



NĂM HỌC 2025 - 2026

Môn : TOÁN

Ngày thi:/01/2026

ĐỀ CHÍNH THỨC

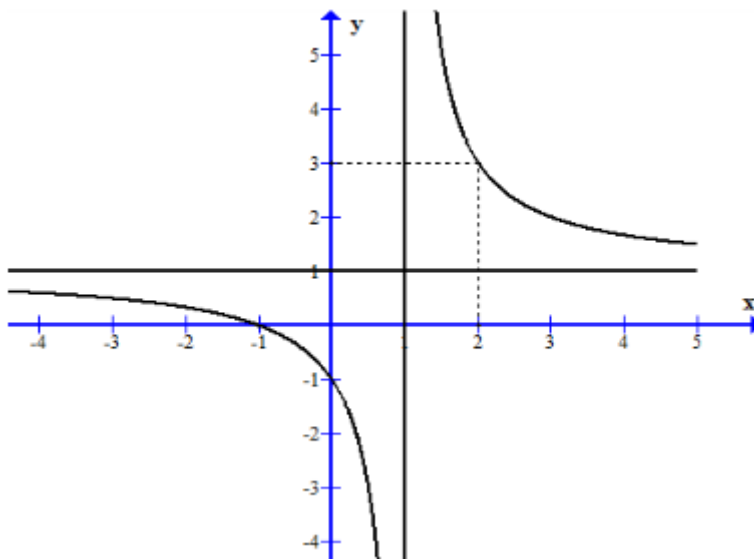
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 06 trang)

Mã đề thi 0121

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

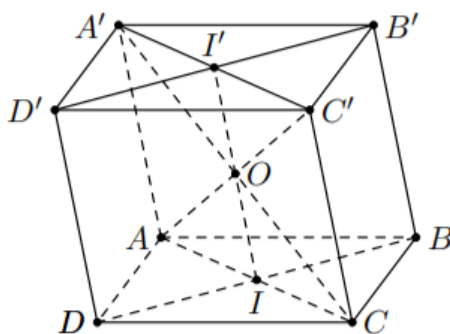
PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y = \frac{2x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , gọi I, I' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

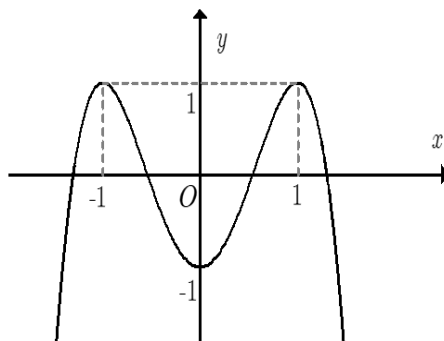
Câu 3. Mỗi ngày bác Lan đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Lan trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 3,41. B. 0,36. C. 0,13. D. 0,017.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 2; 3)$, $\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính tọa độ vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(3; 2; 1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(2; 1; 5)$. D. $(3; 0; 3)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^{x-1} \leq (2 + \sqrt{3})^{-x^2+x+9}$ là

- A. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. C. $[-2; 4]$. D. $[-4; 2]$.

Câu 7. Kết quả bài kiểm tra môn toán cuối học kỳ I của học sinh khối 12 một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10]
Số học sinh	24	67	136	167	106

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 75% học sinh trong khối có điểm kiểm tra toán cuối học kỳ I từ bao nhiêu trở lên?

- A. 4,0. B. 5,0. C. 4,5. D. 5,5.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -\sqrt{2})$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Có bao nhiêu giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 9. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MN}(2;-1;5)$ và điểm $N(0;3;-1)$. Điểm M có tọa độ là

- A. $(-2;4;-6)$. B. $(-2;-2;-4)$. C. $(2;-4;6)$. D. $(2;2;4)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

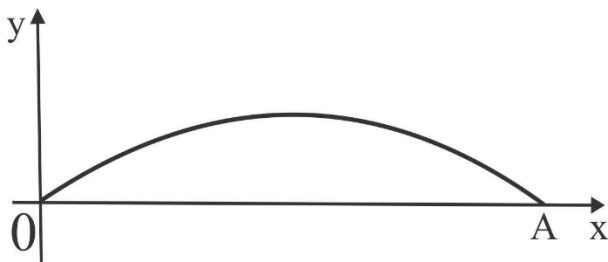
- A. $S_5 = \frac{5}{4}$. B. $S_5 = -\frac{5}{4}$. C. $S_5 = \frac{4}{5}$. D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 12. Cho các điểm $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
 B. $BC = 8$.
 C. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
 D. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 6.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một cây cầu bắc qua sông có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như hình vẽ. Trục Ox nằm trên mặt nước sông.



a) Một sà lan Y chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,1 m (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

b) Điểm cao nhất của cây cầu cách mặt nước sông là 1 m.

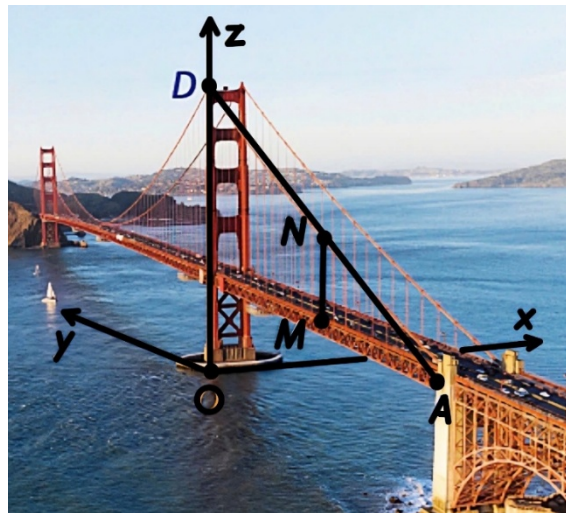
c) Một sà lan X chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 13,01 m (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

d) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA . Chiều rộng con sông là 28,3 m (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AB = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi H là trung điểm của BC .

- a) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$.
- b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.
- c) $AH \perp SB$.
- d) $SH \perp (ABC)$.

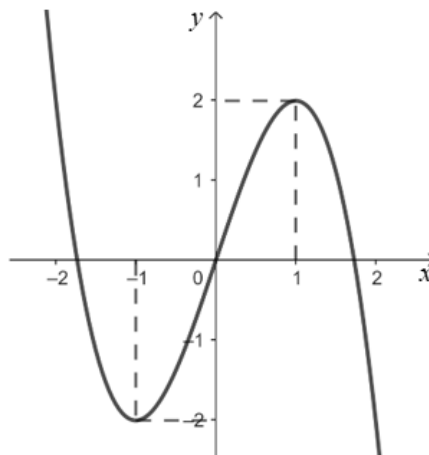
Câu 3. Hình dưới đây là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ) với O là điểm nằm trên bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oy cùng phương với cầu (đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét). Dây cáp AD (xem như một đoạn thẳng) nối điểm D thuộc trục Oz với một điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) . Biết điểm D là đỉnh cột trụ, cách mặt nước 227 m; điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng bằng 343 m.



- a) Tọa độ điểm D là $(0; 0; 227)$.
- b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AD}$ là $(0; -343; 152)$.
- c) Độ dài dây cáp AD là 375,17 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Người ta dùng một đoạn đèn led trang trí nối thẳng từ điểm N trên dây cáp AD đến điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m, cách trục Oz một khoảng bằng 230 m và MN song song với cột trụ. Độ dài đoạn đèn led cần dùng là 55,08 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



a) Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng một giá trị bằng 0.

b) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập $\mathbb{R}$.

