

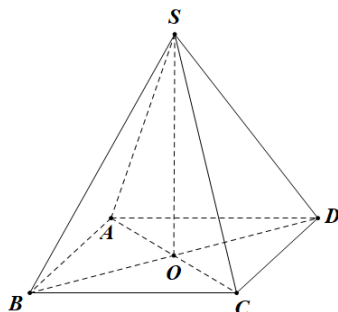
Họ và tên học sinh: ..... Số báo danh: .....

**PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM** (5,0 điểm–Thời gian: 30 phút, mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án)

**Câu 1.** Theo số liệu thống kê đầu năm 2022, diện tích Thành phố Hà Nội là  $3360 \text{ km}^2$  và mật độ dân số là  $2511 \text{ người / km}^2$ , tỉ lệ tăng dân số là  $r = 1,4\%$ . Biết rằng sau  $t$  năm tính từ đầu năm 2022, dân số Hà Nội được tính theo công thức  $S = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số dân của năm lấy làm mốc. Giả sử tỉ lệ tăng dân số  $r$  không đổi theo các năm, hỏi đến đầu năm bao nhiêu thì dân số của Hà Nội đạt ngưỡng 13 triệu người?

- A. 2053.                      B. 2051.                      C. 2050.                      D. 2052.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Số đo góc giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $BC$  bằng

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(2x+1) = 2$  là

- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = \frac{5}{2}$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = \frac{3}{2}$ .

**Câu 4.** Với những giá trị nào của  $a$  thì  $(a-1)^{\frac{4}{5}} > (a-1)^{\frac{1}{2}}$ ?

- A.  $a \in (1; 2)$ .                      B.  $a > 2$ .                      C.  $a > 1$ .                      D.  $a \in (0; 1)$ .

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  là

- A.  $D = [1; +\infty)$ .                      B.  $D = (1; +\infty)$ .                      C.  $D = \mathbb{R}$ .                      D.  $D = (0; +\infty)$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm  $T$  của phương trình  $5^x = -5$  là

- A.  $T = \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ .                      B.  $T = \{-1\}$ .                      C.  $T = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .                      D.  $T = \emptyset$ .

**Câu 7.** Cho số  $a > 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Tập xác định của hàm số  $y = \log_a x$  là  $\mathbb{R}$ .  
B. Tập giá trị của hàm số  $y = a^x$  là  $\mathbb{R}$ .  
C. Tập giá trị của hàm số  $y = \log_a x$  là  $\mathbb{R}$ .  
D. Tập xác định của hàm số  $y = a^x$  là  $(0; +\infty)$ .

**Câu 8.** Cho hai số dương  $x, y$  và hai số thực  $m, n$ . Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A.  $(x^m)^n = x^{m^n}$ .                      B.  $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ .                      C.  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ .                      D.  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ .

**Câu 9.** Cho các số dương  $a, b, c$  và  $a \neq 1$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

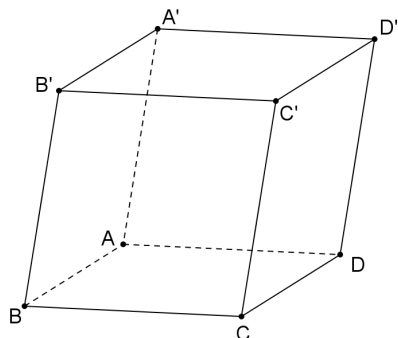
A.  $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ .

B.  $\log_a(bc) = \log_a b - \log_a c$ .

C.  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ .

D.  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_c a$ .

**Câu 10.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A.  $BB' \perp BD$ .

B.  $A'C' \perp BD$ .

C.  $A'B \perp C'D$ .

D.  $BC' \perp A'D$ .

**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2mx + 1)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

A.  $m \in (-\infty; 1)$ .

B.  $m \in (-1; 1)$ .

C.  $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

D.  $m \in [-1; 1]$ .

**Câu 12.** Cho các số thực  $a, b$  lớn hơn 1 và thỏa mãn  $8\log_2^2 a + (\log_a b - 1)\log_a b + 2\log_2 \frac{b^3}{a} = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 4\log_2 a + \log_a(ab)$ .

