

ĐỀ CHÍNH THỨC**ĐỀ THI MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi có 02 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Viết vào tờ giấy thi đáp án đúng mà em chọn (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết Câu 1: A).

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x+2025}$ là

- A. $x \leq -2025$. B. $x = -2025$. C. $x \neq -2025$. D. $x \geq -2025$.

Câu 2. Cặp số $(x; y) = (1; 2)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2x - 3y = 12$. B. $3x - y = 1$. C. $x + y = 5$. D. $x - 2y = 1$.

Câu 3. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 4. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 5x + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

- A. -6. B. -5. C. 6. D. 5.

Câu 5. Thống kê điểm kiểm tra học kỳ 2 của lớp 9A thu được bảng như sau:

Điểm	5	6	7	8	9
Số học sinh	2	8	9	10	8

Theo bảng số liệu trên, lớp 9A có bao nhiêu học sinh đạt điểm 7?

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 6. Người ta thống kê lại chiều cao một loại cây sau một năm tuổi cho ở bảng ghép nhóm như sau:

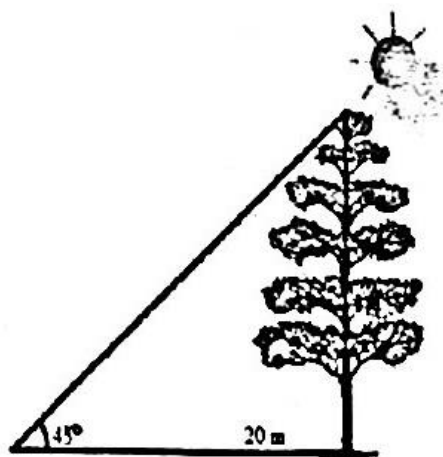
Chiều cao (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	9	8

Giá trị đại diện của nhóm [50; 55) bằng

- A. 50. B. 52,5. C. 55. D. 18.

Câu 7. Bóng của một cái cây do ánh nắng mặt trời chiếu xuống mặt đất dài 20 m. Biết rằng các tia sáng của ánh nắng mặt trời song song với nhau và tạo với mặt đất một góc 45° (tham khảo hình vẽ bên). Chiều cao của cái cây đó là

- A. $20\sqrt{2}$ m. B. 10 m.
C. 20 m. D. $10\sqrt{2}$ m.



Câu 8. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 5 dm và chiều cao bằng 6 dm. Thể tích của khối trụ đó là

- A. 150π dm³. B. 30π dm³. C. 50π dm³. D. 60π dm³.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

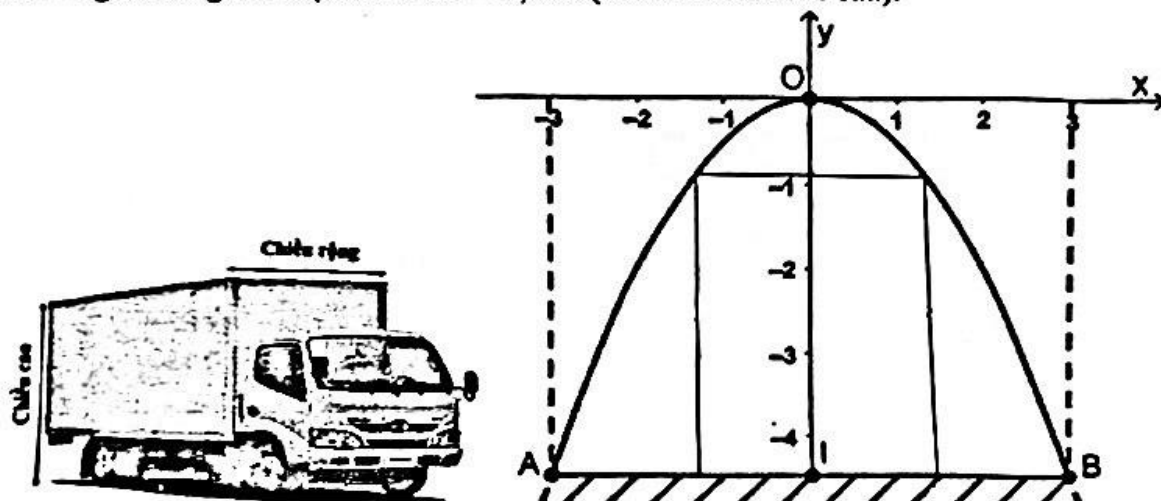
Câu 1 (1,0 điểm). Trong một hộp kín đựng 10 tấm thẻ được đánh số tự nhiên từ 1 đến 10, không có hai thẻ nào được đánh số giống nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp đã cho. Tính xác suất của biến cố A : “Lấy được thẻ ghi số chẵn”.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ (với điều kiện $x > 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm tất cả các giá trị thực của x để $23x \cdot P = 2025$.

