

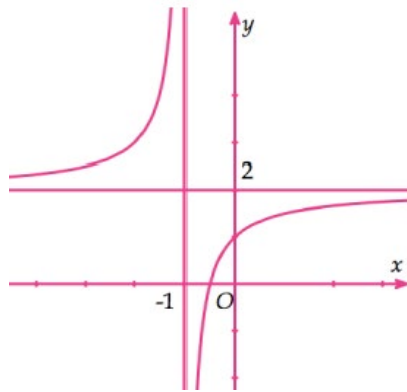
ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi
001

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình:



- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2		1	

Diagram showing the function values at the boundaries of the intervals defined by the critical points: $-\infty \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow -\infty$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -4$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng là

- A. -3072 . B. -13 . C. -17 . D. 768 .

Câu 4. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- A. $19(m/s)$. B. $22(m/s)$. C. $11(m/s)$. D. $9(m/s)$.

Câu 5. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

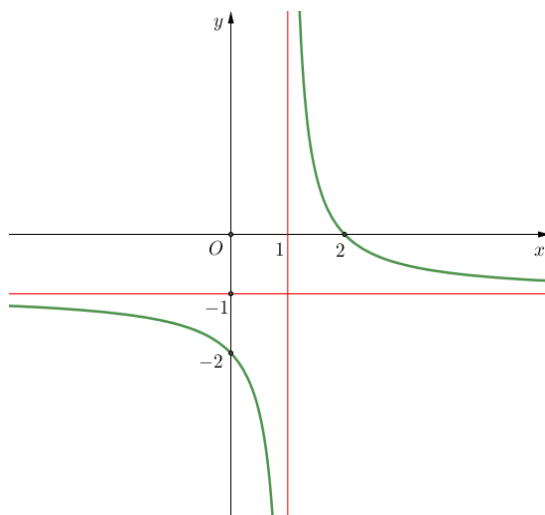
Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[11; 13)$. B. $[13; 15)$. C. $[9; 11)$. D. $[7; 9)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc nhị diện $[S, DC, B]$ bằng:

- A. 90° B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ bằng:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1. D. -1.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

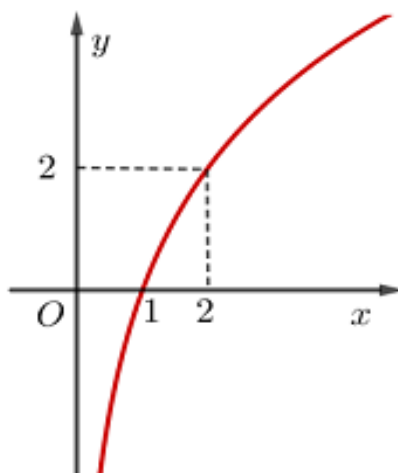
Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;2)$, $C(4;-3;0)$. Tọa độ điểm D là

- A. $(2;0;-5)$ B. $(6;0;-5)$ C. $(2;0;5)$ D. $(6;0;5)$

Câu 11. Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên



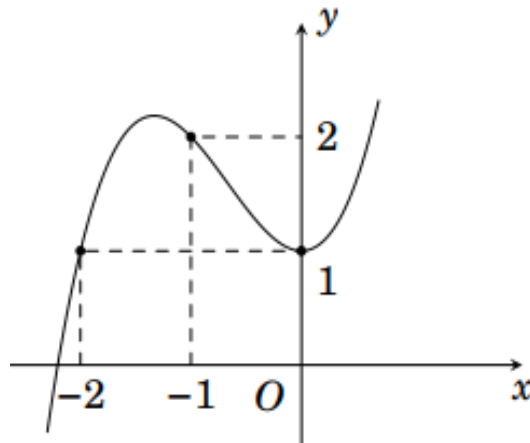
- A. $a = 2$ B. $a = \sqrt{2}$ C. $a = -\frac{1}{2}$ D. $a = \frac{1}{2}$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 9$. C. $x = 8$. D. $x = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

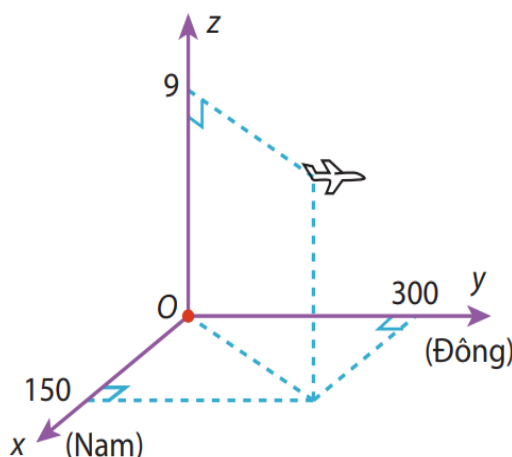


- a) $2a + 3b + c = 9$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- c) Tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 3
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $CC' = 4$.

- a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 8.
- b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và FE bằng $\frac{6}{7}$.
- c) Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng AC'
- d) Cosin của góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{3}{5}$.

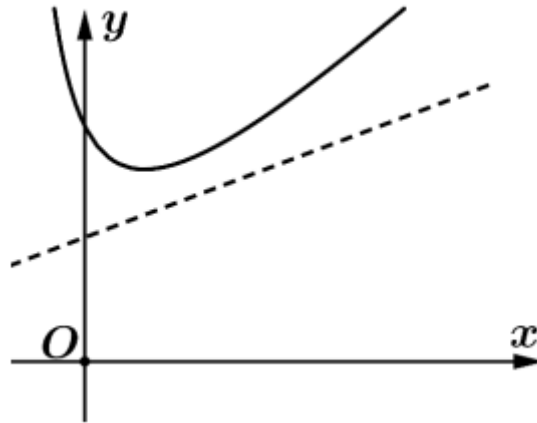
Câu 3. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km.



- a) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là 750 km/h , độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s . Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1086; 9)$.
- b) Tọa độ của máy bay vào lúc 9h30 phút là: $(300; 150; 9)$.
- c) Vào thời điểm 9h30 phút máy bay ở độ cao 9 km .

d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc 800km/h với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ $(686;150;9)$.

Câu 4. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm, là một phần của đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng với 100 sản phẩm, mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng với 1000 USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số đó là điểm $I\left(-1; \frac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị đó đi qua điểm $B(3;2)$.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

c) Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bằng hàm số $R(x) = x^2 + 2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm là 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất, số sản phẩm sản xuất được (làm tròn đến hàng đơn vị) là 25 sản phẩm.

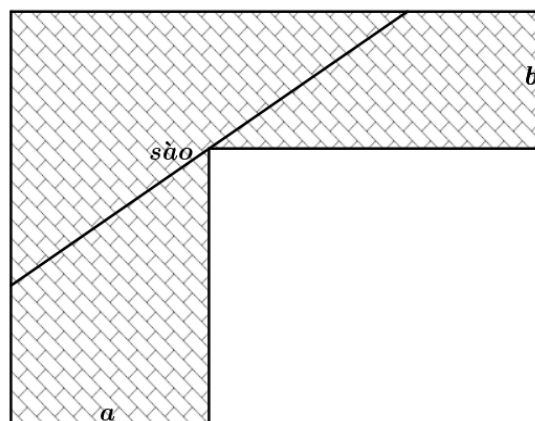
d) Hàm số có thể viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{1}{3}x + 1 + \frac{d}{x+1}$, với d là số thực thuộc R

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ADC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$, G là trọng tâm tam giác SAC . Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng: $\frac{a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m+n$?