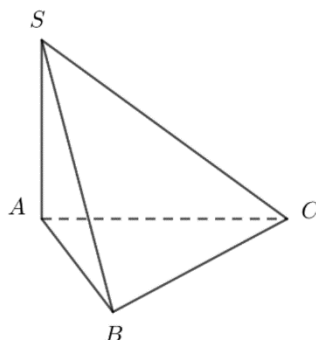
A.  $P = 5$ .

B.  $P = 2$ .

C.  $P = 1 + 2\log_2 3$ .

D.  $P = 3$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$  và  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

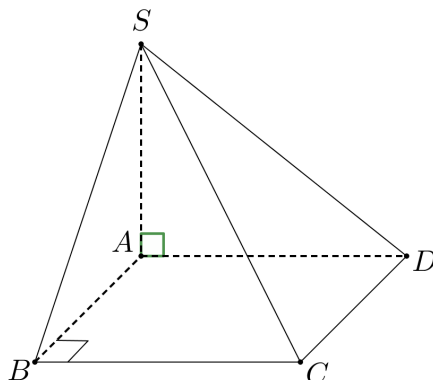
A.  $AB \perp (SBC)$ .

B.  $AB \perp (SAC)$ .

C.  $BC \perp (SAB)$ .

D.  $BC \perp (SAC)$ .

**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(SAD)$ ?

A.  $CD$ .

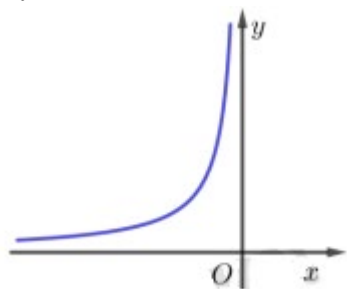
B.  $BC$ .

C.  $AC$ .

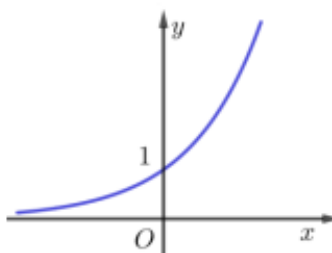
D.  $SC$ .

**Câu 15.** Cho số  $a > 1$ . Đồ thị hàm số  $y = a^x$  có dạng nào sau đây?

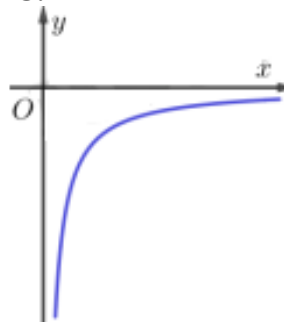
A.



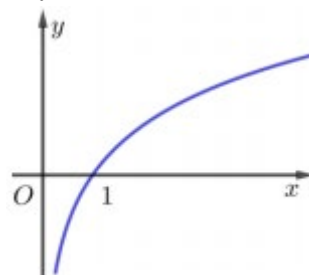
B.



C.



D.



**Câu 16.** Số nghiệm của phương trình  $\log_7(-x^2 + 3x + 2) = \log_7(x - 1)$  là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 17.** Cho số dương  $a$  khác 1. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A.  $\log_a a = 0$ .

B.  $\log_a a = a$ .

C.  $\log_a a = 1$ .

D.  $\log_a a = \frac{1}{a}$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  đều và  $SC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A.  $BC \perp (SAB)$ .