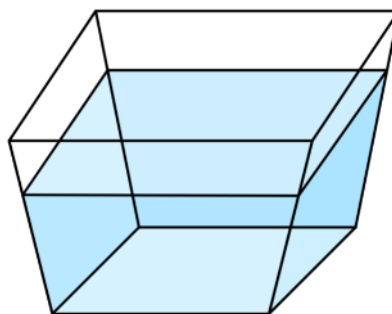
c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = -1$.

d) Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{2025}{2026}$ là 3.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H) . Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H) .

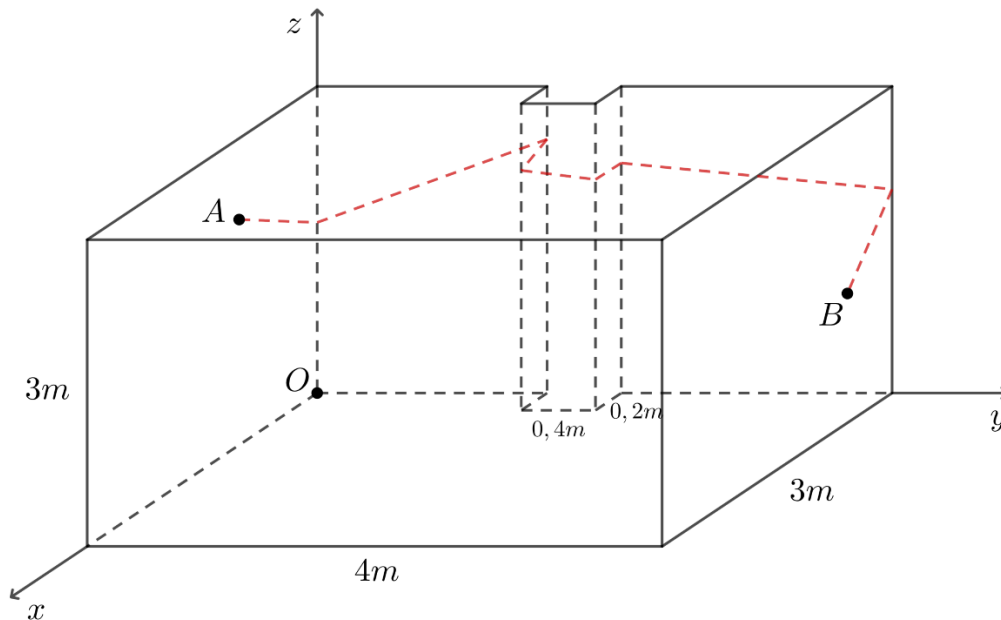
Câu 2. Một chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 3 dm, cạnh đáy lần lượt là 2 dm và 4 dm. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 4,75 lít/phút. Hỏi sau 2 phút chiều cao nước trong chậu là bao nhiêu dm, biết lúc đầu chậu không chứa nước?



Câu 3. Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để Sơn thua (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m)x - 2025$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$?

Câu 5. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (xem hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Trên bức tường thuộc mặt phẳng (Oyz) có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài 0,4 m, chiều rộng 0,2 m. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm $A(1; 0; 2,5)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B(0,5; 4; 1)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{3}{8} < a < 1$; $\frac{1}{3} < b < 1$; $\frac{1}{8} < c < 1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4\log_a\left(\frac{3b}{4} - \frac{1}{4}\right) + 3\log_b\left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16}\right) + 6\log_c\left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16}\right).$$

----- HẾT -----



NĂM HỌC 2025 - 2026

Môn : TOÁN

Ngày thi:/01/2026

ĐỀ CHÍNH THỨC

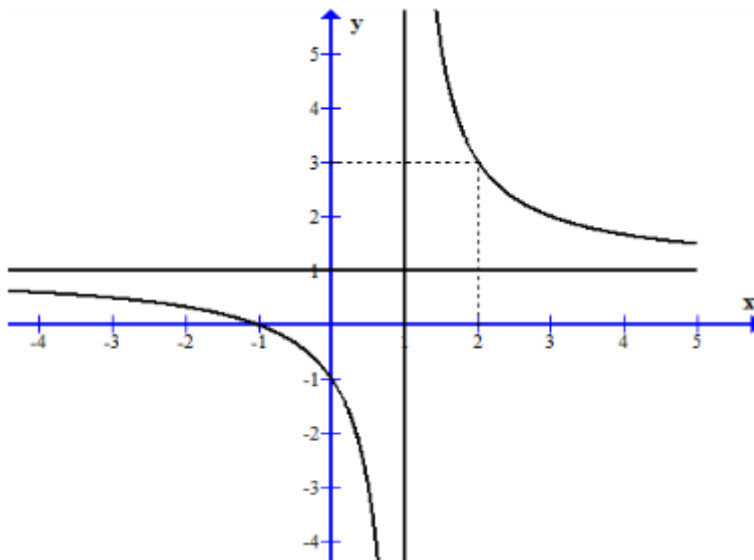
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 06 trang)

Mã đề thi 0122

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{2x+1}$.

Câu 2. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3. Mỗi ngày bác Lan đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Lan trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

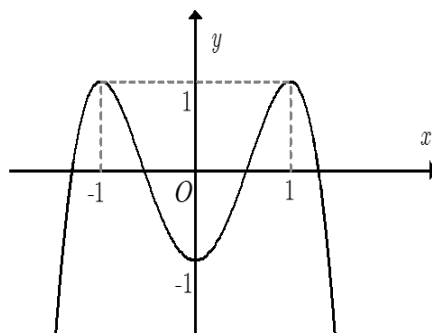
A. 0,017.

B. 0,13.

C. 3,41.

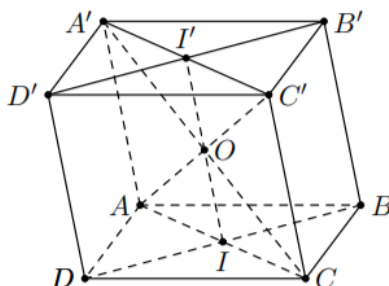
D. 0,36.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , gọi I, I' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_5 = \frac{4}{5}$. B. $S_5 = -\frac{5}{4}$. C. $S_5 = -\frac{4}{5}$. D. $S_5 = \frac{5}{4}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -\sqrt{2})$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Có bao nhiêu giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 8. Kết quả bài kiểm tra môn toán cuối học kỳ I của học sinh khối 12 một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	24	67	136	167	106

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 75% học sinh trong khối có điểm kiểm tra toán cuối học kỳ I từ bao nhiêu trở lên?

- A. 5,0. B. 4,5. C. 4,0. D. 5,5.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MN}(2;-1;5)$ và điểm $N(0;3;-1)$. Điểm M có tọa độ là

- A. $(2;-4;6)$. B. $(-2;-2;-4)$. C. $(-2;4;-6)$. D. $(2;2;4)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq (2+\sqrt{3})^{-x^2+x+9}$ là

- A. $(-\infty;-4] \cup [2;+\infty)$. B. $(-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$. C. $[-2;4]$. D. $[-4;2]$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;2;3), \vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính tọa độ vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.

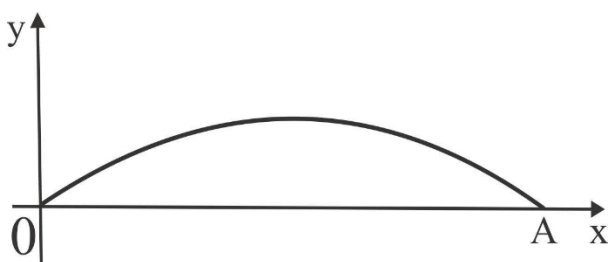
- A. $(3;2;1)$. B. $(2;1;5)$. C. $(3;0;3)$. D. $(2;3;1)$.