Câu 2. Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8\text{m/s}^2$. Xác định độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 24$ và $b = 3$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

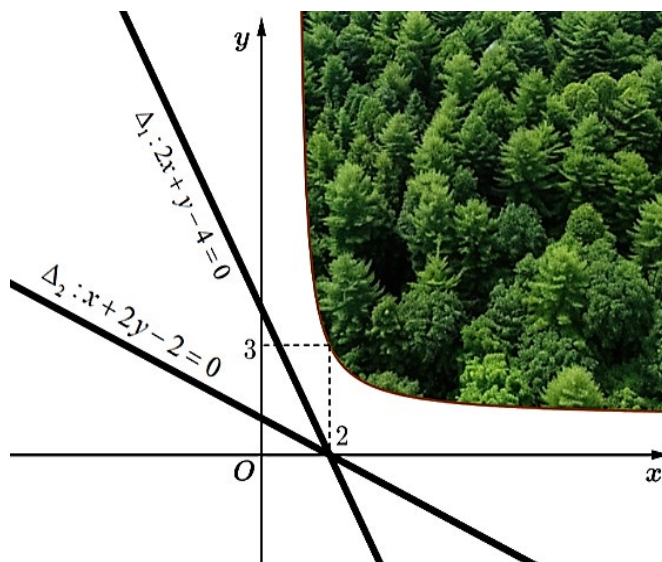


Câu 4. Trong cuộc gặp mặt dẫn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau.

Xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a - b$

Câu 5. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong $(C): y = \frac{x+a}{x+b}$

bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2; 3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1: 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2: x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$. Gọi đường thẳng tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt có phương trình: $x = a; y = b$. Khi đó tổng $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

---HẾT---

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi

111

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2			
	$-\infty$			1			$-\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 1)$.

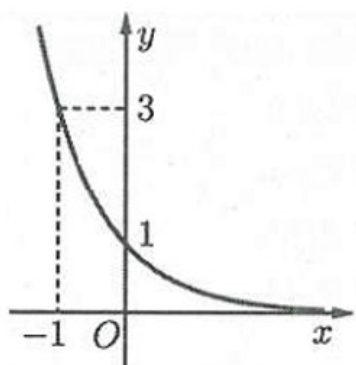
Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm A' thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho độ dài đoạn thẳng AA' ngắn nhất.

- A. $A'(0; 0; -1)$. B. $A'(0; 2; -1)$. C. $A'(-3; 0; 1)$. D. $A'(3; 0; -1)$.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{D'C'}$. C. $\overrightarrow{B'A'}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 4. Đồ thị hình bên dưới là của hàm số nào?



- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Câu 5. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

- A. $24m/s^2$. B. $17m/s^2$. C. $14m/s^2$. D. $12m/s^2$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_5 = 5$. Tìm công sai d .

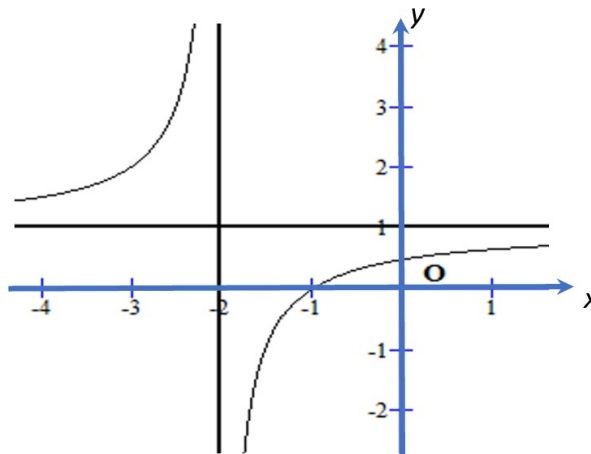
A. -8.

B. 8.

C. 2.

D. -2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó, $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ bằng

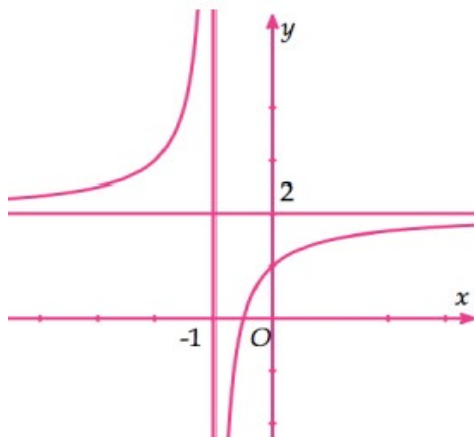
A. $+\infty$.

B. -2.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng ?



A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Số đo của góc nhị diện $[S, BC, D]$ bằng

A. 90°

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 11. Bất phương trình $\log_3(2x-1) < 3$ có nghiệm là

A. $x > 14$.

B. $x > \frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2} < x < 14$.

D. $x < 14$.

Câu 12. Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^\circ\text{C}$)	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$
Số ngày	7	15	12	6

Nhiệt độ trung bình là?

A. 25,456.

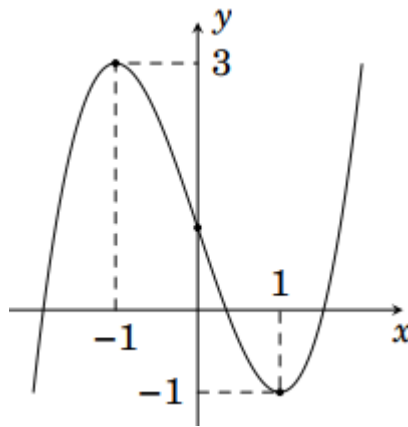
B. 23,021.

C. 24,775.

D. 22,036.

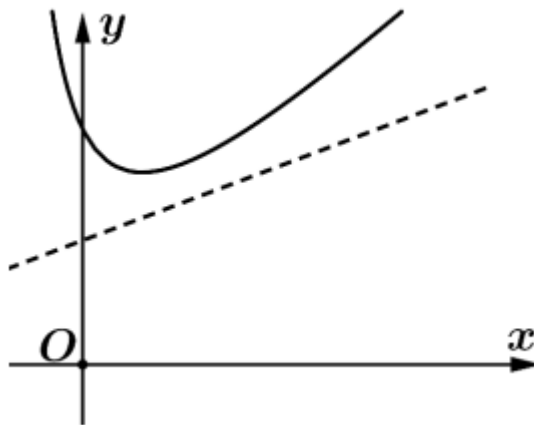
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$
- b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$
- c) $a - b + c + d = -1$
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 2. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm, là một phần của đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng với 100 sản phẩm, mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng với 1000 USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số đó là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị đó đi qua điểm $B(3;2)$



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$
- b) Hàm số có thể viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{2}{7}(x+4) + \frac{d}{2x+1}$, với d là số thực thuộc R
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$

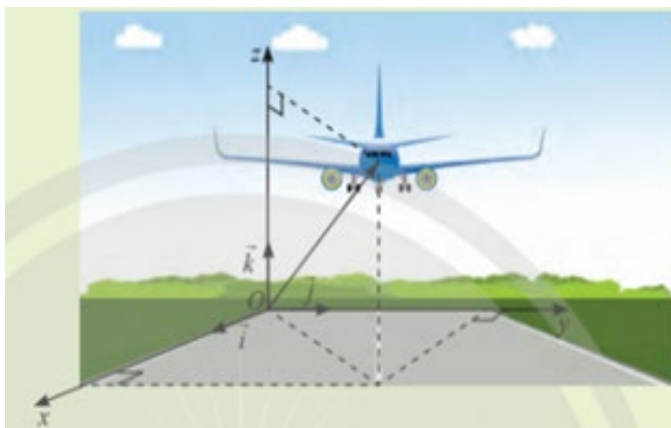
d) Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bằng hàm số $R(x) = x^2 + 2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm là 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất, số sản phẩm sản xuất được (làm tròn đến hàng đơn vị) là 325 sản phẩm.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $CC' = 4$.

- a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng $A'B$
- b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng $\frac{7}{6}$.
- c) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 24.

d) Côsin của góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 4. Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 6h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



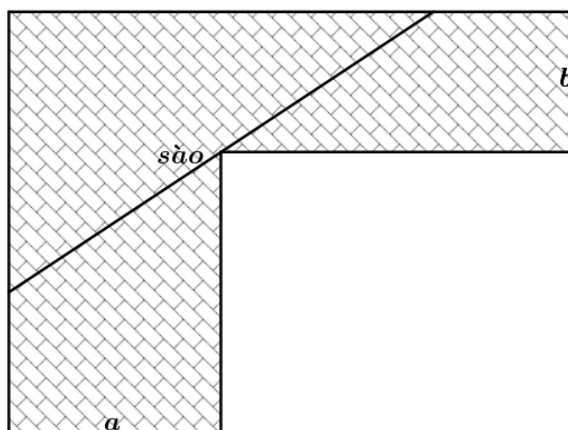
- a) Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
b) Tại thời điểm 6h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 140 km (sai số không quá 1km).
c) Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.
d) Tại thời điểm 7h độ cao của máy bay so với mặt đất là 7 km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}a$, G là trọng tâm tam giác SAC . Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng: $\frac{a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$?

