

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1: Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 2 điểm phân biệt A_1, A_2 ; trên đường thẳng b lấy 4 điểm phân biệt B_1, B_2, B_3, B_4 . Lấy ngẫu nhiên 3 điểm từ 6 điểm $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, B_4$. Xác suất để chọn được 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 2: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{16-x} + \sqrt{9+x} > 5$ là

- A. 23. B. 26. C. 24. D. 27.

Câu 3: Một quả bóng đá làm bằng da có dạng hình cầu với đường kính 24cm (hình vẽ). Công ty A cần sản xuất 100 quả bóng để đưa ra thị trường trong dịp hè năm 2025. Công ty A cần chuẩn bị tối thiểu bao nhiêu m^2 da để sản xuất số quả bóng trên? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, giả sử diện tích các phần mép nối bằng không, lấy $\pi = 3,14$).



- A. $5m^2$. B. $181m^2$. C. $45m^2$. D. $18m^2$.

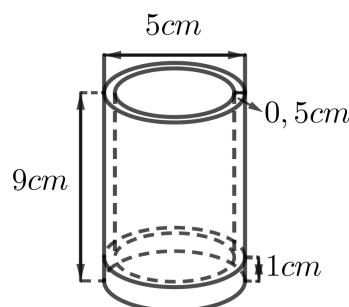
Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$. Gọi r , R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC . Tỉ số $\frac{r}{R}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 5: Cho đường tròn $(O;6)$ và hai điểm A, B sao cho $OA = 18$, $OB = 24$, $AB = 30$. Điểm M thay đổi thuộc $(O;6)$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$ bằng

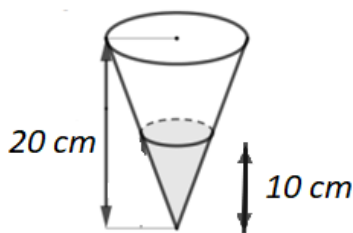
- A. $9\sqrt{577}$. B. $3\sqrt{577}$. C. $2\sqrt{145}$. D. $6\sqrt{145}$.

Câu 6: Một cái cốc thủy tinh có dạng hình trụ có chiều cao 9cm , miệng cốc có đường kính ngoài bằng 5cm , thành cốc có độ dày $0,5\text{cm}$, đáy cốc có độ dày 1cm (tham khảo hình vẽ). Hỏi cần bao nhiêu cm^3 thủy tinh để làm cái cốc đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$)



- A. 58cm^3 . B. 81cm^3 . C. 76cm^3 . D. 75cm^3 .

Câu 7: Một mô hình đồ chơi hình nón có chiều cao 20 cm bên trong đựng một lượng chất lỏng, nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía trên và đỉnh ở phía dưới (Hình 1) thì phần chất lỏng có độ cao là 10 cm . Nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía dưới và đỉnh ở trên (Hình 2) thì phần chất lỏng trong mô hình có độ cao bằng bao nhiêu cm ? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 1



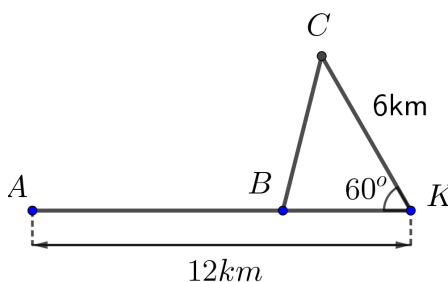
Hình 2

- A. $0,87\text{ cm}$. B. $1,07\text{ cm}$. C. $5,01\text{ cm}$. D. $2,78\text{ cm}$.

Câu 8: Số giá trị nguyên của x để biểu thức $\sqrt{2026-2x}+2\sqrt{2025-2x}-\sqrt{1+2x}$ xác định là

- A. 2025. B. 2026. C. 1012. D. 1013.

Câu 9: Một trạm biến áp đặt tại vị trí A trên bờ biển AK . Một công ty điện lực thi công đường dây điện từ trạm biến áp A đến đảo C ở ngoài biển. Biết chi phí mỗi kilomet (km) đường dây trên bờ biển là 30 triệu đồng, mỗi km đường dây ngoài biển là 50 triệu đồng. Công ty điện lực thi công đường dây điện từ A đến B trên bờ biển và từ B đến đảo C với tổng chi phí là 500 triệu đồng. Biết $AK=12\text{ km}$, $CK=6\text{ km}$, $\widehat{CKB}=60^\circ$ ($AB > BK$). Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B theo đơn vị km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- A. $7,8\text{ km}$. B. $7,9\text{ km}$. C. $7,6\text{ km}$. D. $7,7\text{ km}$.

Câu 10: Có hai hộp đựng các tấm thẻ: hộp thứ nhất đựng 4 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 4; hộp thứ hai đựng 6 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một tấm thẻ. Xác suất để tích hai số ghi trên 2 tấm thẻ được lấy ra bằng 12 là

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 11: Một nhóm 5 học sinh gồm có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam. Cô giáo chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 5 học sinh đó để làm nhiệm vụ trực nhật lớp. Xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nam bằng

- A. $\frac{9}{10}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{7}{10}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12: Một vòi nước chảy với lưu lượng không đổi vào một bể có chứa sẵn 5 m^3 nước. Biết rằng sau 2 giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy người ta đo được lượng nước trong bể là 17 m^3 . Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy thì lượng nước trong bể là 44 m^3 ?

- A. 6 giờ. B. 5 giờ. C. 6,5 giờ. D. 5,5 giờ.

Câu 13: Cho phương trình $2x^2-(m-1)x+m-11=0$ (*). Biết phương trình (*) có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại của phương trình (*) là

- A. $x=\frac{1}{3}$. B. $x=-3$. C. $x=-\frac{1}{3}$. D. $x=3$.