Câu 12. Cho các điểm $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC = 8$.
 B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
 C. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 6.
 D. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một cây cầu bắc qua sông có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như hình vẽ. Trục Ox nằm trên mặt nước sông.



a) Điểm cao nhất của cây cầu cách mặt nước sông là 1 m.

b) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA . Chiều rộng con sông là 28,3 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

c) Một sà lan Y chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,1 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Một sà lan X chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 13,01 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Hình dưới đây là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ) với O là điểm nằm trên bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oy cùng phương với cầu (đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét). Dây cáp AD (xem như một đoạn thẳng) nối điểm D thuộc trục Oz với một điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) . Biết điểm D là đỉnh cột trụ, cách mặt nước 227 m; điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng bằng 343 m.



a) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AD}$ là $(0; -343; 152)$.

b) Người ta dùng một đoạn đèn led trang trí nối thẳng từ điểm N trên dây cáp AD đến điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m, cách trục Oz một khoảng bằng 230 m và MN song song với cột trụ. Độ dài đoạn đèn led cần dùng là 55,08 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Tọa độ điểm D là $(0; 0; 227)$.

d) Độ dài dây cáp AD là 375,17 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AB = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi H là trung điểm của BC .

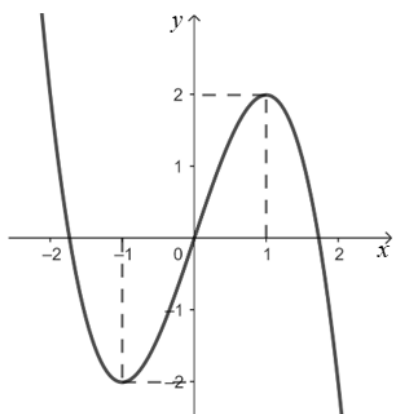
a) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

b) $SH \perp (ABC)$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$.

d) $AH \perp SB$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

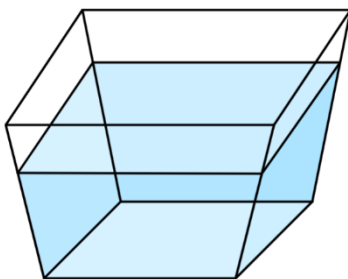


- a) Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{2025}{2026}$ là 3.
- b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = -1$.
- c) Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng một giá trị bằng 0.
- d) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập $\mathbb{R}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để Sơn thua (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

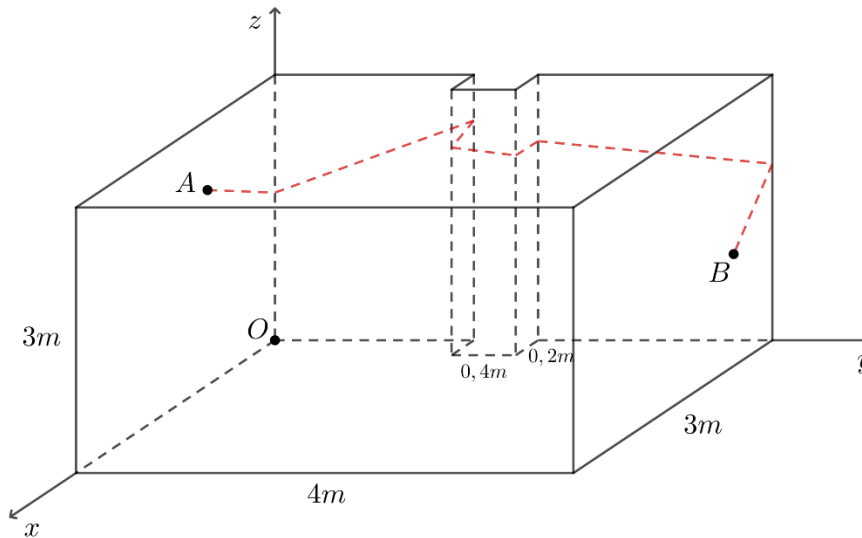
Câu 2. Một chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 3 dm, cạnh đáy lần lượt là 2 dm và 4 dm. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 4,75 lít/phút. Hỏi sau 2 phút chiều cao nước trong chậu là bao nhiêu dm, biết lúc đầu chậu không chứa nước?



Câu 3. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{3}{8} < a < 1; \frac{1}{3} < b < 1; \frac{1}{8} < c < 1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4 \log_a \left(\frac{3b}{4} - \frac{1}{4} \right) + 3 \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16} \right) + 6 \log_c \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16} \right).$$

Câu 4. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (xem hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Trên bức tường thuộc mặt phẳng (Oyz) có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài 0,4 m, chiều rộng 0,2 m. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm $A(1;0;2,5)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B(0,5;4;1)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 5. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H) . Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H) .

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m)x - 2025$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$?

----- HẾT -----



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**.

Câu	Đáp án							
	Mã đề 0121	Mã đề 0122	Mã đề 0123	Mã đề 0124	Mã đề 0125	Mã đề 0126	Mã đề 0127	Mã đề 0128
1	B	B	B	B	D	A	A	C
2	C	B	D	D	D	B	D	B
3	B	D	B	C	B	C	B	A
4	A	B	B	B	C	D	C	A
5	B	D	C	A	A	C	B	C
6	C	B	A	A	D	D	C	B
7	C	C	C	C	D	A	D	C
8	D	B	B	C	B	B	A	A
9	D	C	A	D	A	B	B	A
10	A	C	B	B	C	B	B	A
11	B	D	B	A	A	C	A	C
12	C	D	B	C	C	D	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 01 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu	Đáp án							
	Mã đề 0121	Mã đề 0122	Mã đề 0123	Mã đề 0124	Mã đề 0125	Mã đề 0126	Mã đề 0127	Mã đề 0128
1	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng
2	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng
3	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng
4	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**.

Câu	Đáp án							
	Mã đề 0121	Mã đề 0122	Mã đề 0123	Mã đề 0124	Mã đề 0125	Mã đề 0126	Mã đề 0127	Mã đề 0128
1	450	0,66	450	0,66	3	1,5	6,09	3
2	1,5	1,5	3	450	1,5	0,66	36	6,09
3	0,66	36	1,5	3	450	36	0,66	0,66
4	3	6,09	36	1,5	0,66	3	450	1,5
5	6,09	450	6,09	36	36	6,09	1,5	450
6	36	3	0,66	6,09	6,09	450	3	36

----- **HẾT** -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI PHÒNG

MA TRẬN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1



NĂM HỌC 2025 - 2026

Môn: TOÁN

Ngày thi:/01/2026

STT	LỚP	ĐƠN VỊ KIẾN THỨC	CÁC MỨC ĐỘ NHẬN THỨC									TỔNG SỐ CÂU HỎI			TỔNG ĐIỂM	
			Phần I			Phần II			Phần III							
			Biết	Hiểu	Vận dụng	Biết	Hiểu	Vận dụng	Biết	Hiểu	Vận dụng	Biết	Hiểu	Vận dụng		
1	10	Đại số tổ hợp									1			1	0,5	0,5
2	11	Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác					2	2					2	2	1,0	4,25
		Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân	1									1			0,25	
		Hàm số mũ và hàm số lôgarit		1						1		1	1	0,75		
		Quan hệ vuông góc trong không gian				2	2				1	2	2	1	1,5	
		Các quy tắc tính xác suất									1			1	0,5	
		Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm	1									1			0,25	

3	12	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	2	1		1	3				1	3	4	1	2,25	5,25
		Vector và hệ trục tọa độ trong không gian	2	3		3	1				1	5	4	1	2,75	
		Các số đặc trưng đo độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm	1									1			0,25	
		Tổng số câu	7	5	0	6	8	2	0	0	6	13	13	8		
		Tổng điểm	3			4			3			10				