Câu 3 (1,0 điểm). Một cái cổng được thiết kế dạng parabol có phương trình biểu diễn trong hệ trục tọa độ Oxy là $y = ax^2$ (với a là hằng số khác 0). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 6m$, chiều cao từ điểm chính giữa cổng đến mặt đất là $OI = 4,5m$ (tham khảo hình vẽ sau).



a) Tìm hệ số a dựa vào dữ kiện đã cho.

b) Một xe tải có chiều rộng bằng $2m$, chiều cao bằng $3,2m$ (tham khảo hình vẽ trên) đi vào chính giữa cổng trên. Hỏi xe tải này có thể đi qua được cổng đó mà không chạm vào cổng hay không? Giải thích lý do.

Câu 4 (1,0 điểm). Bác Vĩnh và bác Phúc cùng gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng với tổng số tiền là 900 triệu đồng. Bác Vĩnh gửi vào ngân hàng A với lãi suất 7% một năm, bác Phúc gửi vào ngân hàng B với lãi suất 6% một năm. Sau khi gửi được đúng một năm, tổng số tiền lãi mà hai bác nhận được là 60 triệu đồng. Hỏi ban đầu mỗi bác gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền?

Câu 5 (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn đường kính AB , có tâm là điểm O . Đường thẳng đi qua tâm O và vuông góc với đường kính AB cắt nửa đường tròn đã cho tại điểm C . Trên tia đối của tia CA lấy điểm D (D không trùng với C), kẻ CH vuông góc với đường thẳng BD tại điểm H .

a) Chứng minh tứ giác $OBHC$ nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng HO và BC . Chứng minh HO là tia phân giác của $\widehat{CHB}$ và $CE \cdot CH = BE \cdot HD$.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDH cắt nửa đường tròn đường kính AB tại điểm K (K không trùng với C). Chứng minh $DE > 2 \cdot CK$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + 4bc + 4ca = 28$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức
$$T = \frac{11a + 11b + 24c}{\sqrt{8a^2 + 224} + \sqrt{8b^2 + 224} + \sqrt{16c^2 + 28}}.$$

.....Hết.....

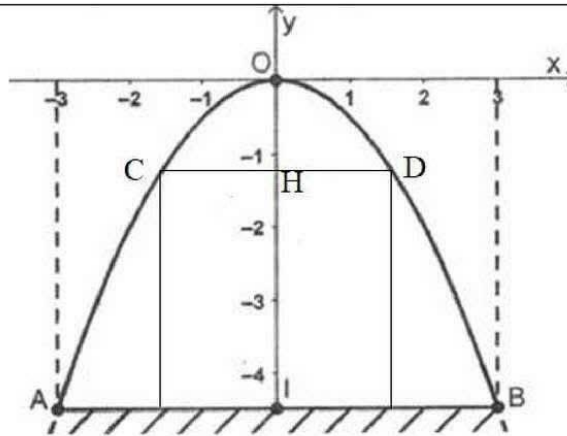
A. Phần trắc nghiệm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	B	A	D	C	B	C	A

B. Phần tự luận:

Câu	Ý	Nội dung
1		Trong một hộp kín đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10, không có hai thẻ nào được đánh số giống nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp đã cho. Tính xác suất của biến cố A: “Lấy được thẻ ghi số chẵn” Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp kín có 10 tấm thẻ” Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 10$ Do lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ trong hộp nên các kết quả là đồng khả năng Xét biến cố A: “Lấy được thẻ ghi số chẵn” Các kết quả thuận lợi của biến cố A là: $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ Số phần tử của biến cố A: $n(A) = 5$ Xác suất biến cố A: “Lấy được thẻ ghi số chẵn” là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ Vậy xác suất của biến cố: “Lấy được thẻ ghi số chẵn” bằng $\frac{1}{2}$
2	a	$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad (x > 0, x \neq 1)$ $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ $P = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ $P = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$

		Vậy $P = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$
	b	Ta có: $23x.P = 2025 \quad (x > 0, x \neq 1)$ $23x \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+1} = 2025$ $\frac{46x}{\sqrt{x}+1} = 2025$ $46x = 2025(\sqrt{x}+1)$ $46x - 2025\sqrt{x} - 2025 = 0$ $(46\sqrt{x} + 45)(\sqrt{x} - 45) = 0$ Mà $46\sqrt{x} + 45 > 0$ nên $\sqrt{x} - 45 = 0$ $\sqrt{x} = 45$ $x = 2025$ Đổi chiếu điều kiện ta được $x = 2025$. Vậy $x = 2025$.
3	a	Ta thấy điểm A(-3;-4,5) và B(3;-4,5) Thay tọa độ điểm A vào parabol $y = a.x^2$ ta có: $-4,5 = a.(-3)^2 \Rightarrow a = \frac{-4,5}{9} = \frac{-1}{2}$ Vậy $a = \frac{-1}{2}$ và parabol có dạng: $y = \frac{-1}{2}x^2$
	b	Gọi H là điểm nằm trên đường thẳng OI và cách điểm I một khoảng bằng 3,2 m, Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với OI cắt parabol tại 2 điểm C và D. Khi đó $OH = 4,5 - 3,2 = 1,3$



Suy ra $C(x_C, -1,3)$ và $D(x_D, -1,3)$ với $x_C < 0; x_D > 0$

Thay tọa độ điểm $D(x_D, -1,3)$ vào parabol: $y = \frac{-1}{2}x^2$

$$-1,3 = \frac{-1}{2}x_D^2 \Rightarrow x_D \approx 1,6;$$

Suy ra: $x_C \approx -1,6$

Ta có: $x_D - x_C \approx 1,6 - (-1,6) \approx 3,2 \text{ m}$

Vì $2\text{m} < 3,2\text{m}$ nên xe đi được qua cổng mà không chạm cổng.

4

Gọi số tiền ban đầu của bác Vĩnh và bác Phúc lần lượt là x, y (triệu đồng) ($900 > x, y > 0$)

Bác Vĩnh gửi vào ngân hàng hàng A với lãi suất 7% một năm nên tiền lãi sau một năm là $0,07x$ (triệu đồng)

Bác Phúc gửi vào ngân hàng hàng B với lãi suất 6% một năm nên tiền lãi sau một năm là $0,06y$ (triệu đồng)

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} 0,07x + 0,06y = 60 \\ x + y = 900 \end{cases}$$

Giải hệ ta được:
$$\begin{cases} x = 600 \\ y = 300 \end{cases}$$

Vậy ban đầu bác Vĩnh gửi 600 triệu đồng, bác Phúc gửi 300 triệu đồng.

		Suy ra: $\frac{CE}{BE} = \frac{HD}{CH}$ hay $CE \cdot CH = BE \cdot HD$
c		<i>Chứng minh $DE > 2CK$</i> Vì CD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHD $CE \perp CD$ suy ra CE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHD Gọi CF là đường kính của (O) Ta có $\angle CKD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Lại có $\angle CKF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Do đó F, K, D thẳng hàng. Mặt khác $\angle CBF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Suy ra $CD \parallel BF$ Theo trên: $\frac{CE}{BE} = \frac{HD}{CH}$ Do tam giác CHD đồng dạng với tam giác BCD (g-g) nên: $\frac{HD}{CH} = \frac{CD}{BC} = \frac{CD}{BF}$ Suy ra $\frac{CE}{BE} = \frac{CD}{BF}$ Xét hai tam giác CDE và BFE, ta có: $\angle DCE = \angle FBE = 90^\circ$; $\angle CDE = \angle BFE$ (so le trong) Nên $\triangle CDE \sim \triangle BFE$ (g-g) Từ đó $\angle CED = \angle BEF \Rightarrow \angle CED + \angle CEF = \angle BEF + \angle CEF = \angle CEB = 180^\circ$ Hay D, E, F thẳng hàng. Do đó D, E, K thẳng hàng Xét tam giác CED vuông tại C có CK là đường cao ứng với cạnh huyền DE. Gọi T là trung điểm của DE thì $CT = \frac{1}{2}DE$ Do đó $CK \leq CD = \frac{1}{2}DE$ Hay $2 \cdot CK \leq DE$ Dấu “=” xảy ra khi tam giác DCE vuông cân tại C suy ra $\angle ECK = 45^\circ \Rightarrow \angle BOK = 90^\circ \Rightarrow K \equiv C$ (Không xảy ra) Vậy $DE > 2 \cdot CK$.
6		Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + 4bc + 4ca = 28$. Tìm GTNN của biểu thức $T = \frac{11a + 11b + 24c}{\sqrt{8a^2 + 224} + \sqrt{8b^2 + 224} + \sqrt{16c^2 + 28}}$ Ta có:

$$\begin{aligned}\sqrt{8a^2 + 224} &= \sqrt{8(a^2 + 28)} = \sqrt{8(a^2 + ab + 4bc + 4ac)} = \sqrt{8(a+b)(a+4c)} \\ &= \sqrt{(4a+4b)(2a+8c)} \leq \frac{6a+4b+8c}{2} = 3a+2b+4c\end{aligned}$$

Chứng minh tương tự, ta có:

$$\sqrt{8b^2 + 224} \leq 3b + 2a + 4c; \quad \sqrt{16c^2 + 28} \leq 4c + \frac{a+b}{2}$$

Do đó:

$$T \geq \frac{11a + 11b + 24c}{2} = 2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 2.

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} 4a+4b=2a+8c \\ 4a+4b=2b+8c \\ 4a+c=4c+b \\ ab+4bc+4ca=28 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} a=b=2 \\ c=\frac{3}{2} \end{cases}$$