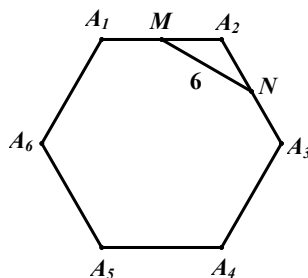
Câu 14: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-3 \\ 2x+5y=13m+12 \end{cases}$ (m là tham số). Tích các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_o; y_o)$ thỏa mãn $x_o^2 + y_o^2 = 50$ bằng

- A. -21. B. -37. C. 37. D. 21.

Câu 15: Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \sqrt{x-y} = 15 \\ \sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-y} = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_o; y_o)$. Ta có $x_o + y_o$ bằng

- A. 15. B. 99. C. 8. D. 50.

Câu 16: Cho hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh A_1A_2, A_2A_3 và $MN = 6$. Độ dài cạnh của hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ bằng



- A. $5\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 17: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để chọn được số chia hết cho cả 4 và 6 là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{7}{90}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{4}{45}$.

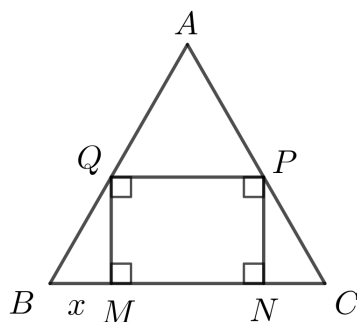
Câu 18: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x + m - 2$ (m là tham số). Nếu đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho hoành độ điểm A bằng -3 thì độ dài đoạn thẳng OB (O là gốc tọa độ) bằng

- A. $4\sqrt{17}$. B. $5\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{10}$.

Câu 19: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để hai lần gieo có số chấm bằng nhau là

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 20: Cho một tấm nhôm hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 20 cm . Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$.



Đặt $BM = x$ (cm). Diện tích của hình chữ nhật $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất khi x bằng

- A. $5,5\text{ cm}$. B. 5 cm . C. 4 cm . D. $2,5\text{ cm}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)**Câu 1 (5,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right) : \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

b) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m - 1$, với m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua đường thẳng $2x + 4y - 2025 = 0$.

c) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4x^2 + 9x + 2} = (15 - 3x)\sqrt{x + 2}$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3y + xy^3 + 2x^2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$.

b) Cho $P(x)$ là đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn: $P(a) = 22$, $P(b) = 23$, $P(c) = 24$, $P(d) = 25$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $a < b < c < d$ và $a + b + c + d = 26$. Tính $P(7)$.

c) Tìm tất cả các số nguyên tố q sao cho tồn tại số nguyên dương n để $n^2 + 136q$ là một lũy thừa với số mũ nguyên dương của 17.

Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A . Các điểm E, F thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $EF \parallel BC$. Gọi D là giao điểm của BF và CE , H là hình chiếu vuông góc của D lên EF . Đường tròn (I) đường kính EF cắt BF tại M , cắt CE tại N (M khác F , N khác E).

a) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN đi qua điểm I .

b) Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F lên BC và P, Q tương ứng là giao điểm của EM, FN với BC . Chứng minh $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK}$ không đổi khi E, F thay đổi.

c) Chứng minh nếu EL và FK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (I) thì EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC .

Câu 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2025abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{a}{3a^2 + 2b^2 + c^2} + \frac{b}{3b^2 + 2c^2 + a^2} + \frac{c}{3c^2 + 2a^2 + b^2}$.

----- HẾT -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Giám thị coi thi 1 (Họ tên và chữ ký).....

Giám thị coi thi 2 (Họ tên và chữ ký).....

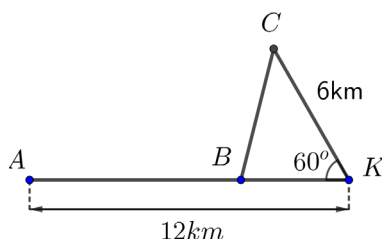
Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1: Cho đường tròn $(O;6)$ và hai điểm A, B sao cho $OA = 18$, $OB = 24$, $AB = 30$. Điểm M thay đổi thuộc $(O;6)$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$ bằng

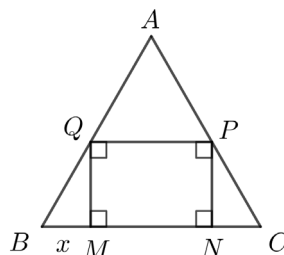
- A. $9\sqrt{577}$. B. $2\sqrt{145}$. C. $3\sqrt{577}$. D. $6\sqrt{145}$.

Câu 2: Một trạm biến áp đặt tại vị trí A trên bờ biển AK . Một công ty điện lực thi công đường dây điện từ trạm biến áp A đến đảo C ở ngoài biển. Biết chi phí mỗi kilomet (km) đường dây trên bờ biển là 30 triệu đồng, mỗi km đường dây ngoài biển là 50 triệu đồng. Công ty điện lực thi công đường dây điện từ A đến B trên bờ biển và từ B đến đảo C với tổng chi phí là 500 triệu đồng. Biết $AK = 12 km$, $CK = 6 km$, $\widehat{CKB} = 60^\circ$ ($AB > BK$). Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B theo đơn vị km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- A. 7,7 km. B. 7,9 km. C. 7,6 km. D. 7,8 km.

Câu 3: Cho một tấm nhôm hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $20 cm$. Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$.