Hải Phòng, ngày 01 tháng 12 năm 2025

XÁC NHẬN CỦA TT/NTCM

NGƯỜI THẨM ĐỊNH

NGƯỜI THỰC HIỆN

Lê Đức Thịnh

Nguyễn Thị Thanh

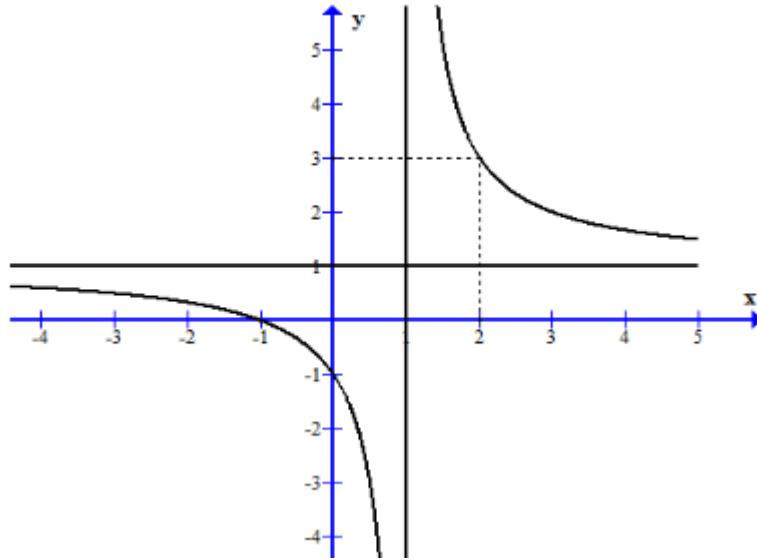
Trần Phương Thảo

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = \frac{2x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.

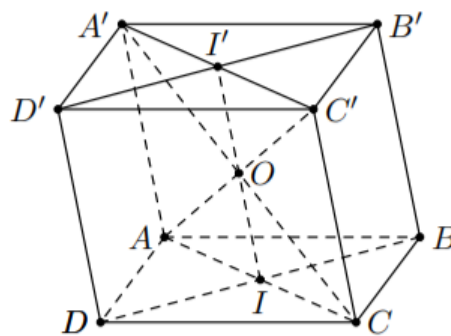
D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 1$ nên đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I, I' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ **đúng** do quy tắc hình hộp

B. $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$ **đúng** do I là trung điểm của II'

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$ là **sai** do

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{AC'}$. đúng

Câu 3. Mỗi ngày bác Lan đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Lan trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41.

B. 0,36.

C. 0,13.

D. 0,017.

Lời giải

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

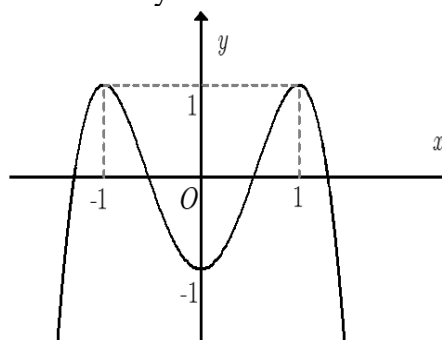
Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{2,85.3 + 3,15.6 + 3,45.5 + 3,75.4 + 4,05.2}{20} = 3,39$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

$$s = \sqrt{\frac{1}{20} (3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2) - 3,39^2} \approx 0,36$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. (0;1).

B. (-1;1).

C. $(-\infty;1)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị, nhận thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng (0;1).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;2;3)$, $\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.

A. (3;2;1).

B. (2;3;1).

C. (2;1;5).

D. (3;0;3).

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (2;2;3)$.

$$\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (0;1;-2).$$

$$\Rightarrow \text{Tọa độ vector: } \vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (2+0;2+1;3-2) = (2;3;1).$$

- Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq (2+\sqrt{3})^{-x^2+x+9}$ là
A. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **C.** $[-2; 4]$. **D.** $[-4; 2]$.

Lời giải

Ta có $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1 \Rightarrow 2-\sqrt{3}=(2+\sqrt{3})^{-1}$.

Bất phương trình: $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq (2+\sqrt{3})^{-x^2+x+9} \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{-(x-1)} \leq (2+\sqrt{3})^{-x^2+x+9}$.

Vì cơ số $2+\sqrt{3} > 1$ nên: $-(x-1) \leq -x^2+x+9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 4]$.

- Câu 7.** Kết quả bài kiểm tra môn toán cuối học kỳ I của học sinh khối 12 một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	24	67	136	167	106

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 75% học sinh trong khối có điểm kiểm tra toán cuối học kỳ I từ bao nhiêu trở lên?

- A.** 4,0. **B.** 5,0. **C.** 4,5. **D.** 5,5.

Lời giải

Câu hỏi "75% học sinh có điểm từ bao nhiêu trở lên" tương ứng với việc tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 (giá trị mà có 25% số liệu thấp hơn nó).

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	24	67	136	167	106
Tần số tích lũy	24	91	227	394	500

Ta có tổng số học sinh: $n = 500 \Rightarrow \frac{n}{4} = 125$.

Nhóm [4;6) có tần số tích lũy $227 > 125$, nên áp dụng công thức ta được:

$$Q_1 = 4 + \frac{125-91}{136} \cdot (6-4) = 4,5.$$

- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 1; -\sqrt{2})$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Có bao nhiêu giá trị của m để góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?
A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} = 2 \text{ và } |\vec{v}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + m^2} = \sqrt{1+m^2}.$$

$$\text{Tích vô hướng } \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - m\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \cos(\vec{u}, \vec{v}) &= \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \cos 60^\circ = \frac{1-m\sqrt{2}}{2\sqrt{1+m^2}} \Leftrightarrow \frac{1-m\sqrt{2}}{2\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(1-m\sqrt{2}) = 2\sqrt{1+m^2} \\ &\Leftrightarrow 1-m\sqrt{2} = \sqrt{1+m^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m\sqrt{2} \geq 0 \\ (1-m\sqrt{2})^2 = 1+m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1-2m\sqrt{2}+2m^2 = 1+m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ m^2 - 2m\sqrt{2} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ m = 0 \\ m = 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Vậy có 1 giá trị m .

Câu 9. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^4 - 3x^3 + 2x^2 = x^2(x^2 - 3x + 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'	+	0	+	0	+
y					

Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MN} = (2; -1; 5)$ và điểm $N(0; 3; -1)$. Điểm M có tọa độ là:

A. $(-2; 4; -6)$.

B. $(-2; -2; -4)$.

C. $(2; -4; 6)$.

D. $(2; 2; 4)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} -x = 2 \\ 3 - y = -1 \\ -1 - z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \\ z = -6 \end{cases}.$$

Vậy $M(-2; 4; -6)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$.

B. $S_5 = -\frac{5}{4}$.

C. $S_5 = \frac{4}{5}$.

D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Lời giải

Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: $S_5 = \frac{(2u_1 + 4d) \cdot 5}{2} = \frac{\left(2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right) \cdot 5}{2} = \frac{-5}{4}$.

Câu 12. Cho các điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(3; -1; 2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba điểm A , B , C thẳng hàng.

B. $BC = 8$.

C. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

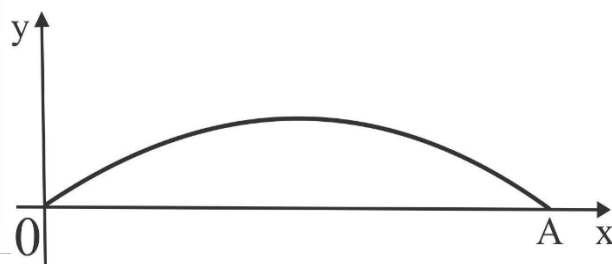
D. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 6.