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Gọi đường thẳng tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt có phương trình: $x = a; y = b$. Khi đó tổng $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 27m$ và $b = 8m$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu mét? (Làm tròn đến hàng phần chục)

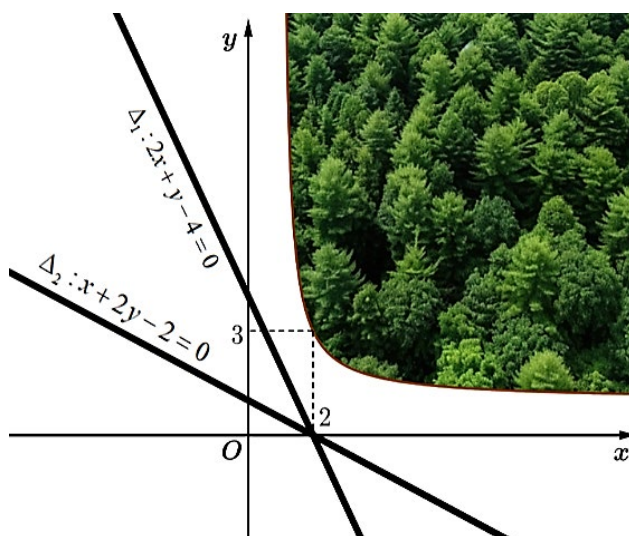


Câu 4. Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật, được tính theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), còn $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ

lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bưởi có khối lượng 2500gam (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong (C): $y = \frac{x+a}{2x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét

thì đường cong (C) đi qua điểm $(2; 3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1: 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2: x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 6. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau.

Xác suất để có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$?

----HẾT----

Câu hỏi	Mã đề thi			
	0001	0002	0003	0004
1	C	A	B	B
2	C	A	A	B
3	B	C	D	B
4	C	D	D	C
5	C	C	B	A
6	B	C	C	B
7	D	A	C	B
8	B	B	C	A
9	B	C	A	A
10	B	A	C	A
11	B	C	A	A
12	C	B	D	B
13	SSĐS	SĐĐS	SSĐS	SĐSĐ
14	SSĐĐ	ĐSSS	SĐSĐ	SSĐS
15	ĐSĐS	SSĐS	SSSĐ	SSĐĐ
16	SSSĐ	SĐSĐ	ĐSĐS	SĐSS
17	30	-25	-5	-25
18	4,41	-5	34,1	-5
19	33,5	4,41	30	4,41
20	-25	34,1	-25	34,1
21	34,1	30	33,5	30
22	-5	33,5	4,41	33,5

Câu hỏi	Mã đề thi			
	111	112	113	114
1	A	B	C	D
2	D	D	B	C
3	B	A	D	B
4	B	C	A	D
5	D	C	A	B
6	B	A	B	A
7	C	B	D	B
8	D	C	D	C
9	D	B	C	A
10	B	B	D	B
11	C	D	B	C
12	C	B	B	C
13	ĐĐĐĐ	SSĐĐ	ĐSSĐ	SSĐĐ
14	ĐĐSS	ĐĐĐĐ	SSSĐ	ĐĐĐĐ
15	SSSĐ	ĐSĐS	ĐĐĐĐ	ĐSSS
16	SSĐĐ	SĐSS	SĐĐS	SSĐĐ
17	5	24,5	24,5	5
18	5	88	46,9	24,5
19	46,9	34,5	5	5
20	24,5	5	88	88
21	34,5	46,9	34,5	34,5
22	88	5	5	46,9

Nguồn I

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -4$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng là

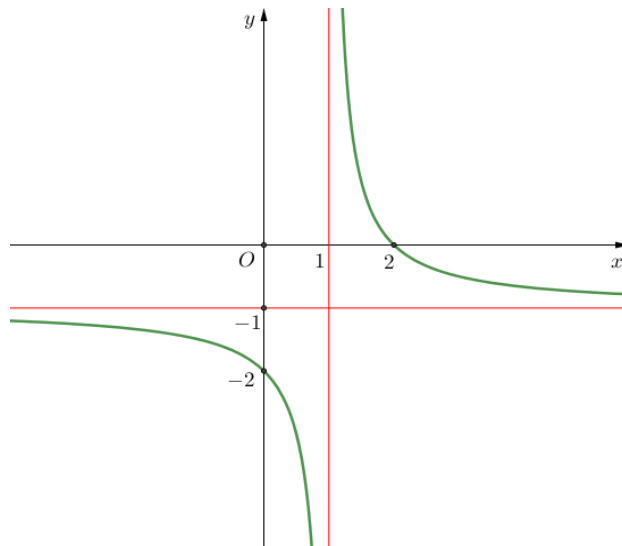
- A. 768.
- B. -13.**
- C. -3072.
- D. -17.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-4) = -13$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ bằng

- A. $+\infty$.
- B. $-\infty$.**
- C. 1.
- D. -1.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 9$.
- B. $x = 8$.**
- C. $x = 2$.
- D. $x = 3$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.
- B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
- C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.**

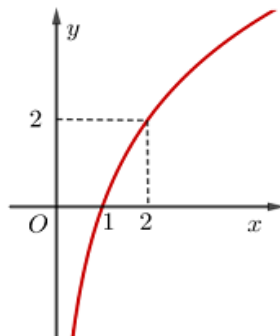
D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 5. Tìm a để hàm số $\log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên



A. $a = \sqrt{2}$

B. $a = 2$

C. $a = \frac{1}{2}$

D. $a = -\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 2) \Rightarrow \log_a 2 = 2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc nhị diện $[S, DC, B]$ bằng

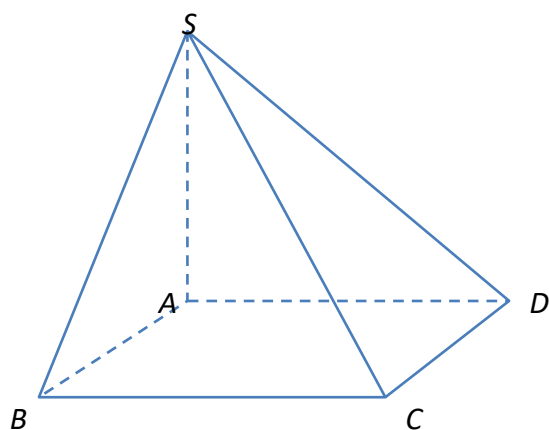
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải



Chọn C

$$[S, DC, B] = [S, DC, A] = \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

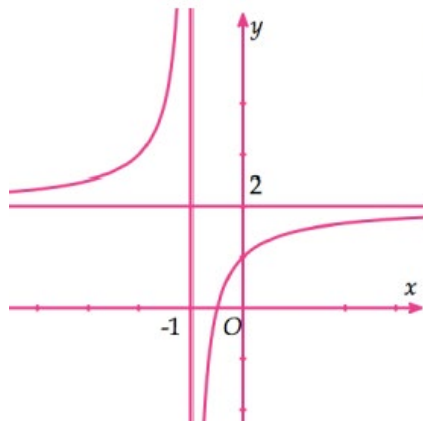
- A.** $(1; +\infty)$.
- B.** $(-1; 0)$.
- C.** $(-1; 1)$.
- D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng ?



- A.** $y = 2$.
- B.** $x = 1$.
- C.** $y = -2$.
- D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- A.** $22(m/s)$.
- B.** $19(m/s)$.
- C.** $9(m/s)$.
- D.** $11(m/s)$.

Lời giải

Chọn D

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) là: $v(2) = s'(2) = 11(m/s)$

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9).
- B. [9; 11).**
- C. [11; 13).
- D. [13; 15).