Đặt $BM = x$ (cm). Diện tích của hình chữ nhật $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất khi x bằng

- A. 5,5 cm. B. 5 cm. C. 4 cm. D. 2,5 cm.

Câu 4: Một nhóm 5 học sinh gồm có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam. Cô giáo chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 5 học sinh đó để làm nhiệm vụ trực nhật lớp. Xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nam bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{9}{10}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 5: Một vòi nước chảy với lưu lượng không đổi vào một bể có chứa sẵn $5 m^3$ nước. Biết rằng sau 2 giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy người ta đo được lượng nước trong bể là $17 m^3$. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy thì lượng nước trong bể là $44 m^3$?

- A. 5 giờ. B. 5,5 giờ. C. 6,5 giờ. D. 6 giờ.

Câu 6: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để hai lần gieo có số chấm bằng nhau là

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 7: Số giá trị nguyên của x để biểu thức $\sqrt{2026-2x}+2\sqrt{2025-2x}-\sqrt{1+2x}$ xác định là

- A. 1012. B. 2026. C. 1013. D. 2025.

Câu 8: Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-1}+\sqrt{x-y}=15 \\ \sqrt{x-1}-3\sqrt{x-y}=4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_o; y_o)$. Ta có $x_o + y_o$ bằng

- A. 99. B. 15. C. 8. D. 50.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{16-x}+\sqrt{9+x}>5$ là

- A. 23. B. 27. C. 24. D. 26.

Câu 10: Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 2 điểm phân biệt A_1, A_2 ; trên đường thẳng b lấy 4 điểm phân biệt B_1, B_2, B_3, B_4 . Lấy ngẫu nhiên 3 điểm từ 6 điểm $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, B_4$. Xác suất để chọn được 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{7}{10}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 11: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-3 \\ 2x+5y=13m+12 \end{cases}$ (m là tham số). Tích các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_o; y_o)$ thỏa mãn $x_o^2 + y_o = 50$ bằng

- A. 37. B. 21. C. -21. D. -37.

Câu 12: Cho phương trình $2x^2 - (m-1)x + m - 11 = 0$ (*). Biết phương trình (*) có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại của phương trình (*) là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = -3$. C. $x = -\frac{1}{3}$. D. $x = 3$.

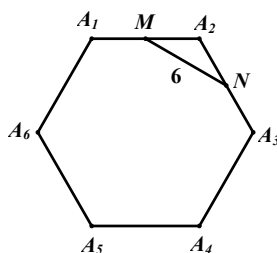
Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB=3$, $AC=4$. Gọi r , R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC . Tỉ số $\frac{r}{R}$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x + m - 2$ (m là tham số). Nếu đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho hoành độ điểm A bằng -3 thì độ dài đoạn thẳng OB (O là gốc tọa độ) bằng

- A. $3\sqrt{10}$. B. $5\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{17}$.

Câu 15: Cho hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh A_1A_2, A_2A_3 và $MN = 6$. Độ dài cạnh của hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ bằng



- A. $5\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 16: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để chọn được số chia hết cho cả 4 và 6 là

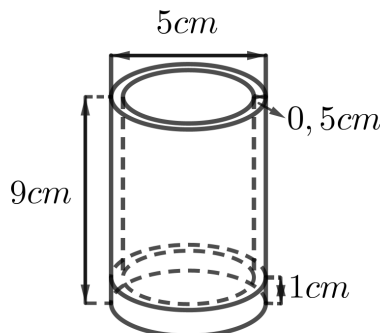
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{7}{90}$.

C. $\frac{1}{10}$.

D. $\frac{4}{45}$.

Câu 17: Một cái cốc thủy tinh có dạng hình trụ có chiều cao 9 cm , miệng cốc có đường kính ngoài bằng 5 cm , thành cốc có độ dày $0,5\text{ cm}$, đáy cốc có độ dày 1 cm (tham khảo hình vẽ). Hỏi cần bao nhiêu cm^3 thủy tinh để làm cái cốc đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$)



A. 58 cm^3 .

B. 76 cm^3 .

C. 75 cm^3 .

D. 81 cm^3 .

Câu 18: Một quả bóng đá làm bằng da có dạng hình cầu với đường kính 24 cm (hình vẽ). Công ty A cần sản xuất 100 quả bóng để đưa ra thị trường trong dịp hè năm 2025. Công ty A cần chuẩn bị tối thiểu bao nhiêu m^2 da để sản xuất số quả bóng trên? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, giả sử diện tích các phần mép nối bằng không, lấy $\pi = 3,14$).



A. 5 m^2 .

B. 45 m^2 .

C. 18 m^2 .

D. 181 m^2 .

Câu 19: Có hai hộp đựng các tấm thẻ: hộp thứ nhất đựng 4 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 4; hộp thứ hai đựng 6 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một tấm thẻ. Xác suất để tích hai số ghi trên 2 tấm thẻ được lấy ra bằng 12 là

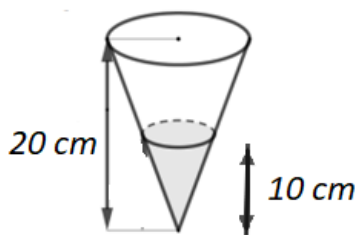
A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Câu 20: Một mô hình đồ chơi hình nón có chiều cao 20 cm bên trong đựng một lượng chất lỏng, nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía trên và đỉnh ở phía dưới (Hình 1) thì phần chất lỏng có độ cao là 10 cm . Nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía dưới và đỉnh ở trên (Hình 2) thì phần chất lỏng trong mô hình có độ cao bằng bao nhiêu cm ? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 1



Hình 2

A. $0,87\text{ cm}$.

B. $1,07\text{ cm}$.

C. $5,01\text{ cm}$.

D. $2,78\text{ cm}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)**Câu 1 (5,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right) : \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

b) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m - 1$, với m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua đường thẳng $2x + 4y - 2025 = 0$.

c) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4x^2 + 9x + 2} = (15 - 3x)\sqrt{x + 2}$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3y + xy^3 + 2x^2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$.

b) Cho $P(x)$ là đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn: $P(a) = 22$, $P(b) = 23$, $P(c) = 24$, $P(d) = 25$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $a < b < c < d$ và $a + b + c + d = 26$. Tính $P(7)$.

c) Tìm tất cả các số nguyên tố q sao cho tồn tại số nguyên dương n để $n^2 + 136q$ là một lũy thừa với số mũ nguyên dương của 17.

Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A . Các điểm E, F thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $EF \parallel BC$. Gọi D là giao điểm của BF và CE , H là hình chiếu vuông góc của D lên EF . Đường tròn (I) đường kính EF cắt BF tại M , cắt CE tại N (M khác F , N khác E).

a) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN đi qua điểm I .

b) Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F lên BC và P, Q tương ứng là giao điểm của EM, FN với BC . Chứng minh $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK}$ không đổi khi E, F thay đổi.

c) Chứng minh nếu EL và FK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (I) thì EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC .

Câu 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2025abc$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức $T = \frac{a}{3a^2 + 2b^2 + c^2} + \frac{b}{3b^2 + 2c^2 + a^2} + \frac{c}{3c^2 + 2a^2 + b^2}$.

----- HẾT -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

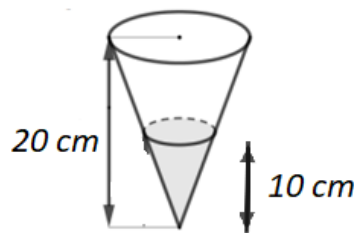
Giám thị coi thi 1 (Họ tên và chữ ký).....

Giám thị coi thi 2 (Họ tên và chữ ký).....

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1: Một mô hình đồ chơi hình nón có chiều cao 20 cm bên trong đựng một lượng chất lỏng, nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía trên và đỉnh ở phía dưới (Hình 1) thì phần chất lỏng có độ cao là 10 cm. Nếu để mô hình hình nón có đáy ở phía dưới và đỉnh ở trên (Hình 2) thì phần chất lỏng trong mô hình có độ cao bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 1



Hình 2

- A. 2,78 cm. B. 0,87 cm. C. 1,07 cm. D. 5,01 cm.

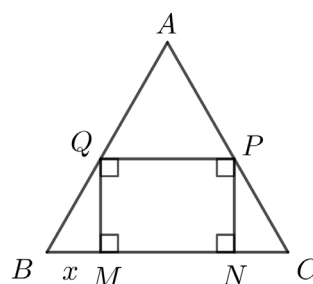
Câu 2: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{16-x} + \sqrt{9+x} > 5$ là

- A. 27. B. 23. C. 26. D. 24.

Câu 3: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để hai lần gieo có số chấm bằng nhau là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 4: Cho một tấm nhôm hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 20 cm. Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật $MNPQ$.



Đặt $BM = x$ (cm). Diện tích của hình chữ nhật $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất khi x bằng

- A. 2,5 cm. B. 5 cm. C. 5,5 cm. D. 4 cm.

Câu 5: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2m - 3 \\ 2x + 5y = 13m + 12 \end{cases}$ (m là tham số). Tích các giá trị của m để hệ phương

trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0^2 + y_0 = 50$ bằng

- A. 21. B. -37. C. -21. D. 37.

Câu 6: Số giá trị nguyên của x để biểu thức $\sqrt{2026-2x} + 2\sqrt{2025-2x} - \sqrt{1+2x}$ xác định là

- A. 1012. B. 2026. C. 1013. D. 2025.

Câu 7: Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \sqrt{x-y} = 15 \\ \sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-y} = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$. Ta có $x_0 + y_0$ bằng

- A. 99. B. 15. C. 8. D. 50.

Câu 8: Một vòi nước chảy với lưu lượng không đổi vào một bể có chứa sẵn $5 m^3$ nước. Biết rằng sau 2 giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy người ta đo được lượng nước trong bể là $17 m^3$. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi vòi nước bắt đầu chảy thì lượng nước trong bể là $44 m^3$?

- A. 6,5 giờ. B. 5,5 giờ. C. 5 giờ. D. 6 giờ.

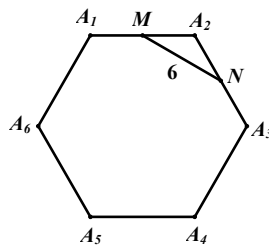
Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$. Gọi r , R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC . Tỉ số $\frac{r}{R}$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho phương trình $2x^2 - (m-1)x + m - 11 = 0$ (*). Biết phương trình (*) có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại của phương trình (*) là

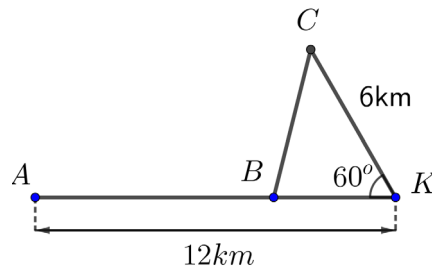
- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = -3$. C. $x = \frac{-1}{3}$. D. $x = 3$.