Lời giải

Trung điểm của AB có tọa độ là: $\left(\frac{1-2}{2}; \frac{-2+1}{2}; \frac{3+2}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Một cây cầu bắc qua sông có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như hình vẽ. Trục Ox nằm trên mặt nước sông.



a) Một sà lan Y chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,1 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

b) Điểm cao nhất của cây cầu cách mặt nước sông là 1 m.

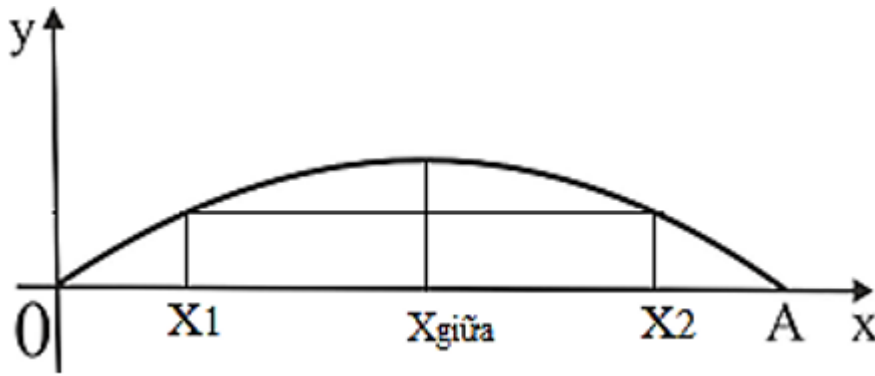
c) Một sà lan X chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 13,01 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA . Chiều rộng con sông là 28,3 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Sai

Ta có: muốn sà lan đi lọt thì phải đi vào giữa, và chiều cao của khối hàng hóa mép ngoài cùng (x_2) phải nhỏ hơn chiều cao của cầu cũng tại vị trí (x_2)



Điểm chính giữa sông (trục đối xứng) có tọa độ: $x_{giữa} = \frac{9\pi}{2} \approx 14,137 \text{ (m)}$

Để sà lan đi qua dễ nhất, người lái tàu phải canh cho sà lan đi chính giữa sông (nơi cầu cao nhất).

Bề rộng sà lan là 9 m . Vì đi chính giữa nên sà lan sẽ nằm về hai phía của tâm, mỗi bên một nửa là $4,5 \text{ m}$

Khi sà lan đi qua, phần rủi ro va chạm nhất chính là **hai mép ngoài cùng** của thùng hàng (vì càng ra xa tâm, cầu càng thấp xuống).

Tọa độ x_2 của mép sà lan sẽ là: $x_2 = x_{mép} = x_{giữa} + 4,5 = \frac{9\pi}{2} + 4,5$ và độ cao của cầu tại điểm có

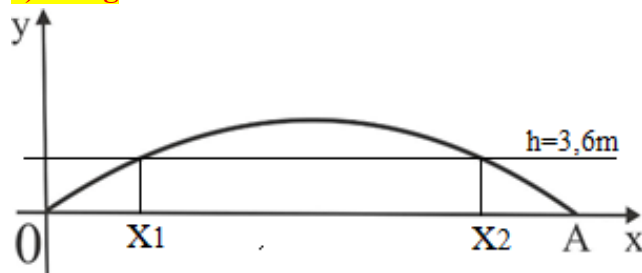
hoành độ $x_2 = x_{mép} = x_{giữa} + 4,5 = \frac{9\pi}{2} + 4,5$ là $y = 4,8 \cdot \sin\left(\frac{\frac{9\pi}{2} + 4,5}{9}\right) \approx 4,212 \text{ (m)}$

Vậy chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn $4,2 \text{ m}$ chứ không phải $4,1 \text{ m}$.

b) Sai

Đỉnh cầu (điểm cao nhất): Khi $\sin\left(\frac{x}{9}\right) = 1 \Rightarrow y_{\max} = 4,8 \text{ mét.}$

c) Đúng



Ta cần tìm độ rộng của phần vòm cầu có độ cao $y \geq 3,6$.

Giải phương trình:

$$4,8 \sin\left(\frac{x}{9}\right) = 3,6 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{x}{9}\right) = \frac{3,6}{4,8} = 0,75 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{9} = \alpha + k2\pi \\ \frac{x}{9} = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} x_1 = 9\alpha \\ x_2 = 9(\pi - \alpha) \end{cases} \text{ (với } \alpha \approx 0,848... \text{)}$$

$\alpha \approx 0,848... \text{)}$

Vị trí 1 (Bên trái): $x_1 = 9 \cdot \alpha$

Vị trí 2 (Bên phải): $x_2 = 9 \cdot (\pi - \alpha)$

Chiều rộng tối đa cho phép = $x_2 - x_1 \approx 20,6415 - 7,632 = 13,0095 \text{ m.}$

Làm tròn đến hàng phần trăm: 13,01

d) Đúng

Ta có phương trình hoành độ giao điểm với trục hoành ($y = 0$): $4,8 \sin\left(\frac{x}{9}\right) = 0 \Rightarrow \frac{x}{9} = k\pi$

Tại O , $x = 0$. Điểm A ứng với $k = 1$ (nghiệm dương nhỏ nhất), suy ra $x_A = 9\pi$.

Chiều rộng sông: $OA = 9\pi \approx 28,274$ mét.

Làm tròn đến hàng phần mười: 28,3 m.

Vậy đỉnh cầu cao 4,8m so với mặt nước.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AB = a$, các cạnh bên

$SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi H là trung điểm của BC .

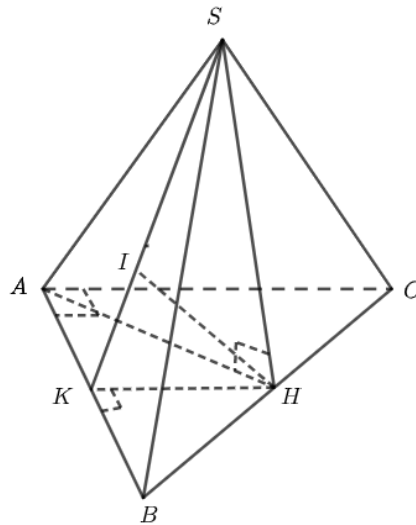
a) $SH \perp (ABC)$

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$.

c) $AH \perp SB$.

d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải



a) ĐÚNG

Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A , nên có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2}$, và

$HA = HB = HC = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, nên hình chiếu của S lên đáy là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Suy ra $SH \perp (ABC)$.

b) SAI

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{a^2}{2}$

$$\text{Xét } \triangle SAH \text{ vuông tại } H \text{ có } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6} \text{ (đvtt)}$$

c) ĐÚNG

$$\text{Vì } SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AH \Rightarrow \overrightarrow{SH} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$$

$$\text{Tính } \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{AH} \cdot (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HB}) = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SH} + \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HB} = 0 \Rightarrow AH \perp SB.$$

d) ĐÚNG

$$\text{Khoảng cách từ điểm } C \text{ đến mặt phẳng } (SAB) \text{ bằng } \frac{2\sqrt{5}}{5}a.$$

Trong $\triangle ABC$ kẻ $HK \perp AB$, suy ra $HK \parallel AC$, vậy HK là đường trung bình của $\triangle ABC$, nên

$$HK = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}.$$

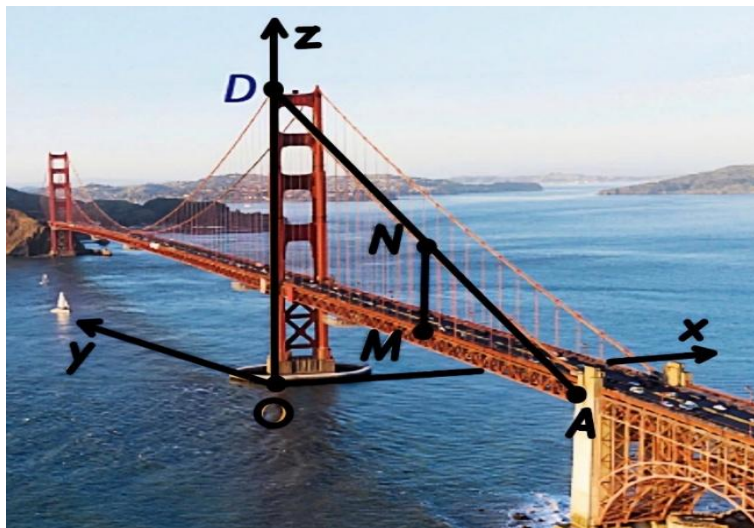
$$\text{Khi đó có } \begin{cases} AB \perp HK \\ AB \perp SH \text{ (do } SH \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHK).$$

Trong $\triangle SHK$ kẻ $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp AB$. Vậy $HI \perp (SAB)$.

$$\text{Do đó } d(H, (SAB)) = HI = \frac{HK \cdot HS}{\sqrt{HK^2 + HS^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm của } BC, \text{ nên } d(C, (SAB)) = 2 \cdot d(H, (SAB)) = 2 \cdot HI = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Câu 3. Hình dưới đây là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ) với O là điểm nằm trên bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oy cùng phương với cầu (đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét). Dây cáp AD (xem như một đoạn thẳng) nối điểm D thuộc trục Oz với một điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) . Biết điểm D là đỉnh cột trụ, cách mặt nước 227 m; điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng bằng 343 m.



- a) Tọa độ điểm D là $(0; 0; 227)$.
- b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AD}$ là $(0; -343; 152)$.
- c) Độ dài dây cáp AD là $375,17$ m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) Người ta dùng một đoạn đèn led trang trí nổi thẳng từ điểm N trên dây cáp AD đến điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m, cách trục Oz một khoảng bằng 230 m và MN song song với cột trụ. Độ dài đoạn đèn led cần dùng là $55,08$ m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, với gốc O nằm ở chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng Oxy là mặt nước và trục Oy cùng phương với cầu. Đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét.

a) Đúng

Điểm D thuộc trục Oz và cách mặt nước 227 m. Do đó, D có tọa độ là $(0; 0; 227)$.

b) Đúng

Điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) nên hoành độ của A là $x_A = 0$.

Điểm A cách mặt nước 75 m nên tung độ $z_A = 75$.

Điểm A cách trục Oz một khoảng 343 m. Khoảng cách từ một điểm trên mặt phẳng (Oyz) đến trục Oz chính là giá trị tuyệt đối của tung độ y . Từ hình vẽ, điểm A nằm ở phía dương của trục Oy , nên $y_A = 343$.

Vậy tọa độ điểm A là $(0; 343; 75)$.

Tọa độ của vector $\overrightarrow{AD}$ là: $\overrightarrow{AD} = (0 - 0; 0 - 343; 227 - 75) = (0; -343; 152)$.

c) Đúng

Độ dài $AD = |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{0^2 + (-343)^2 + 152^2} = \sqrt{117649 + 23104} \approx 375.1706$

Làm tròn đến hàng phần trăm, ta được $AD \approx 375.17$ m.

d) Sai

Điểm M trên thành cầu.

M cách mặt nước 75 m nên $z_M = 75$.

M cách trục Oz một khoảng 230 m. Tương tự như điểm A , từ hình vẽ, M nằm ở phía dương của trục Oy , nên $y_M = 230$.

Vì M cũng nằm trên cầu như A , ta giả định M cũng thuộc mặt phẳng (Oyz) , nên $x_M = 0$.

Vậy tọa độ điểm M là $(0; 230; 75)$.

Điểm N nằm trên dây cáp AD và đoạn MN song song với cột trụ (Oz) .

Vì MN song song với Oz , nên hoành độ và tung độ của N phải bằng hoành độ và tung độ của M .

Do đó, $N = (0; 230; z_N)$.

Điểm N nằm trên đoạn thẳng AD . Ta có: $A = (0; 343; 75)$, $D = (0; 0; 227)$.

Một điểm $N(x; y; z)$ nằm trên AD có thể được biểu diễn như sau: $\overrightarrow{AN} = k \cdot \overrightarrow{AD}$ với $k \in [0; 1]$.

$$\Rightarrow (x_N - x_A; y_N - y_A; z_N - z_A) = k(x_D - x_A; y_D - y_A; z_D - z_A)$$

$$\Rightarrow (0; -113; z_N - 75) = k(0; -343; 152)$$

Từ hoành độ: $0 = k \cdot 0$ (luôn đúng).

$$\text{Từ tung độ: } -113 = k(-343) \Rightarrow k = \frac{-113}{-343} = \frac{113}{343}.$$

$$\text{Từ cao độ: } z_N - 75 = k \cdot 152 = 75 + \frac{17176}{343} = \frac{42901}{343}.$$

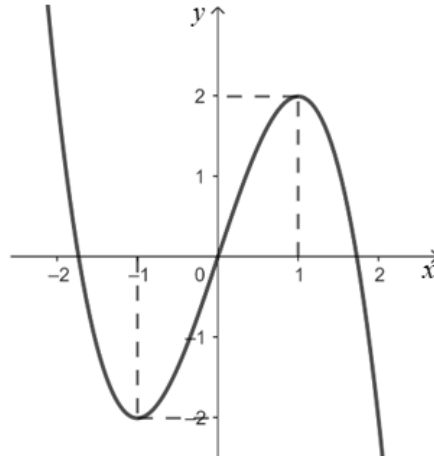
Tọa độ điểm N là $(0; 230; \frac{42901}{343})$.

Độ dài đoạn đèn LED MN là khoảng cách giữa M và N . Vì $x_M = x_N$ và $y_M = y_N$, độ dài MN chính là giá trị tuyệt đối của hiệu các cao độ z :

$$MN = |z_N - z_M| = \left| \frac{42901}{343} - 75 \right| = \frac{17176}{343} \approx 50.0758.$$

Làm tròn đến hàng phần trăm, ta được $MN \approx 50.08$ m.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



- a) Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng một giá trị bằng 0.
b) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập $\mathbb{R}$.
c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = -1$.
d) Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{2025}{2026}$ là 3.

Lời giải

a) Sai

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại gốc tọa độ O nên $d = 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$ và $f(1) = 2$ nên ta có:
$$\begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ a + b + c + d = 2 \end{cases}$$

Khi đó: $a = -1, b = 0, c = 3, d = 0$.

Vậy trong bốn giá trị a, b, c, d có 2 giá trị bằng 0.

b) Đúng

Do đồ thị hàm số đối xứng qua gốc O nên hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập $\mathbb{R}$.

c) Đúng

Theo đồ thị hàm số, ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = -1$.

d) Đúng

Đường thẳng $y = \frac{2025}{2026}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{2025}{2026}$ là 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H) .
Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H) .

Lời giải

Đáp án: 450

Chọn một đỉnh đầu tiên làm đỉnh của tứ giác có 15 cách.

Vì bốn đỉnh của tứ giác không có cạnh nào là cạnh thuộc đa giác (H) nên giữa các đỉnh của tứ giác sẽ có x_1, x_2, x_3, x_4 đỉnh là đỉnh của đa giác (H)

Vì đa giác có 15 đỉnh, đã chọn 4 đỉnh làm đỉnh của tứ giác, vì vậy tổng số đỉnh của của đa giác (H) không được chọn và nằm giữa 4 đỉnh đã chọn là $15 - 4 = 11$

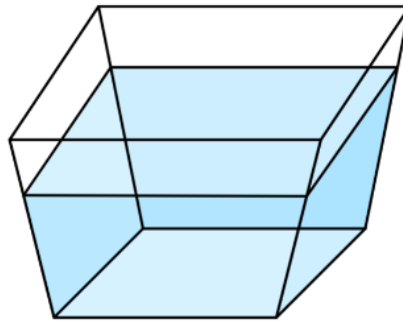
của đa giác (H)

Số nghiệm nguyên dương của phương trình là: C_{10}^3 (Bài toán chia kẹo Euler)

Vì đỉnh đầu tiên có 15 cách chọn, tuy nhiên vai trò của 4 đỉnh trong tứ giác là như nhau

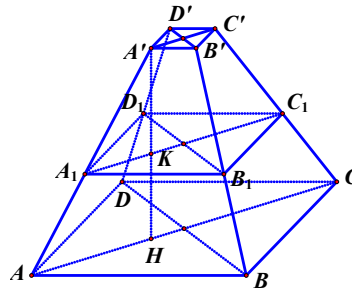
Số tứ giác tạo thành $\frac{15C_{10}^3}{4} = 450$.

- Câu 2.** Một chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 3 dm, cạnh đáy lần lượt là 2 dm và 4 dm. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 4,75 lít/phút. Hỏi sau 2 phút chiều cao nước trong chậu là bao nhiêu dm, biết lúc đầu chậu không chứa nước?



Lời giải

Đáp án: 1,5



Thể tích nước sau 2 phút là $4,75 \cdot 2 = 9,5 \text{ (lit)} = 9,5 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Vì lúc đầu chậu không có nước nên phần nước bơm vào chiếm chỗ bằng một khối chóp cụt tứ giác đều với cạnh đáy lần lượt là $A'D' = 2 \text{ (dm)}$, $A_1D_1 = x \text{ (dm)}$ và chiều cao $A'K = h \text{ (dm)}$.

Có $AC = 4\sqrt{2} \text{ (dm)}$, $A'C' = 2\sqrt{2} \text{ (dm)}$, suy ra $AH = \frac{AC - A'C'}{2} = \frac{4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ (dm)}$

Và $A_1C_1 = x\sqrt{2} \text{ (dm)}$, suy ra $A_1K = \frac{A_1C_1 - A'C'}{2} = \frac{x\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2} \text{ (dm)}$.

Mặt khác, trong tam giác $A'AH$ theo Ta-lét có $\frac{A_1K}{AH} = \frac{A'K}{A'H} \Leftrightarrow \frac{\frac{x\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{h}{3} \Leftrightarrow h = 3 \cdot \frac{x - 2}{2}$.

$$\text{Có } V_{A_1B_1C_1D_1.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}h.(x^2 + 2^2 + \sqrt{x^2.2^2}) = 9,5 \Leftrightarrow \frac{x-2}{2}.(x^2 + 4 + 2x) = 9,5 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$\text{Vậy } h = 3.\frac{3-2}{2} = 1,5.$$

Câu 3. Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để Sơn thua (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,66

Số cách chọn của Hải là: $n(H) = C_9^3 = 84$.

Số cách chọn của Sơn là: $n(S) = C_8^3 = 56$.

Do đó: $n(\Omega) = 84 \times 56 = 4704$.

Ta thấy nếu số của Hải lớn hơn số của Sơn thì xảy ra trong hai trường hợp sau:

***Trường hợp 1:** Hải chọn được quả bóng số 9

Nếu Hải chọn được bóng số 9, số của Hải chắc chắn bắt đầu bằng chữ số 9 (dạng 9bc)

Do đó, để Hải có số 9 là Hải chắc chắn thắng.

Số cách Hải chọn có số 9 là: $1 \times C_8^2 = 28$ cách.

Với mỗi cách này, Sơn có thể chọn bất kỳ trong 56 cách.

Số kết quả thuận lợi ở TH1: $28 \times 56 = 1568$.

***Trường hợp 2:** Hải **không** chọn được quả bóng số 9

Lúc này, cả Hải và Sơn đều chọn 3 bóng từ cùng một tập số $\{1, 2, \dots, 8\}$.

Số cặp kết quả trong trường hợp này là: $C_8^3 \times C_8^3 = 56 \times 56 = 3136$.

Vì tập số của hai bạn là như nhau, nên theo tính đối xứng, số trường hợp Hải thắng ($X > Y$) sẽ bằng số trường hợp Sơn thắng ($X < Y$).

Số trường hợp hòa ($X = Y$) xảy ra khi hai bạn chọn trùng bộ 3 quả bóng: có 56 trường hợp.

Số kết quả Hải thắng (Sơn thua) ở TH2 là: $n_2 = \frac{3136 - 56}{2} = 1540$

Tổng số trường hợp thuận lợi để Sơn thua là: $n(A) = 1568 + 1540 = 3108$

Xác suất để Sơn thua là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3108}{4704} \approx 0,66$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m)x - 2025$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$?

Lời giải

Đáp án: 3.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(m^2 + 2m)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Để hàm số có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì $\begin{cases} m < 0 \\ y_{CD} \geq y(0) \end{cases}$

Ta có

$$y_{CD} = y(m) = m^3 - 3(m+1)m^2 + 3m(m^2 + 2m) - 2025 = m^3 + 3m^2 - 2025$$

$$y(0) = -2025$$

$$y_{CD} \geq y(0) \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 - 2025 \geq -2025 \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3$$

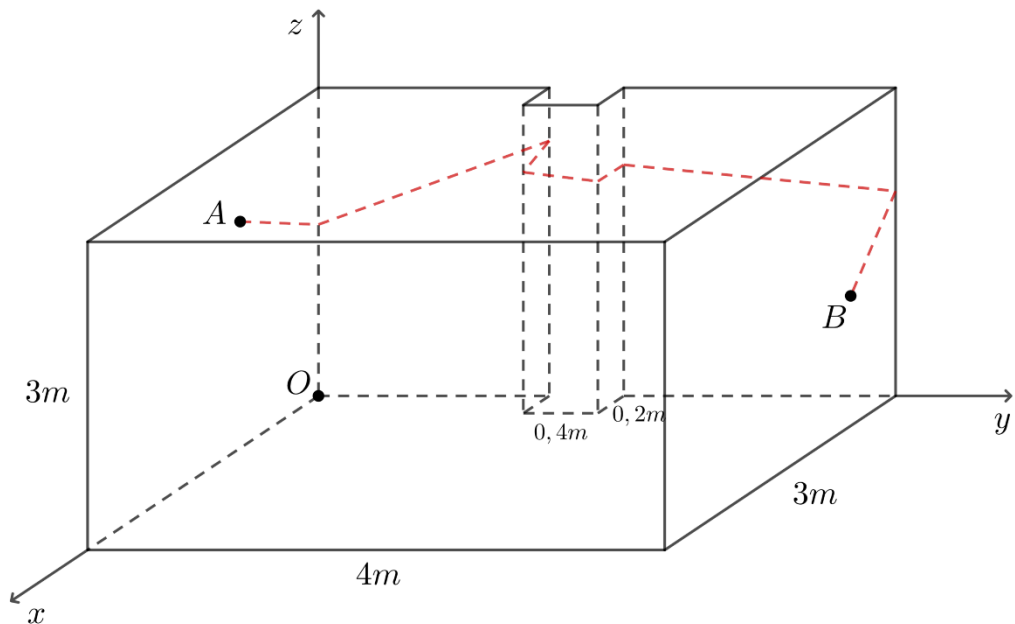
$$\Rightarrow -3 \leq m < 0$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 5. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m.