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

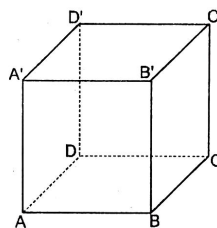
Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
- B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.**
- C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai Vectơ đối nhau.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;2)$, $C(4;-3;0)$. Tọa độ điểm D là

- A. $(2; 0; 5)$
- B. $(2; 0; -5)$
- C. $(6; 0; -5)$
- D. $(6; 0; 5)$

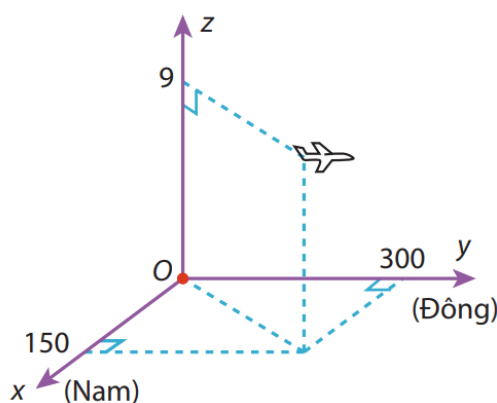
Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Suy ra $D(6; 0; -5)$

PHẦN II.

Câu 13. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



a) Máy bay đang ở độ cao $9km$.

b) Tọa độ của máy bay $(300; 150; 9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750km/h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc $10m/s$. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30phút máy bay ở tọa độ $(150; 1086; 9)$.

d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc $800km/h$ với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ $(686; 150; 9)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Dựa vào hình vẽ ta thấy máy bay đang ở độ cao $9km$. **Suy ra ý a) Đúng.**

b) Máy bay ở tọa độ $(150; 300; 9)$. **Suy ra ý b) Sai.**

c) Vận tốc gió $10m/s = 36km/h$

Quãng đường máy bay bay được là: $750 + 36 = 786km$

Do đó tọa độ của máy bay là: $(150; 1086; 9)$. **Suy ra ý c) Đúng.**

d) Quãng đường máy bay bay được là: $800 \cdot \frac{1}{2} = 400km$. Do đó tọa độ máy bay là $(150; 686; 9)$. **Suy ra**

ý d) Sai.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $CC' = 4$.

a) Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng AC'

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 8.

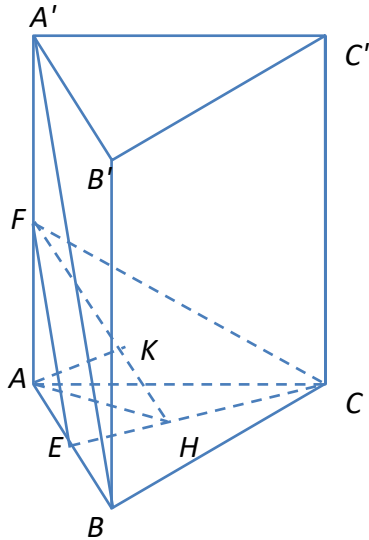
c) Côsin của góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{3}{5}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và FE bằng $\frac{6}{7}$.

Lời giải

a) Đúng: vì AB vuông góc với mp (ACA')

b) Sai



Tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$

$$\Rightarrow V_{lưu} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 12$$

c) Đúng

Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\angle A'CA$

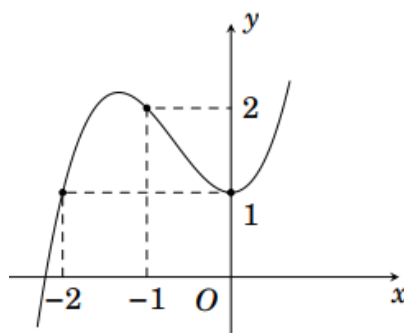
$$\Rightarrow \cos \widehat{A'CA} = \frac{AC}{A'C} = \frac{3}{\sqrt{9+16}} = \frac{3}{5}$$

d) Sai

$$d(A'C, FE) = d(FE, (A'BC)) = d(E; (A'BC)) = \frac{1}{2} d(A; (A'BC)) = \frac{1}{2} d$$

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{61}{144} \Rightarrow d = \frac{12}{\sqrt{61}} \Rightarrow d(A'C, FE) = \frac{6}{\sqrt{61}}.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



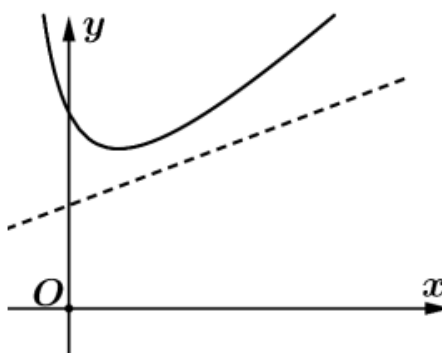
- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- b) Tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 3
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- d) $2a + 3b + c = 9$

Lời giải

- a) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$
- b) Đúng:
- c) Sai: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; x_0)$ với $-2 < x_0 < -1$
- d) Sai: Đồ thị đi qua ba điểm $(-2; 1); (-1; 2); (0; 1)$ và đạt cực trị tại $x = 1$ nên ta được hệ:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ -a + b - c + d = 2 \\ d = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = 0; d = 1 \Rightarrow 2a + 3b + c = 8$$

Câu 16. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm, là một phần của đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng với 100 sản phẩm, mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng với 1000 USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số đó là điểm $I\left(-1; \frac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị đó đi qua điểm $B(3; 2)$.



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

c) Hàm số có thể viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{1}{3}x + 1 + \frac{d}{x+1}$, với d là số thực thuộc R

d) Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bằng hàm số $R(x) = x^2 + 2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm là 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất, số sản phẩm sản xuất được (làm tròn đến hàng đơn vị) là 25 sản phẩm.

Lời giải

a) Sai; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

Gọi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = ax + b$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} -a + b = \frac{2}{3} \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 1 \end{cases}$ nên đường tiệm cận xiên là $y = \frac{1}{3}x + 1$

Hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ được viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{1}{3}x + 1 + \frac{d}{x+1}$

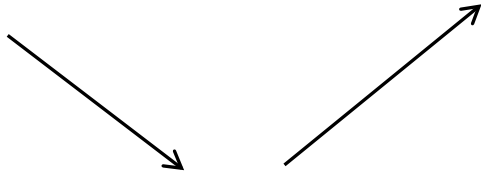
Lợi nhuận = Doanh thu - Chi phí $\Leftrightarrow P(x) = R(x) - f(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - \frac{1}{3}x - 1 - \frac{d}{x+1}$

Theo giả thiết lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD.

Khi đó $P(2) = 5,25 \Leftrightarrow \frac{19}{3} - \frac{d}{3} = 5,25 \Leftrightarrow d = \frac{13}{4} = 3,25$

Vậy $f(x) = \frac{1}{3}x + 1 + \frac{3,25}{x+1}$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{3} - \frac{3,25}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{39}}{2} - 1 \text{ (loại)} \\ x = \frac{\sqrt{39}}{2} - 1 \text{ (nhận)} \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\sqrt{39}-2}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Vậy số sản phẩm khi chi phí đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{\sqrt{39}-2}{2} \cdot 100 \approx 212$ sản phẩm.

Phần III.

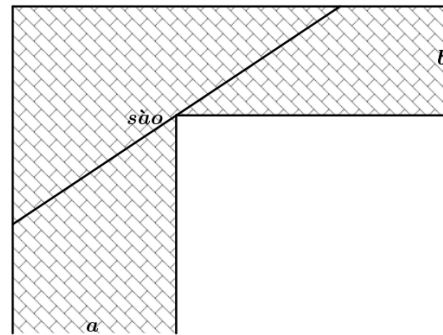
Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$. Gọi đường thẳng tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

lần lượt có phương trình: $x = a$; $y = b$. Khi đó tổng $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

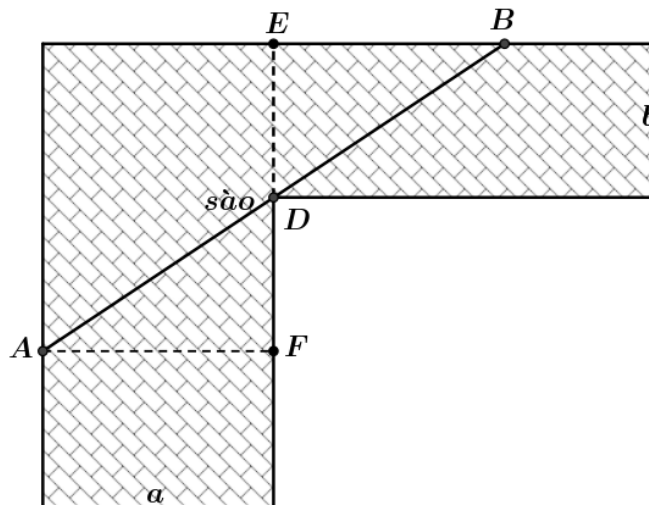
Đáp án: -5

Câu 18. Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 24$ và $b = 3$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 33,5



Đặt các điểm như hình vẽ.