Câu 11: Cho hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh A_1A_2, A_2A_3 và $MN = 6$. Độ dài cạnh của hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ bằng



- A. $5\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 12: Một trạm biến áp đặt tại vị trí A trên bờ biển AK . Một công ty điện lực thi công đường dây điện từ trạm biến áp A đến đảo C ở ngoài biển. Biết chi phí mỗi kilomet (km) đường dây trên bờ biển là 30 triệu đồng, mỗi km đường dây ngoài biển là 50 triệu đồng. Công ty điện lực thi công đường dây điện từ A đến B trên bờ biển và từ B đến đảo C với tổng chi phí là 500 triệu đồng. Biết $AK = 12 km$, $CK = 6 km$, $\widehat{CKB} = 60^\circ$ ($AB > BK$). Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B theo đơn vị km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- A. 7,6 km. B. 7,7 km. C. 7,8 km. D. 7,9 km.

Câu 13: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x + m - 2$ (m là tham số). Nếu đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho hoành độ điểm A bằng -3 thì độ dài đoạn thẳng OB (O là gốc tọa độ) bằng

- A. $3\sqrt{10}$. B. $5\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{17}$.

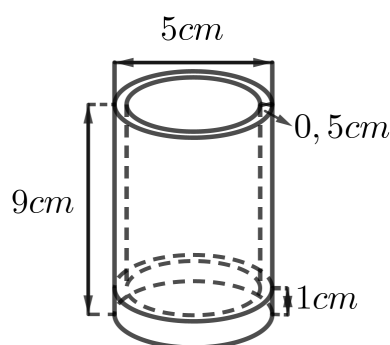
Câu 14: Một nhóm 5 học sinh gồm có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam. Cô giáo chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 5 học sinh đó để làm nhiệm vụ trực nhật lớp. Xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nam bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{9}{10}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 15: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để chọn được số chia hết cho cả 4 và 6 là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{7}{90}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{4}{45}$.

Câu 16: Một cái cốc thủy tinh có dạng hình trụ có chiều cao 9 cm , miệng cốc có đường kính ngoài bằng 5 cm , thành cốc có độ dày $0,5\text{ cm}$, đáy cốc có độ dày 1 cm (tham khảo hình vẽ). Hỏi cần bao nhiêu cm^3 thủy tinh để làm cái cốc đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$)



- A. 58 cm^3 . B. 76 cm^3 . C. 75 cm^3 . D. 81 cm^3 .

Câu 17: Một quả bóng đá làm bằng da có dạng hình cầu với đường kính 24 cm (hình vẽ). Công ty A cần sản xuất 100 quả bóng để đưa ra thị trường trong dịp hè năm 2025. Công ty A cần chuẩn bị tối thiểu bao nhiêu m^2 da để sản xuất số quả bóng trên? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, giả sử diện tích các phần mép nối bằng không, lấy $\pi = 3,14$).



- A. 5 m^2 . B. 45 m^2 . C. 18 m^2 . D. 181 m^2 .

Câu 18: Có hai hộp đựng các tấm thẻ: hộp thứ nhất đựng 4 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 4; hộp thứ hai đựng 6 tấm thẻ ghi số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một tấm thẻ. Xác suất để tích hai số ghi trên 2 tấm thẻ được lấy ra bằng 12 là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 19: Cho đường tròn $(O;6)$ và hai điểm A, B sao cho $OA = 18$, $OB = 24$, $AB = 30$. Điểm M thay đổi thuộc $(O;6)$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 3MB$ bằng

- A. $2\sqrt{145}$. B. $3\sqrt{577}$. C. $9\sqrt{577}$. D. $6\sqrt{145}$.

Câu 20: Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 2 điểm phân biệt A_1, A_2 ; trên đường thẳng b lấy 4 điểm phân biệt B_1, B_2, B_3, B_4 . Lấy ngẫu nhiên 3 điểm từ 6 điểm $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, B_4$. Xác suất để chọn được 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{5}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)**Câu 1 (5,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right) : \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

b) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m - 1$, với m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua đường thẳng $2x + 4y - 2025 = 0$.

c) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4x^2 + 9x + 2} = (15 - 3x)\sqrt{x + 2}$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3y + xy^3 + 2x^2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$.

b) Cho $P(x)$ là đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn: $P(a) = 22$, $P(b) = 23$, $P(c) = 24$, $P(d) = 25$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $a < b < c < d$ và $a + b + c + d = 26$. Tính $P(7)$.

c) Tìm tất cả các số nguyên tố q sao cho tồn tại số nguyên dương n để $n^2 + 136q$ là một lũy thừa với số mũ nguyên dương của 17.

Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A . Các điểm E, F thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $EF \parallel BC$. Gọi D là giao điểm của BF và CE , H là hình chiếu vuông góc của D lên EF . Đường tròn (I) đường kính EF cắt BF tại M , cắt CE tại N (M khác F , N khác E).

a) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN đi qua điểm I .

b) Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F lên BC và P, Q tương ứng là giao điểm của EM, FN với BC . Chứng minh $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK}$ không đổi khi E, F thay đổi.

c) Chứng minh nếu EL và FK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (I) thì EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC .

Câu 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2025abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{a}{3a^2 + 2b^2 + c^2} + \frac{b}{3b^2 + 2c^2 + a^2} + \frac{c}{3c^2 + 2a^2 + b^2}$.

----- HẾT -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Giám thị coi thi 1 (Họ tên và chữ ký).....

Giám thị coi thi 2 (Họ tên và chữ ký).....

(*Chấm theo thang Điểm 20*)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

(*Mỗi câu trả lời đúng được 0,3 điểm*)

Câu	Mã đề thi		
	101	102	103
1	D	D	B
2	C	D	D
3	D	B	A
4	B	B	B
5	D	C	D
6	C	D	C
7	A	C	A
8	D	A	A
9	A	C	A
10	A	B	B
11	A	A	C
12	C	B	C
13	B	A	D
14	C	D	C
15	B	C	D
16	C	D	B
17	D	B	C
18	A	C	B
19	B	A	D
20	B	A	A

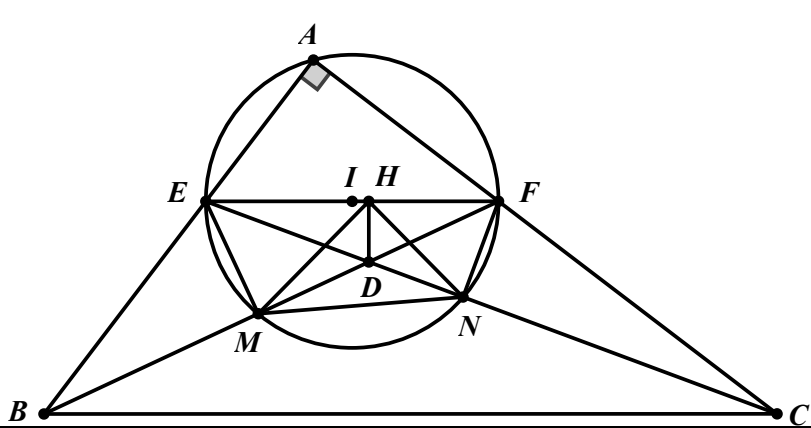
----- **HẾT** -----

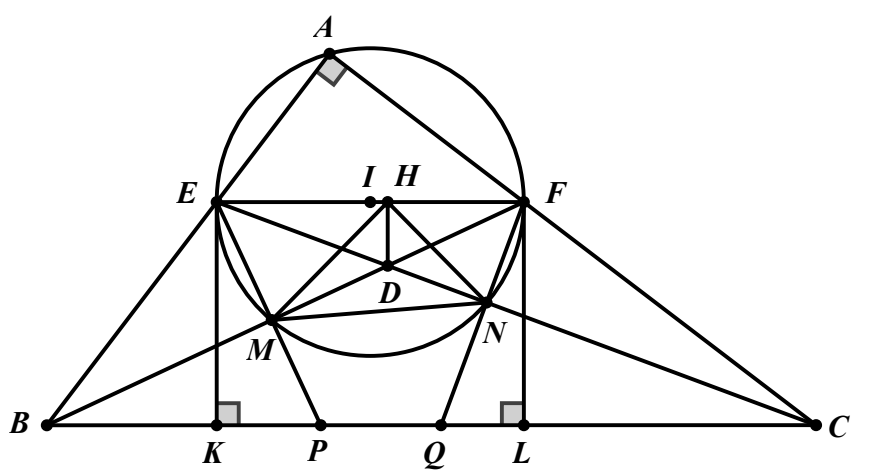
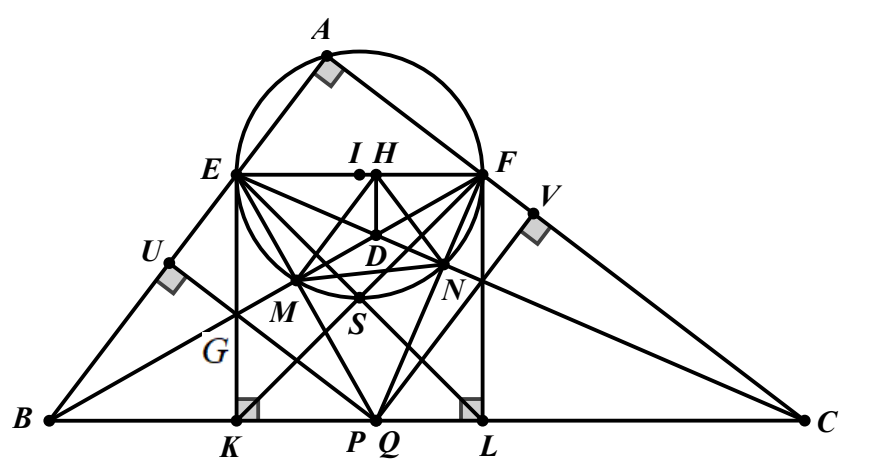
PHẦN II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1		
	a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \frac{x-1}{x^2+x+1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.	2,0 đ
	Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ ta có $P = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \frac{x-1}{x^2+x+1}$	0,5
	$= \left(\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x^2+x+1}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{x}(x+\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}+2)(x-\sqrt{x}+1)}{(x-\sqrt{x}+1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x^2+x+1}$	0,25
	$= \frac{2\sqrt{x}-2}{(x+1)^2 - (\sqrt{x})^2} : \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x^2+x+1}$	0,25
	$= \frac{2(\sqrt{x}-1)}{x^2+x+1} \cdot \frac{x^2+x+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$= \frac{2}{\sqrt{x}+1}.$	0,25
	b) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m - 1$, với m là tham số. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua đường thẳng $2x + 4y - 2025 = 0$.	1,5 đ
	Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (1) d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi $\Delta' = 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$	0,5

	Khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 .	
	Theo định lí Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{2} \end{cases}$ Giả sử $A(x_1; 2x_1 + m - 1), B(x_2; 2x_2 + m - 1)$.	0,5
	Trung điểm của AB là $M\left(\frac{1}{2}; m\right)$.	0,25
	Ta thấy $d \perp \Delta$, trong đó $\Delta: 2x + 4y - 2025 = 0$. Do $M\left(\frac{1}{2}; m\right)$ thuộc đường thẳng $2x + 4y - 2025 = 0$ nên $m = 506$ (thỏa mãn). Vậy $m = 506$.	0,25
	c) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4x^2 + 9x + 2} = (15 - 3x)\sqrt{x + 2}$	1,5 đ
	Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ 4x^2 + 9x + 2 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$	0,25
	Nhận thấy $x = -2$ thỏa mãn phương trình đã cho	0,25
	Với $x \geq 2$ ta có $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{4x^2 + 9x + 2} = (15 - 3x)\sqrt{x + 2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)(x+2)} - \sqrt{(4x+1)(x+2)} = (15-3x)\sqrt{x+2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{4x+1} = 15-3x$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 2) + (5 - \sqrt{4x+1}) + 3x - 18 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-6}{\sqrt{x-2}+2} + \frac{24-4x}{5+\sqrt{4x+1}} + 3(x-6) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-6) \left[\frac{1}{\sqrt{x-2}+2} - \frac{4}{5+\sqrt{4x+1}} + 3 \right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}+2} - \frac{4}{5+\sqrt{4x+1}} + 3 = 0 \end{cases} \quad (2)$	0,25
	$(2) \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2}+2} + \frac{11+3\sqrt{4x+1}}{5+\sqrt{4x+1}} = 0$ Ta có $\frac{1}{\sqrt{x-2}+2} + \frac{11+3\sqrt{4x+1}}{5+\sqrt{4x+1}} > 0, \forall x \geq 2$ Suy ra (2) vô nghiệm	0,25

	Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{-2; 6\}$	
Câu 2		
	a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3y + xy^3 + 2x^2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$.	1,5 đ
	$x^3y + xy^3 + 2x^2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$ $\Leftrightarrow xy(x^2 + y^2 + 2xy) - 8(x + y) + 16 = 0$ $\Leftrightarrow (x + y)^2(1 - xy) = (x + y - 4)^2 \quad (1)$	0,5
	+) Xét $x + y = 0$: không thỏa mãn (1). +) Xét $x + y \neq 0$ thì $(1) \Leftrightarrow 1 - xy = \left(1 - \frac{4}{x + y}\right)^2 \quad (2)$ Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{4}{x + y} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + y \in \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$.	0,5
	+) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 1 - xy = 4 \end{cases}$ hệ vô nghiệm nguyên. +) $\begin{cases} x + y = -2 \\ 1 - xy = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -8 \end{cases}$: có nghiệm $(-4; 2), (2; -4)$. +) $\begin{cases} x + y = -1 \\ 1 - xy = 25 \end{cases}$ hệ vô nghiệm nguyên. +) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 1 - xy = 9 \end{cases}$ hệ vô nghiệm nguyên. +) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 1 - xy = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(0; 2), (2; 0)$. +) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 1 - xy = 0 \end{cases}$ hệ vô nghiệm nguyên. Vậy các cặp nghiệm nguyên $(x; y)$ là $(-4; 2), (2; -4), (0; 2), (2; 0)$.	0,5
	b) Cho $P(x)$ là đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn: $P(a) = 22$, $P(b) = 23$, $P(c) = 24$, $P(d) = 25$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$; $a < b < c < d$ và $a + b + c + d = 26$. Tính $P(7)$.	1,0 đ
	Xét đa thức $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$. Ta có $P(b) - P(a) = a_n(b^n - a^n) + a_{n-1}(b^{n-1} - a^{n-1}) + \dots + a_1(b - a) : (b - a)$	0,25
	Do đó $P(b) - P(a) : (b - a) \Rightarrow 23 - 22 : (b - a) \Rightarrow 1 : (b - a) \Rightarrow b - a = 1$ $\Leftrightarrow b = a + 1$ Tương tự $c = b + 1 \Rightarrow c = a + 2$; $d = c + 1 \Rightarrow d = a + 3$	0,25
	Khi đó ta có $a + b + c + d = 26 \Leftrightarrow a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = 26$ $\Leftrightarrow 4a + 6 = 26 \Leftrightarrow a = 5$	0,25
	Với $a = 5$ thì $c = 7$. Do đó $P(c) = P(7) = 24$.	0,25

	c) Tìm tất cả các số nguyên tố q sao cho tồn tại số nguyên dương n để $n^2 + 136q$ là một lũy thừa với số mũ nguyên dương của 17.	1,5 đ
	Giả sử q là số nguyên tố thỏa mãn yêu cầu đề bài. Khi đó, sẽ tồn tại các số nguyên dương n, k sao cho $n^2 + 136q = 17^k$ (1). Do $n^2 + 136q > 17$ nên $17^k > 17$ suy ra $k \geq 2$. Từ (1) suy ra $(n^2 + 136q) : 17^2$ (2)	0,5
	Vì $136q : 17$ nên $n^2 : 17$, mà 17 là số nguyên tố nên $n^2 : 17^2$ (3) Từ (2) và (3) suy ra $136q : 17^2$. Do đó $q : 17$ và q là số nguyên tố nên $q = 17$.	0,5
	Với $q = 17$ tồn tại $n = 51$ thỏa mãn $n^2 + 136q = 51^2 + 136.17 = 17^3$. Vậy $q = 17$.	0,5
Câu 3.	Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A. Các điểm E, F thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $EF \parallel BC$. Gọi D là giao điểm của BF và CE, H là hình chiếu vuông góc của D lên EF. Đường tròn (I) đường kính EF cắt BF tại M, cắt CE tại N (M khác F, N khác E). a) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN đi qua điểm I. b) Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F lên BC và P, Q tương ứng là giao điểm của EM, FN với BC. Chứng minh $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK}$ không đổi khi E, F thay đổi. c) Chứng minh nếu EL và FK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (I) thì EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC.	4,0 đ
	a) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN đi qua điểm I .	1,5 đ
	 Tứ giác $DHFN$ nội tiếp, suy ra $\widehat{DHN} = \widehat{DFN} = \widehat{MAN}$ Tứ giác $DHEM$ nội tiếp, suy ra $\widehat{DHM} = \widehat{NEM} = \widehat{NAM}$ Suy ra $\widehat{MHN} = 2\widehat{MAN} = \widehat{MIN}$, suy ra tứ giác $MIHN$ nội tiếp (đpcm)	0,5 0,5 0,5

	b) Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F lên BC và P, Q tương ứng là giao điểm của EM, FN với BC. Chứng minh $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK}$ không đổi khi E, F thay đổi	1,5 đ
		