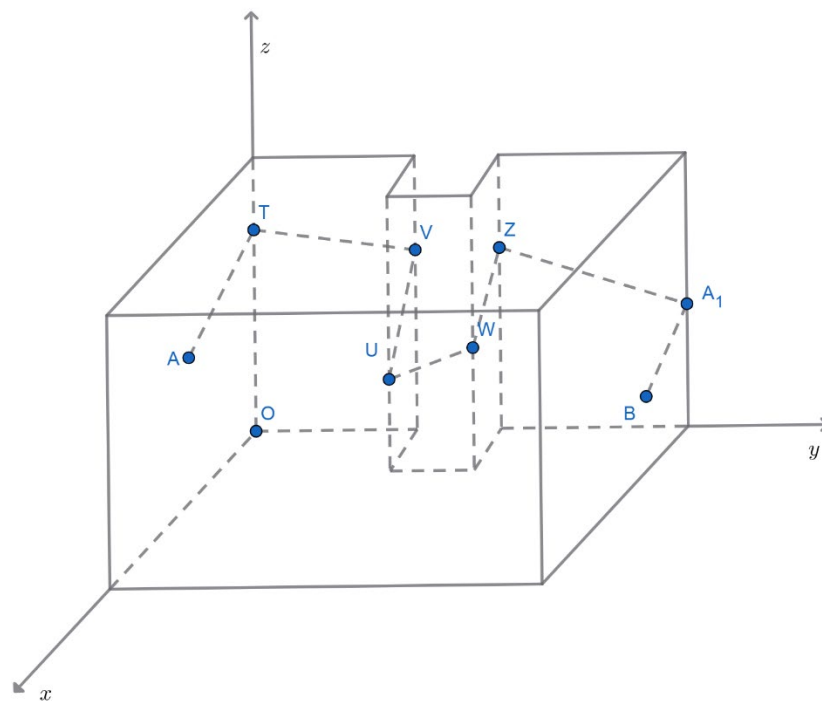
Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (xem hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Trên bức tường thuộc mặt phẳng (Oyz) có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài 0,4 m, chiều rộng 0,2 m. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm $A(1; 0; 2,5)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B(0,5; 4; 1)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



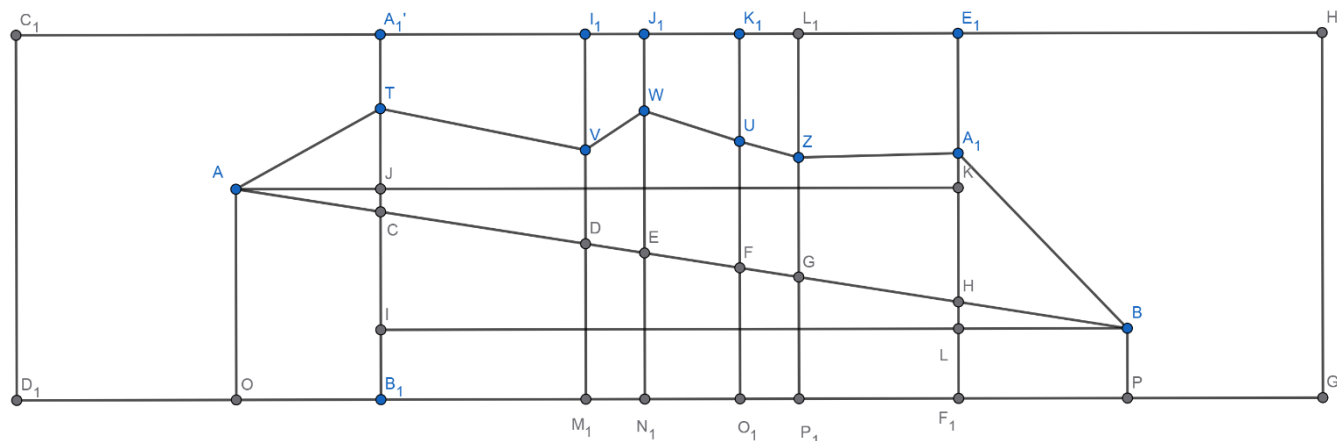
Đáp án : 6,09

Lời giải

Gọi các đỉnh của đoạn dây điện như ở hình vẽ này:



Trải tường chứa A ; tường chứa B ; các mặt của cột lên mặt phẳng Oyz ta có hình vẽ sau:



Ta nhận thấy như sau: Khi trải phẳng hình như trên; độ dài của đoạn dây điện vẫn được bảo toàn; đồng thời nhìn vào hình vẽ trên ta thấy được độ dài đoạn dây điện sẽ lớn hơn hoặc bằng độ dài đoạn AB khi trải hình như trên. Như vậy; ta đi tính độ dài đoạn AB khi trải hình như trên.

Lấy O' là hình chiếu của A lên B_1D_1 . P là hình chiếu của B lên F_1G_1 .

Khi đó AO' ở hình vẽ trên cũng chính bằng khoảng cách từ điểm A của đề lên Oy và nó cũng bằng 2,5. Tương tự $BP = 1$.

$O'B_1$ sẽ bằng khoảng cách từ A đến Oz và bằng 1. Tương tự $F_1P = 0,5$.

Ta có độ dài $B_1F_1 = A_1I_1 + I_1J_1 + J_1K_1 + K_1L_1 + L_1E_1 = 4 + 0,2.2 = 4,4 \Rightarrow O'P = 1,5 + 4,4 = 5,9$.

Do đó nên theo định lý Pytago ta có $AB = \sqrt{O'P^2 + (AO' - BP)^2} \approx 6,09$.

Vậy nên độ dài đoạn dây điện tối thiểu xấp xỉ 6,09 m.

Câu 6. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{3}{8} < a < 1$; $\frac{1}{3} < b < 1$; $\frac{1}{8} < c < 1$.

Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\log_a\left(\frac{3b-1}{4}-\frac{1}{4}\right) + 3\log_b\left(\frac{c}{2}-\frac{1}{16}\right) + 6\log_c\left(\frac{a}{2}-\frac{3}{16}\right)$.

Lời giải

Đáp án: 36

$$+ \text{Ta có } b^3 - \frac{3b-1}{4} = \frac{4b^3-3b+1}{4} = \frac{(2b-1)^2(b+1)}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{3b-1}{4} \leq b^3.$$

$$\text{Vì } a < 1 \text{ nên } 4\log_a\left(\frac{3b-1}{4}-\frac{1}{4}\right) \geq 4\log_a(b^3) = 12\log_a b.$$

$$+ \text{Ta có } c^2 - \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16}\right) = c^2 - \frac{c}{2} + \frac{1}{16} = \left(c - \frac{1}{4}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{2} - \frac{1}{16} \leq c^2.$$

$$\text{Vì } b < 1 \text{ nên } 3\log_b\left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16}\right) \geq 3\log_b(c^2) = 6\log_b c.$$

$$+ \text{Ta có } a^4 - \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16}\right) = a^4 - \frac{a}{2} + \frac{3}{16}.$$

Sử dụng biến đổi: $a^4 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{16} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 \left(a^2 + a + \frac{3}{4}\right) \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2} - \frac{3}{16} \leq a^4.$

Vì $c < 1$ nên $6\log_c \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16}\right) \geq 6\log_c (a^4) = 24\log_c a.$

+ Cộng 3 bất đẳng thức ta được: $P \geq 12\log_a b + 6\log_b c + 24\log_c a$

Ta có $P \geq 3\sqrt[3]{12 \cdot 6 \cdot 24 \cdot (\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a)} \geq 3\sqrt[3]{1728 \cdot 1} = 36.$ Vậy $\min P = 36$ khi và chỉ khi $b = 1/2, c = 1/4, a = 1/2.$

----- Hết -----