B.  $AB \perp (SAD)$ .

C.  $SH \perp (ABCD)$ .

D.  $CD \perp (SHK)$ .

**Câu 19.** Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

**Câu 20.** Cho số dương  $a$ . Biểu thức  $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$  bằng

A.  $a^{\frac{7}{6}}$ .

B.  $a^{\frac{1}{3}}$ .

C.  $a^{\frac{4}{3}}$ .

D.  $a^{\frac{1}{6}}$ .

**PHẦN 2: TỰ LUẬN (5,0 điểm – Thời gian làm: 30 phút)**

**Câu 21 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{1+2x}$ .

**Câu 22 (1,0 điểm).** Cho các số dương  $a, b$  khác 1 và thỏa mãn  $\log_a b = 3$ .

Tính giá trị biểu thức  $P = 494 \log_{a^3} b^4 + \log_a^2(ab^2)$ .

**Câu 23 (1,0 điểm).** Đặt  $x = \log_7 2$ , hãy biểu diễn  $T = \log_{28} 49$  theo  $x$ .

**Câu 24 (1,5 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $SA \perp (ABC)$ .

a) Chứng minh tam giác  $SBC$  là tam giác vuông.

b) Biết rằng  $AB = AS = a$ , tính góc giữa đường thẳng  $SB$  với mặt phẳng  $(SAC)$ .

**Câu 25 (0,5 điểm).** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2 - (m+2)x} = 5^{27}$  có hai nghiệm phân biệt

$a$  và  $b$  thỏa mãn điều kiện  $\log_a(b^{\log_a b}) - 2 \log_{\sqrt{a}} b + 4 = 0$ .

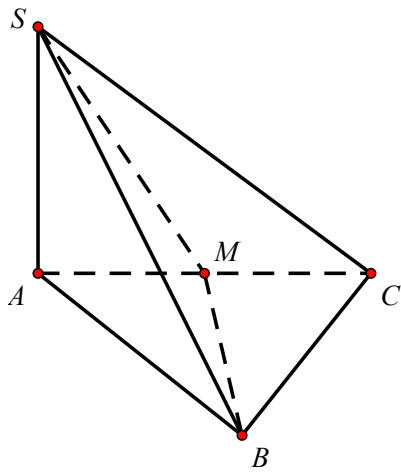
----- HẾT -----

**Đáp án phần trắc nghiệm:**

| Câu | Mã 841 | Mã 842 | Mã 843 | Mã 844 |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| 1   | D      | D      | A      | A      |
| 2   | D      | A      | D      | B      |
| 3   | B      | D      | A      | D      |
| 4   | D      | B      | D      | B      |
| 5   | C      | B      | C      | C      |
| 6   | B      | C      | B      | D      |
| 7   | B      | B      | B      | C      |
| 8   | B      | C      | C      | A      |
| 9   | A      | A      | C      | C      |
| 10  | A      | C      | D      | A      |
| 11  | C      | D      | B      | B      |
| 12  | C      | C      | C      | B      |
| 13  | C      | A      | B      | B      |
| 14  | A      | A      | B      | A      |
| 15  | C      | C      | C      | B      |
| 16  | A      | D      | D      | C      |
| 17  | D      | B      | B      | C      |
| 18  | C      | A      | D      | B      |
| 19  | B      | D      | C      | A      |
| 20  | B      | B      | A      | A      |

**Đáp án phần tự luận:**

| Câu                  | Nội dung                                                                                                                          | Điểm |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 21<br>(1,0 điểm)     | Giải phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{1+2x}$ .                                                                       |      |
|                      | $\Leftrightarrow 3^{-x} = 3^{1+2x}$ .                                                                                             | 0,25 |
|                      | $\Leftrightarrow -x = 1 + 2x$ .                                                                                                   | 0,25 |
|                      | $\Leftrightarrow -3x = 1$ .                                                                                                       | 0,25 |
|                      | $\Leftrightarrow x = \frac{-1}{3}$ . Vậy $x = \frac{-1}{3}$ là nghiệm duy nhất.                                                   | 0,25 |
| 22<br>(1,0 điểm)     | Cho các số dương $a, b$ khác 1 và thỏa mãn $\log_a b = 3$ .<br>Tính giá trị biểu thức $P = 494 \log_{a^3} b^4 + \log_a^2(ab^2)$ . |      |
|                      | $P = 494 \cdot \frac{4}{3} \log_a b + (\log_a a + 2 \log_a b)^2$                                                                  | 0,5  |
|                      | $P = 494 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 + (1 + 2 \cdot 3)^2 = 2025$ .                                                                  | 0,5  |
| Câu 23<br>(1,0 điểm) | Đặt $x = \log_7 2$ , hãy biểu diễn $T = \log_{28} 49$ theo $x$ .                                                                  |      |
|                      | $T = \frac{\log_7 49}{\log_7 28}$                                                                                                 | 0,25 |
|                      | $T = \frac{2}{\log_7 4 + \log_7 7}$                                                                                               | 0,25 |
|                      | $T = \frac{2}{2 \log_7 2 + 1}$                                                                                                    | 0,25 |
|                      | $T = \frac{2}{2x + 1}$                                                                                                            | 0,25 |