	Ta có $\begin{cases} \triangle BMP \sim \triangle BLF \\ \triangle BME \sim \triangle BAF \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BM \cdot BF = BP \cdot BL \\ BM \cdot BF = BA \cdot BE \end{cases} \Rightarrow BP \cdot BL = BA \cdot BE \quad (1)$	0,5
	Ta có $\begin{cases} \triangle CNQ \sim \triangle CKE \\ \triangle CNF \sim \triangle CAE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CN \cdot CE = CQ \cdot CK \\ CN \cdot CE = CF \cdot CA \end{cases} \Rightarrow CQ \cdot CK = CF \cdot CA \quad (2)$	0,5
	Mặt khác $EF \parallel BC$ nên $\frac{BE}{CF} = \frac{BA}{CA} \quad (3)$	0,25
	Từ (1), (2) và (3) ta có $\frac{BP \cdot BL}{CQ \cdot CK} = \frac{BE \cdot BA}{CF \cdot CA} = \frac{BE}{CF} \cdot \frac{BA}{CA} = \frac{BA}{CA} \cdot \frac{BA}{CA} = \frac{AB^2}{AC^2}$ (đpcm)	0,25
	c) Chứng minh nếu EL và FK cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (I) thì EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC.	1,0 đ
		
	Giả sử EL, FK cắt nhau tại S thuộc (I). Khi đó $\widehat{ESF} = 90^\circ$ và $EFLK$ là hình vuông. Vẽ $PU \perp AB, QV \perp AC$	0,25
	Đặt $EK = KL = LF = FE = x$	0,25

	Ta có $\triangle BEK \sim \triangle FCL$, suy ra $\frac{BK}{FL} = \frac{EK}{CL} \Rightarrow BK \cdot CL = EK \cdot FL = x \cdot x = x^2 \Rightarrow CL = \frac{x^2}{BK}$	
	Gọi G là giao điểm của EK và PU suy ra G là trực tâm của tam giác BEP suy ra B, G, M thẳng hàng. Ta có $\frac{BP}{BC} = \frac{BU}{BA} = \frac{BG}{BF} = \frac{BK}{BL}$. Tương tự ta có $\frac{CQ}{BC} = \frac{CL}{CK}$ suy ra $\frac{BP}{BC} + \frac{CQ}{BC} = \frac{BK}{BL} + \frac{CL}{CK}$. Lại có $\frac{BK}{BL} + \frac{CL}{CK} = \frac{BK}{BK+x} + \frac{CL}{CL+x} = \frac{BK}{BK+x} + \frac{\frac{x^2}{BK}}{\frac{x^2}{BK}+x} = \frac{BK}{BK+x} + \frac{x}{x+BK} = 1$	0,25
	Suy ra $\frac{BP}{BC} + \frac{CQ}{BC} = 1 \Leftrightarrow BP + CQ = BC$. Vậy P và Q trùng nhau, hay EM và FN cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng BC.	0,25
Câu 5	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2025abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{a}{3a^2 + 2b^2 + c^2} + \frac{b}{3b^2 + 2c^2 + a^2} + \frac{c}{3c^2 + 2a^2 + b^2}$	1,0 đ
	Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 = 2025abc$ suy ra $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} = 2025$ Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có: $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} \geq 2\sqrt{\frac{a}{bc} \cdot \frac{b}{ca}} = \frac{2}{c}$ $\frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq 2\sqrt{\frac{b}{ca} \cdot \frac{c}{ab}} = \frac{2}{a}$ $\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} \geq 2\sqrt{\frac{a}{bc} \cdot \frac{c}{ab}} = \frac{2}{b}$ Cộng vế với vế của 3 bất đẳng thức trên, ta có: $\Rightarrow 2\left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}\right) \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 2025$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có: $3a^2 + 2b^2 + c^2 = 2(a^2 + b^2) + (a^2 + c^2) \geq 4ab + 2ac$ $\Rightarrow \frac{a}{3a^2 + 2b^2 + c^2} \leq \frac{a}{4ab + 2ac} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2b + c}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$, ta có: $\left(\frac{2}{b} + \frac{1}{c}\right)(2b + c) = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(b + b + c) \geq 9$ $\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{b + b + c} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2b + c} \leq \frac{1}{18} \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{c}\right)$	0,25

	Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{b}{3b^2 + 2c^2 + a^2} \leq \frac{1}{18} \left(\frac{2}{c} + \frac{1}{a} \right);$ $\frac{c}{3c^2 + 2a^2 + b^2} \leq \frac{1}{18} \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b} \right)$	
	Suy ra $T \leq \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \leq \frac{1}{6} \cdot 2025 \Rightarrow T \leq \frac{675}{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của T là $\frac{675}{2}$, dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{675}$.	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm đúng khác thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với **Câu 3**, nếu học sinh không vẽ hình tương ứng yêu cầu từng phần thì không chấm điểm phần đó.
- Điểm toàn bài không được làm tròn.