Đặt $DF = x$, $x > 0$, ta có $\triangle ADF$ đồng dạng với $\triangle BED$ nên $\frac{EB}{ED} = \frac{AF}{DF} \Rightarrow EB = \frac{ab}{x}$

Gọi l là chiều dài của que sào, ta có $l^2 = AB^2 = (x+b)^2 + \left(a + \frac{ab}{x}\right)^2 = f(x)$.

Đạo hàm:

$$f'(x) = 2(x+b) - 2\frac{ab}{x^2}\left(a + \frac{ab}{x}\right) = 2(x+b)\left(1 - \frac{a^2b}{x^3}\right); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a^2b} = 12.$$

Dễ dàng suy ra được $\min f(x) = f(12) = 1125$

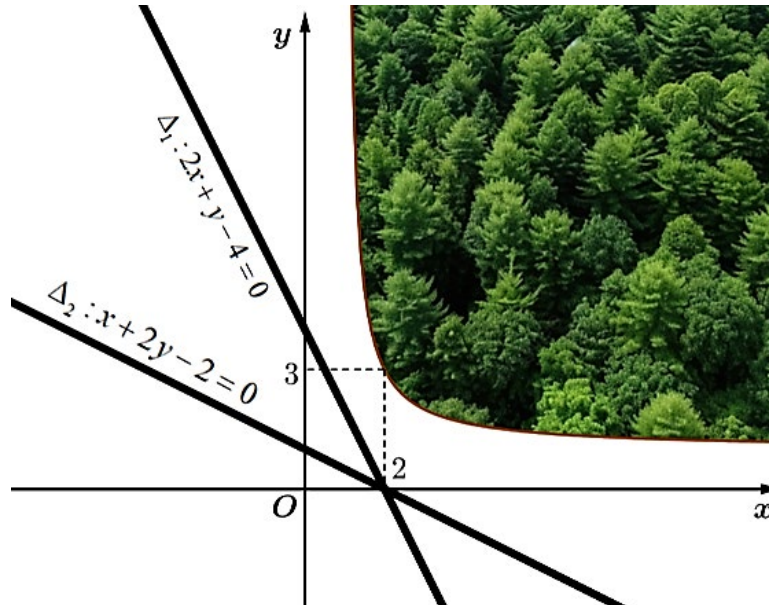
Vậy giá trị nhỏ nhất của que sào là $l = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5} \approx 33,5$.

Câu 19. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong (C):

$y = \frac{x+a}{x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét

thì đường cong (C) đi qua điểm $(2; 3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng

thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2 : x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp án: 34,1

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -b = 1 \Rightarrow b = -1$.

Khi đó đồ thị hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ qua $(2; 3) \Rightarrow 3 = \frac{2+a}{2-1} \Rightarrow a = 1$; hàm số là $\boxed{y = \frac{x+1}{x-1}}$ (C).

Ta nhận thấy để khoảng cách từ điểm m thuộc khu vườn đến hai đường thẳng là nhỏ nhất thì điểm M phải thuộc đồ thị hàm số.

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0+1}{x_0-1}\right) \in (C), x_0 > 1$. Tổng khoảng cách từ M đến hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là

$$d = d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2) = \frac{\left|2x_0 + \frac{x_0+1}{x_0-1} - 4\right|}{\sqrt{5}} + \frac{\left|x_0 + 2 \cdot \frac{x_0+1}{x_0-1} - 2\right|}{\sqrt{5}};$$

$$\sqrt{5}d = \left|\frac{2x_0^2 - 5x_0 + 5}{x_0 - 1}\right| + \left|\frac{x_0^2 - x_0 + 4}{x_0 - 1}\right| = \frac{2x_0^2 - 5x_0 + 5}{x_0 - 1} + \frac{x_0^2 - x_0 + 4}{x_0 - 1}$$

$$(\text{vì } \begin{cases} 2x_0^2 - 5x_0 + 5 > 0 \\ x_0 - 1 > 0 \\ x_0^2 - x_0 + 4 > 0 \end{cases}, \forall x_0 > 1).$$

$$\text{Đặt } \sqrt{5}d = \frac{3x_0^2 - 6x_0 + 9}{x_0 - 1} = g(x) \text{ với } x > 1.$$

Ta có: $g'(x) = \frac{3x_0^2 - 6x_0 - 3}{(x_0 - 1)^2}$; $g'(x) = 0 \Rightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 3 = 0 \Rightarrow x_0 = 1 + \sqrt{2} > 1$.

Ta có: $\min_{(1; +\infty)} g(x) = g(1 + \sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{5}d \geq 6\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{d \geq \frac{6\sqrt{10}}{5}}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x_0 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow M(1 + \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.

Khoảng cách OM trên thực tế là $10 \times \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2})^2} = 10 \times (1 + \sqrt{2})\sqrt{2} \approx \boxed{34,1}$ mét.

Câu 20. Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là vector gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Xác định độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải:

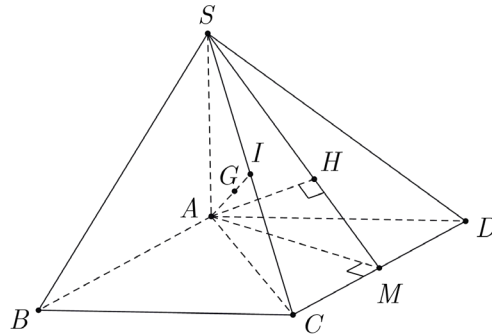
Đáp án: 4,41

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả bóng: $P = mg = 0,45 \cdot 9,8 = 4,41 \text{ N}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ADC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$, G là trọng tâm tam giác SAC . Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng: $\frac{a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$?

Lời giải:

Đáp số : 30



Gọi M, I lần lượt là trung điểm CD, SC .

Theo giả thiết ta có tam giác ACD đều. Suy ra $AM = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Kê $AH \perp SM$ ($H \in SM$) thì $AH \perp (SCD)$.

Ta có $GI = \frac{1}{3}AI$ nên $d(G, (SCD)) = \frac{1}{3}d(A, (SCD)) = \frac{1}{3}AH$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{AM \cdot SA}{\sqrt{AM^2 + SA^2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \sqrt{3}a}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + 3a^2}} = \frac{\sqrt{15}a}{15}$$

Vậy $d(G, (SCD)) = \frac{\sqrt{15}a}{15}$.

Câu 22. Trong cuộc gặp mặt dẫn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a - b$

Lời giải

Đáp án: -25 .

Số cách xếp 10 bạn học sinh trong đội tuyển thi HSG vào một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau là $10! \Rightarrow n(\Omega) = 10!$!

Xét các biến cố: A : "Không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau".

$\bar{A}$: "Có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau".

A_1 : " Học sinh lớp 12A ngồi đối diện nhau".

A_2 : "Học sinh lớp 12B ngồi đối diện nhau".

$A_1 \cap A_2$: "Học sinh 12A ngồi đối diện nhau và học sinh 12B ngồi đối diện nhau".

$$\Rightarrow \bar{A} = A_1 \cup A_2 \Rightarrow n(\bar{A}) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2).$$

Sắp xếp 2 hs lớp 12A ngồi vào hai ghế đối diện nhau, hoán đổi vị trí của 2 hs, sau đó sắp xếp 8 hs còn lại $\Rightarrow n(A_1) = C_5^1 \cdot 2! \cdot 8!$.

Từ 3 hs lớp 12B, chọn ra 2 hs sắp xếp 2 hs này ngồi vào hai ghế đối diện, sau đó sắp xếp 8 hs còn lại

$$\Rightarrow n(A_2) = A_3^2 \cdot C_5^1 \cdot 8!.$$

Sự kiện cả 12A và 12B đều có một cặp ngồi đối diện (các cặp ghế phải khác nhau):

Chọn cặp ghế cho 12A: 5 cách.

Chọn cặp ghế khác cho 12B: còn 4 cách.

Chọn 2 trong 3 học sinh 12B để tạo cặp đối diện: $C_3^2 = 3$

Sắp xếp trong mỗi cặp: 2! cho 12A và 2! cho 12B.

Các 6 học sinh còn lại sắp xếp vào 6 ghế còn lại: $6!$.

Vậy

$$\Rightarrow n(A_1 \cap A_2) = 5 \cdot 4 \cdot C_3^2 = 3 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 6!.$$

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2) = 1440000.$$

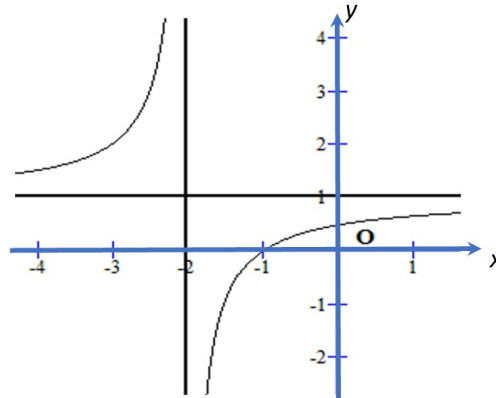
$$\Rightarrow n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 2188800 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{38}{63} \Rightarrow a - b = -25.$$

Nguồn II

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_5 = 5$. Tìm công sai d .

- A. -8 .
- B. 8 .
- C. -2 .
- D. 2 .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó, $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ bằng

- A. $+\infty$.
- B. $-\infty$.
- C. 1 .
- D. -2 .

Câu 3. Bất phương trình $\log_3(2x-1) < 3$ có nghiệm là

- A. $x > \frac{1}{2}$.
- B. $x > 14$.
- C. $x < 14$.
- D. $\frac{1}{2} < x < 14$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

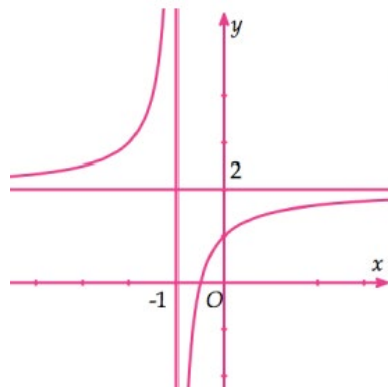
D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng ?



A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

A. $12m/s^2$.

B. $17m/s^2$.

C. $24m/s^2$.

D. $14m/s^2$.

Lời giải:

Chọn A

Ta có: Vận tốc của chuyển động $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 5$.

Gia tốc của chuyển động $a(t) = v'(t) = 6t - 6$. Khi $t = 3 \Rightarrow a(t) = 12m/s^2$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.

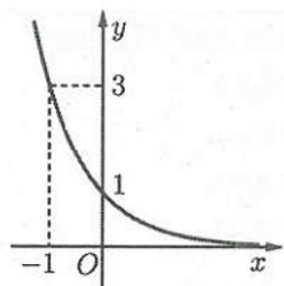
D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$\cot x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 8. Đồ thị hình bên dưới là của hàm số nào?



A. $y = (\sqrt{3})^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số có TXĐ: $D = \mathbb{R}$, tập giá trị $T = (0; +\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (loại **A** và **C**).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$ (loại **B**).

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Số đo của góc nhị diện $[S, BC, D]$ bằng

A. 45° .

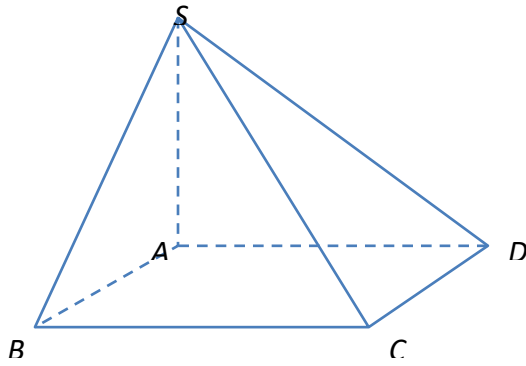
B. 30° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải:

Chọn A



$$[S, BC, D] = [S, BC, A] = \widehat{SBA} = 45^\circ.$$

Câu 10. Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$
Số ngày	7	15	12	6

Nhiệt độ trung bình là?

- A. 25,456.
- B. 24,775.**
- C. 23,021.
- D. 22,036.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng giá trị đại diện là:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$
Số ngày	7	15	12	6
Giá trị đại diện	20,5	23,5	26,5	29,5

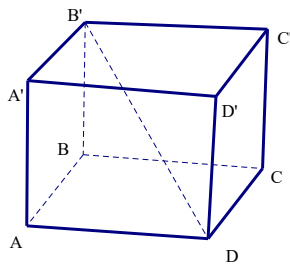
Nhiệt độ trung bình là: $\frac{7 \cdot 20,5 + 15 \cdot 23,5 + 12 \cdot 26,5 + 6 \cdot 29,5}{40} = 24,775$

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$.**
- B. $\overrightarrow{BA}$.
- C. $\overrightarrow{CD}$.
- D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Để dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm A' thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho độ dài đoạn thẳng AA' ngắn nhất.

- A.** $A'(0; 0; -1)$.
- B.** $A'(0; 2; -1)$.
- C.** $A'(3; 0; -1)$.
- D.** $A'(-3; 0; 1)$.

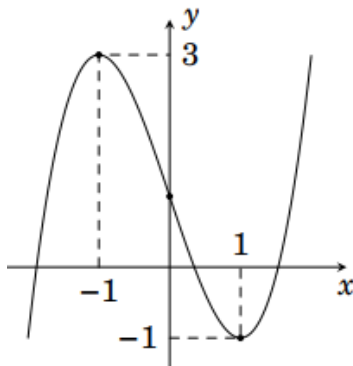
Lời giải

Chọn C

AA' ngắn nhất nên A' là hình chiếu của A lên mp (Oxz) . Vậy $A'(3; 0; -1)$

PHẦN II.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a)** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- b)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
- c)** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; 1)$
- d)** $a - b + c + d = -1$

Lời giải

- a)** Đúng: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- b)** Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

c) Đúng: Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(-1;3)$ và $(1;-1)$ suy ra toạ độ tâm đối xứng là $(0;1)$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0;1)$.

d) Đúng: Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ hình vẽ ta có:
$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

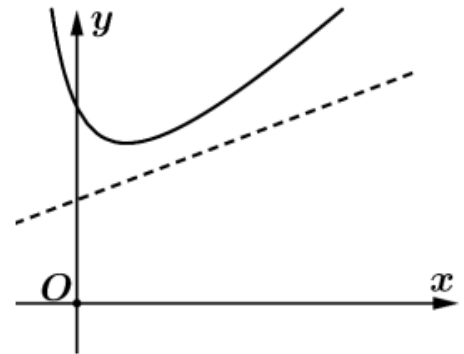
Giải hệ này ta được $a = 1; b = 0; c = -3; d = 1$. Vậy $T = a - b + c + d = -1$

Câu 14. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm, là một phần của đồ thị của

hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục

hoành tương ứng với 100 sản phẩm, mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng với 1000 USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm

số đó là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị đó đi qua điểm $B(3;2)$.



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$

c) Hàm số có thể viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{2}{7}(x+4) + \frac{d}{2x+1}$, với d là số thực thuộc R

d) Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bằng hàm số $R(x) = x^2 + 2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm là 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất, số sản phẩm sản xuất được (làm tròn đến hàng đơn vị) là 325 sản phẩm.

Hướng dẫn giải

a) Đúng; b) Sai; c) Đúng. d) Sai.

Gọi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = ax + b$

Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b = 1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ b = \frac{8}{7} \end{cases}$$

Suy ra cận xiên của hàm số có dạng $y = \frac{2}{7}(x+4)$

Hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + e}$ được viết lại dưới dạng $f(x) = \frac{2}{7}(x+4) + \frac{d}{2x+1}$

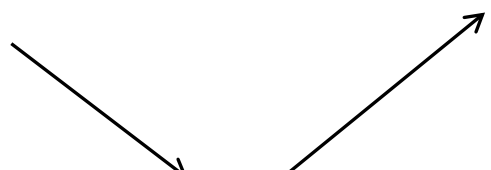
$$\text{Lợi nhuận} = \text{Doanh thu} - \text{Chi phí} \quad P(x) = R(x) - f(x) = x^2 + 2x - \frac{2}{7}(x+4) - \frac{d}{2x+1}$$

Theo giả thiết lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250USD.

$$\text{Khi đó } P(2) = 5,25 \Leftrightarrow \frac{44}{7} - \frac{d}{5} = 5,25 \Leftrightarrow d = \frac{145}{28}$$

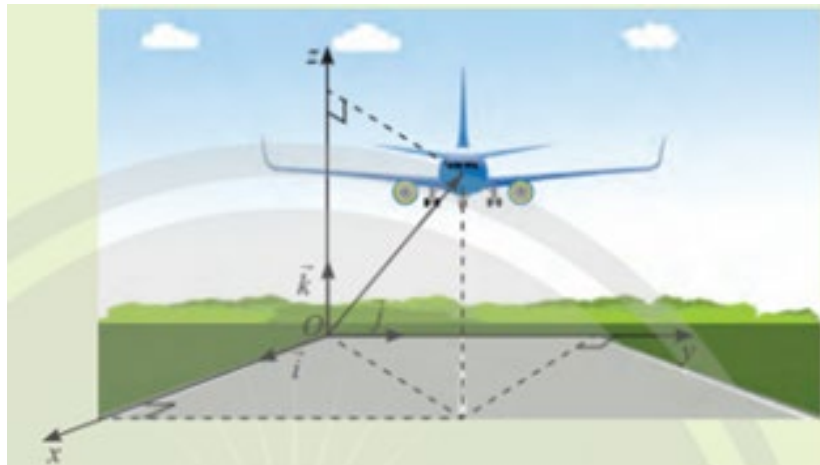
$$\text{Vậy } f(x) = \frac{2}{7}(x+4) + \frac{145}{28} \cdot \frac{1}{2x+1} \text{ có đạo hàm } f'(x) = \frac{2}{7} - \frac{290}{28(2x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{145}-2}{4} (\text{nhan}) \\ x = \frac{-\sqrt{145}-2}{4} (\text{loai}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\sqrt{145}-2}{4}$	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$				$+\infty$

Vậy số sản phẩm khi chi phí đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{\sqrt{145}-2}{4} \cdot 100 \approx 251$ sản phẩm.

Câu 15. Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 6h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



a) Tại thời điểm 6h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 140 km (sai số không quá 1km).

- b)** Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250;1020;0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- c)** Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400;300;-5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450;1520;0)$.
- d)** Tại thời điểm 7h độ cao của máy bay so với mặt đất là 7 km.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) $\overrightarrow{OM} = (50;120;4) \Rightarrow OM = \sqrt{50^2 + 120^2 + 4^2} \approx 130,06$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và trạm không lưu tại thời điểm 6h xấp xỉ 130km. **Suy ra ý a) Sai.**

b) Ta có $\overrightarrow{OM} + 2\vec{v} = (650;920;10)$.

Vậy tại thời điểm 8h, tọa độ của máy bay là $M_2 (650;920;10)$

Ta có: $\overrightarrow{M_2F} = (600;100;10) \Rightarrow M_2F = \sqrt{600^2 + 100^2 + 10^2} \approx 608,36$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và tháp truyền hình F xấp xỉ 600km. **Suy ra ý b) Sai.**

c) Từ độ cao 10km, với tốc độ hạ độ cao là 5km/h thì máy bay cần 2h để đáp xuống đất.

Ta có: $\overrightarrow{OM_2} + 2\vec{v}_2 = (1450;1520;0)$.

Vậy tọa độ của máy bay khi đáp xuống là $M_3 (1450;1520;0)$. **Suy ra ý c) Đúng.**

d) Ta có $\overrightarrow{OM} + \vec{v} = (350;520;7)$

Tại thời điểm 7h, tọa độ của máy bay là $M_1 (350;520;7)$

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 7km. **Suy ra ý d) Đúng.**

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AA' . Cho biết $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $CC' = 4$.

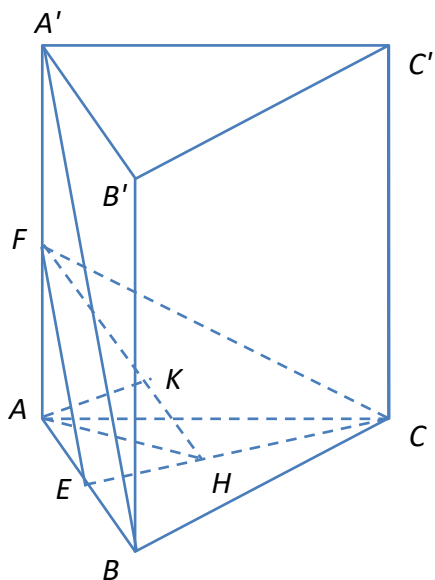
a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng $A'B$

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 24.

c) Côsin của góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng $\frac{7}{6}$.

Hướng dẫn giải



a) Sai

b) Sai

Tam giác ABC vuông tại A $\Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$

$$\Rightarrow V_{lưu} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 12$$

c) Đúng

Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\angle A'BA$

$$\Rightarrow \cos \widehat{A'BA} = \frac{AB}{A'B} = \frac{2}{\sqrt{4+16}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

d) Sai

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng khoảng cách giữa $A'B$ và (EFC)

$$\Rightarrow d(A'B, CE) = d(A'B, (EFC)) = d(B, (EFC)) = d(A, (EFC)) = AK$$

Với H là hình chiếu của A lên EC, K là hình chiếu của A lên FH.

$$\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{49}{36} \Rightarrow AK = \frac{6}{7}.$$

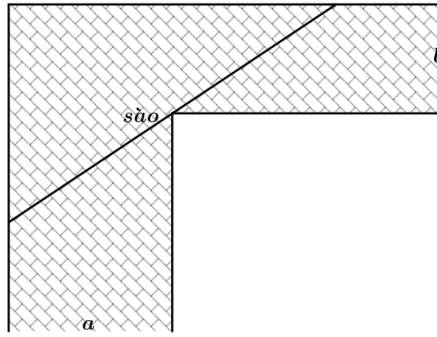
PHẦN III.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Gọi đường thẳng tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt có phương trình: $x = a; y = b$. Khi đó tổng $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

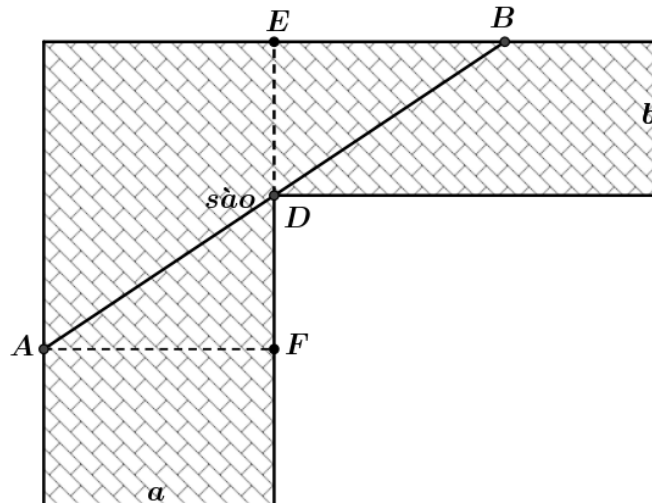
Đáp án: 5

Câu 18. Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 27m$ và $b = 8m$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu mét? Làm tròn đến hàng phần chục?



Lời giải

Đáp án : 46,9



Đặt các điểm như hình vẽ.