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <p>Câu 24<br/>(1,5 điểm)</p> | <p>Cho hình chóp <math>S.ABC</math> có đáy là tam giác vuông cân tại <math>B</math> và <math>SA \perp (ABC)</math>.<br/>a) Chứng minh tam giác <math>SBC</math> là tam giác vuông.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|                              | Do $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                              | Có $BC$ vuông góc với $SA, AB$ , và $SA$ cắt $AB$ trong mặt phẳng $(SAB)$ nên suy ra $BC \perp (SAB)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,5  |
|                              | Do $BC \perp (SAB)$ nên suy ra $BC \perp SB$ , vậy tam giác $SBC$ vuông tại $B$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|                              | b) Biết rằng $AB = AS = a$ , tính góc giữa đường thẳng $SB$ với mặt phẳng $(SAC)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
|                              | <p>Gọi <math>M</math> là trung điểm <math>AC</math>, do tam giác <math>ABC</math> cân tại <math>B</math> nên <math>BM \perp AC</math>.<br/>Từ đó chứng minh được <math>M</math> là hình chiếu của <math>B</math> trên <math>(SAC)</math>.<br/>Vậy góc giữa <math>SB</math> với <math>(SAC)</math> bằng góc <math>\widehat{BSM}</math>.</p> <p>Có tam giác <math>ABC</math> vuông cân tại <math>B</math> nên <math>AC = a\sqrt{2}</math>.<br/> Có <math>\begin{cases} SB = a\sqrt{2} \\ BM = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}</math> nên <math>\sin BSM = \frac{BM}{SB} = \frac{1}{2}</math>,<br/> suy ra góc giữa <math>SB</math> với <math>(SAC)</math> bằng <math>30^\circ</math>.</p> | 0,25 |
| <p>Câu 25<br/>(0,5 điểm)</p> | <p>Tìm giá trị của tham số <math>m</math> để phương trình <math>\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-(m+2)x} = 5^{27}</math> có hai nghiệm phân biệt <math>a</math> và <math>b</math> thỏa mãn điều kiện <math>\log_a(b^{\log_a b}) - 2\log_{\sqrt{a}} b + 4 = 0</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|                              | <p><math>\log_a(b^{\log_a b}) - 2\log_{\sqrt{a}} b + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_a^2 b - 4\log_a b + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2</math><br/> Vậy ta cần tìm <math>m</math> để phương trình <math>x^2 - (m+2)x + 27 = 0</math> có hai nghiệm <math>a, b</math> dương, phân biệt, khác 1, và thỏa mãn <math>b = a^2</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|                              | <p>Giả sử phương trình có hai nghiệm <math>a, b</math>, theo định lý Viète, ta có:</p> $\begin{cases} a+b=m+2 \\ ab=27 \\ a^2=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=m+2 \\ a^3=27 \\ a^2=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=9 \\ m+2=12 \Leftrightarrow m=10 \end{cases}$ <p>Thử lại <math>m=10</math>, ta thấy phương trình <math>x^2 - 12x + 27 = 0</math> có hai nghiệm 3; 9 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy <math>\boxed{m=10}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |