\frac{432}{31}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{31}}.$$

4. Kết quả:

$$d(SC, BD) = \frac{1}{2} AH = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{31}} \approx 1,866 \approx \mathbf{1,87}.$$

Câu 5. Một hộp đựng 30 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn. (Làm tròn đến hàng phần mười).

HDG

Tổng số cách chọn 4 lá thăm từ 30 lá là: $n(\Omega) = C_{30}^4 = 27.405$.

- Tập Chẵn (E): Gồm 15 số. Trong đó có 1 số nguyên tố (số 2) và 14 số còn lại.
- Tập Lẻ (O): Gồm 15 số. Trong đó có 9 số nguyên tố $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ và 6 số còn lại.

Tổng 4 số là chẵn khi số lượng số lẻ được chọn là 0, 2, hoặc 4:

- 4 số chẵn: $C_{15}^4 = 1365$.

- 2 chẵn, 2 lẻ: $C_{15}^2 \cdot C_{15}^2 = 105 \cdot 105 = 11.025$.

- 4 số lẻ: $C_{15}^4 = 1365$.

$$\Rightarrow N_{\text{chẵn}} = 1365 + 11.025 + 1365 = 13.755 \text{ (cách)}.$$

Loại bỏ các trường hợp vi phạm (có 0 hoặc 1 số nguyên tố). Ta chỉ xét trong nhóm các bộ số có tổng chẵn:

- Trường hợp 0 số nguyên tố (n_0):

- o 4 số chẵn (không phải SNT): $C_{14}^4 = 1001$.

o2 chẵn, 2 lẻ (không phải SNT): $C_{14}^2 \cdot C_6^2 = 91 \cdot 15 = 1365$.

o4 số lẻ (không phải SNT): $C_6^4 = 15$.

$$\Rightarrow n_0 = 1001 + 1365 + 15 = 2381 \text{ (cách)}.$$

• Trường hợp 1 số nguyên tố (n_1):

o SNT là số 2: Cần chọn thêm 3 số không là SNT sao cho tổng chẵn (3 chẵn hoặc 1 chẵn 2 lẻ).

$$C_1^1 \cdot (C_{14}^3 + C_{14}^1 \cdot C_6^2) = 1 \cdot (364 + 14 \cdot 15) = 574.$$

o SNT là số lẻ (9 số): Cần chọn thêm 3 số không là SNT sao cho tổng lẻ (để cộng với SNT lẻ ra tổng chẵn). Tức là chọn 3 chẵn hoặc 1 chẵn 2 lẻ.

$$9 \cdot (C_{14}^2 \cdot C_6^1 + C_6^3) = 9 \cdot (91 \cdot 6 + 20) = 5094.$$

$$\Rightarrow n_1 = 574 + 5094 = 5668 \text{ (cách)}.$$

Số kết quả thuận lợi: $n(A) = 13.755 - (2381 + 5668) = 5706$.

Xác suất: $P(A) = \frac{5706}{27.405} \approx 0,2082$. Kết quả: $P = 0,2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

Máy bay A: Đang ở vị trí $M(0;0;9)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(1200;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 800$ km/h.

Máy bay B: Đang ở vị trí $P(103;-97;12)$, bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(703;103;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 200\sqrt{10}$ km/h.

Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay (làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị: km).

HĐG

+) $\overrightarrow{MN}(1200;0;0)$. Vectơ vận tốc $\vec{v}_1(800;0;0)$.

Tọa độ máy bay A tại thời điểm t : $A(t) = (800t;0;9)$

+) $\overrightarrow{PQ} = (600;200;0)$. Vectơ vận tốc của nó là: $\vec{v}_2 = (600;200;0)$

Tọa độ của máy bay B tại thời điểm t : $B(t) = (103 + 600t; -97 + 200t; 12)$

Ta có $\overrightarrow{AB}(t) = (103 - 200t; 200t - 97; 3)$

Bình phương khoảng cách giữa hai máy bay là $f(t) = |\overrightarrow{AB}(t)|^2 = (103 - 200t)^2 + (200t - 97)^2 + 3^2$:

$$f'(t) = -41200 + 80000t + 80000t - 38800 = 160000t - 80000$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 160000t = 80000 \Leftrightarrow t = 0,5 \text{ (giờ)},$$

Tại thời điểm $t = 0,5 \Rightarrow \overline{AB}(3;3;3)$.

Khoảng cách thực tế ngắn nhất là: $d = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,1961\dots$

Làm tròn đến hàng phần trăm, ta được kết quả: **5,2**.

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>