Đặt $DF = x$, $x > 0$, ta có $\triangle ADF$ đồng dạng với $\triangle BED$ nên $\frac{EB}{ED} = \frac{AF}{DF} \Rightarrow EB = \frac{ab}{x}$

Gọi l là chiều dài của que sào, ta có $l^2 = AB^2 = (x+b)^2 + \left(a + \frac{ab}{x}\right)^2 = f(x)$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2(x+b) - 2\frac{ab}{x^2}\left(a + \frac{ab}{x}\right) = 2(x+b)\left(1 - \frac{a^2b}{x^3}\right)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a^2b} = 18$.

Đễ dàng suy ra được $\min f(x) = f(18) = 2197$

Vậy giá trị nhỏ nhất của que sào là $l = \sqrt{2197} = 13\sqrt{13} \approx 46,9$.

Câu 19. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong (C):

$y = \frac{x+a}{2x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét

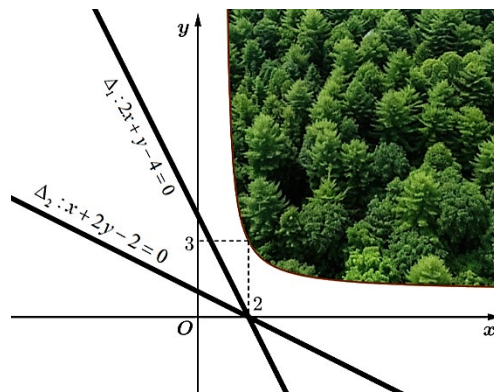
thì đường cong (C) đi qua điểm $(2; 3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$. Hàng ngày anh Điệp phải

dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$

và $\Delta_2 : x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí

$M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường

Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Hướng dẫn giải

Đáp án: 34,5

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{b}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -1$.

Khi đó đồ thị hàm số $y = \frac{x+a}{2x-1}$ qua $(2; 3) \Rightarrow 3 = \frac{2+a}{2 \cdot 2 - 1} \Rightarrow a = 7$; hàm số là $y = \frac{x+7}{2x-1}$ (C).

Ta nhận thấy để khoảng cách từ điểm M thuộc khu vườn đến hai đường thẳng là nhỏ nhất thì điểm M phải thuộc đồ thị hàm số.

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0+7}{2x_0-1}\right) \in (C), x_0 > \frac{1}{2}$. Tổng khoảng cách từ M đến hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là

$$d = d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2) = \frac{\left|2x_0 + \frac{x_0+7}{2x_0-1} - 4\right|}{\sqrt{5}} + \frac{\left|x_0 + 2 \cdot \frac{x_0+7}{2x_0-1} - 2\right|}{\sqrt{5}};$$

$$\sqrt{5}d = \left|\frac{4x_0^2 - 9x_0 + 11}{2x_0 - 1}\right| + \left|\frac{2x_0^2 - 3x_0 + 16}{2x_0 - 1}\right| = \frac{4x_0^2 - 9x_0 + 11}{2x_0 - 1} + \frac{2x_0^2 - 3x_0 + 16}{2x_0 - 1} \quad (\text{vì}$$

$$\begin{cases} 4x_0^2 - 9x_0 + 11 > 0 \\ 2x_0 - 1 > 0 \\ 2x_0^2 - 3x_0 + 16 > 0 \end{cases}, \forall x_0 > \frac{1}{2}).$$

Đặt $\sqrt{5}d = \frac{6x_0^2 - 12x_0 + 27}{2x_0 - 1} = g(x)$ với $x_0 > \frac{1}{2}$.

Ta có: $g'(x) = \frac{12x_0^2 - 12x_0 - 42}{(2x_0 - 1)^2}$; $g'(x) = 0 \Rightarrow 12x_0^2 - 12x_0 - 42 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{1 + \sqrt{15}}{2} > \frac{1}{2}$.

Ta có: $\min_{(1; +\infty)} g(x) = g\left(\frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right) = 3\sqrt{15} - 3 \Rightarrow \sqrt{5}d \geq 3\sqrt{15} - 3 \Rightarrow \boxed{d \geq \frac{-3\sqrt{5} + 15\sqrt{3}}{5}}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x_0 = \frac{1 + \sqrt{15}}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1 + \sqrt{15}}{2}; \frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right)$.

Khoảng cách OM trên thực tế là $10 \times \sqrt{\left(\frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right)^2} \approx \boxed{34,5}$ mét.

Câu 20. Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật, được tính theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), còn $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bưởi có khối lượng 2500 gam (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

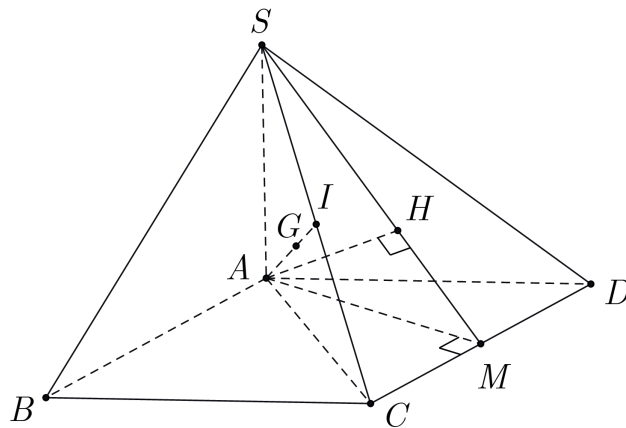
Đáp án: 24,5

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả bưởi: $P = mg = 2,5.9,8 = 24,5N$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}a$, G là trọng tâm tam giác SAC . Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng: $\frac{a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$?

Lời giải:

Đáp số : 5



Gọi M, I lần lượt là trung điểm CD, SC .

Theo giả thiết ta có tam giác ACD đều. Suy ra $AM = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a$.

Kẻ $AH \perp SM$ ($H \in SM$) thì $AH \perp (SCD)$.

Ta có $GI = \frac{1}{3} AI$ nên $d(G, (SCD)) = \frac{1}{3} d(A, (SCD)) = \frac{1}{3} AH$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{AM \cdot SA}{\sqrt{AM^2 + SA^2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a \cdot \sqrt{6}a}{\sqrt{3a^2 + 6a^2}} = \frac{\sqrt{2}a}{3}$$

$$\text{Vậy } d(G, (SCD)) = \frac{\sqrt{2}a}{3}.$$

Câu 22. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kê trên ngòai vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Xác suất để có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$?

Lời giải

Đáp án: 88.

Số cách xếp 10 bạn học sinh trong đội tuyển thi HSG vào một bàn dài mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau là $10! \Rightarrow n(\Omega) = 10! !$

Xét các biến cố:

A : "Có học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau".

A_1 : " Học sinh lớp 12A ngồi đối diện nhau".

A_2 : "Học sinh lớp 12B ngồi đối diện nhau".

$A_1 \cap A_2$: "Học sinh 12A ngồi đối diện nhau và học sinh 12B ngồi đối diện nhau".

$$\Rightarrow A = A_1 \cup A_2 \Rightarrow n(A) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2).$$

Sắp xếp 2 hs lớp 12A ngồi vào hai ghế đối diện nhau, hoán đổi vị trí của 2 hs, sau đó sắp xếp 8 hs còn lại $\Rightarrow n(A_1) = C_5^1 \cdot 2! \cdot 8!.$

Từ 3 hs lớp 12B, chọn ra 2 hs sắp xếp 2 hs này ngồi vào hai ghế đối diện, sau đó sắp xếp 8 hs còn lại

$$\Rightarrow n(A_2) = A_3^2 \cdot C_5^1 \cdot 8!.$$

Sự kiện cả 12A và 12B đều có một cặp ngồi đối diện (các cặp ghế phải khác nhau):

Chọn cặp ghế cho 12A: 5 cách.

Chọn cặp ghế khác cho 12B: còn 4 cách.

Chọn 2 trong 3 học sinh 12B để tạo cặp đối diện: $C_3^2 = 3$

Sắp xếp trong mỗi cặp: 2! cho 12A và 2! cho 12B.

Các 6 học sinh còn lại sắp xếp vào 6 ghế còn lại: 6!.

Vậy

$$\Rightarrow n(A_1 \cap A_2) = 5 \cdot 4 \cdot C_3^2 = 3 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 6!.$$

$$\Rightarrow n(A) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2) = 1440000.$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{63} \Rightarrow a = 25; b = 63 \Rightarrow a + b = 88.$$

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>