

GIẢI TÍCH

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

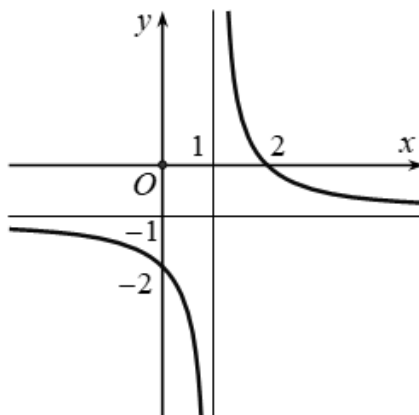
x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	14	$+\infty$	6	$-\infty$	$-\infty$

- A. $(-7; +\infty)$. B. $(-7; -4)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-7; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ.



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $(-2; -2)$. D. $(0; -2)$.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+4}{1-x}$?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		4		0	
	$-\infty$				$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	+	0	−	0	+
y	$-\infty$	0	−2	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

- A. $x = 7$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = 6$.

Câu 8: Một vật có phương trình quãng đường tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quãng đường khoảng lớn nhất?

- A. 1 giây. B. 2 giây. C. 3 giây. D. 4 giây.

Câu 9: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

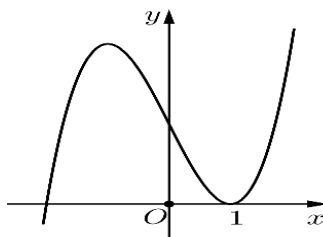
Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{2x+8}{5x-9}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 11x - 1}{x - 11}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(10; +\infty)$. C. $(8; 15)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 6. B. -2. C. 0. D. 2.

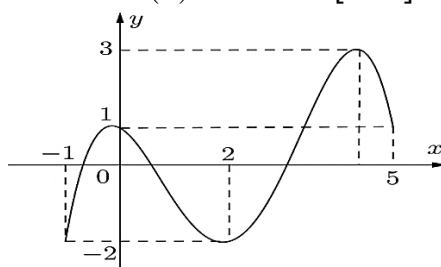
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{21x^2}{2} + 36x - 1$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 8$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 15: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\max_{[1;3]} y = 3$. B. $\max_{[1;3]} y = 4$. C. $\max_{[1;3]} y = 5$. D. $\max_{[1;3]} y = 6$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng
A. 20. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1; +\infty)$ bằng

A. $f(1)$. **B.** $f(-2)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(0)$.

Câu 19: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?

A. $2(s)$. **B.** $1(s)$. **C.** $13(s)$. **D.** $4(s)$.

Câu 20: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm³. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m² và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m². Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 81200 VNĐ. **B.** 80200 VNĐ. **C.** 82200 VNĐ. **D.** 83200 VNĐ.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m > 4$ **B.** $2 < m \leq 4$ **C.** $m \leq 0$ **D.** $0 < m \leq 2$

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3 < m \leq 4$. **B.** $-2 < m \leq 3$. **C.** $m > 4$. **D.** $m \leq -2$.

Câu 23: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $243(m/s)$. **B.** $27(m/s)$. **C.** $144(m/s)$. **D.** $36(m/s)$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

A. $y = \frac{1}{3}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 25: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		5
	2			3	

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Câu 28: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình?

- A. $y = -x - 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 29: Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m - x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 2$ D. Một đáp án khác.

Câu 30: Tại một công ty sản xuất đồ chơi A , công ty phải chi 50000USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A , công ty phải chi trả 5USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A . Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

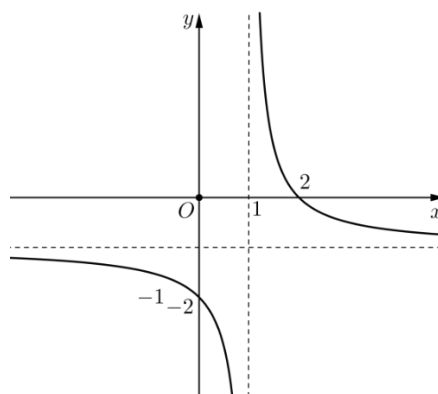
- A. 50 000 B. 50005 C. 10 D. 5

Câu 31: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

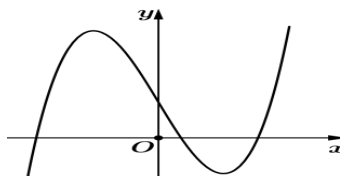
- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng:



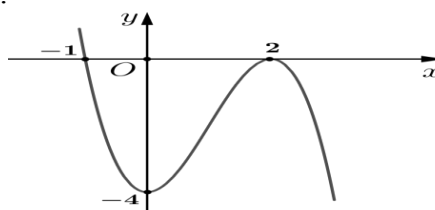
- A. $S = 0$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 33: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



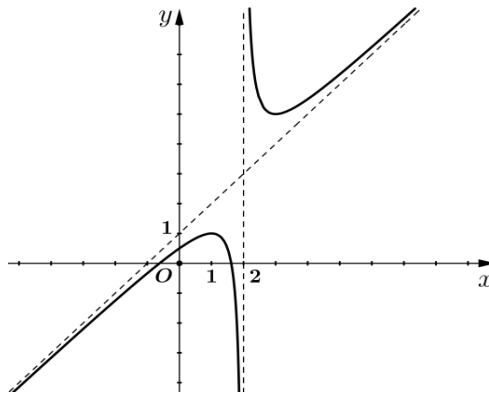
- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 34: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 4$. C. $y = x^2 - 4$. D. $y = -x^2 - 4$.

Câu 35: Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào trong các hàm số sau?



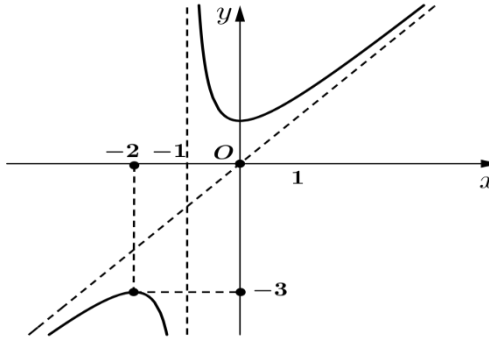
A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

Câu 36: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



A. $y = x - \frac{1}{x+1}$

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$

Câu 37: Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		+	+
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$

B. $y = \frac{x+3}{x-2}$

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$

Câu 38: Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hoà tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là:

A. $f(t) = \frac{20t+100}{10t}$

B. $f(t) = 20t+100$

C. $f(t) = \frac{10t}{20t+100}$

D. $f(t) = 20,02t+100$

Câu 39: Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

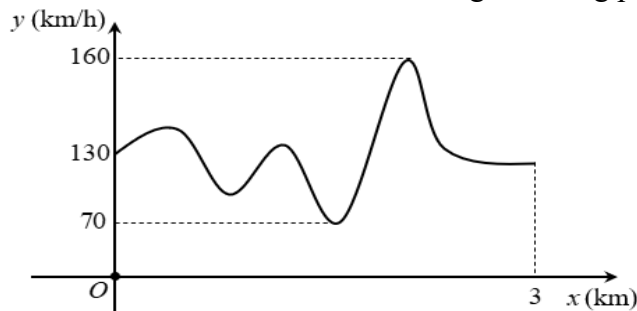
A. 12 (kg/khối).

B. 1,33 (kg/khối).

C. 0,75 (kg/khối).

D. 0,75 (kg/khối).

Câu 40: Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km.



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

A. 3 (km/h).

B. 160 (km/h).

C. 130 (km/h).

D. 70 (km/h).

- Câu 41:** Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với tốc độ ban đầu là $32,5 \text{ m/s}$ (bỏ qua sức cản của không khí), độ cao (tính bằng mét) của vật sau t giây được cho bởi công thức $h(t) = 32,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật sau 3 giây bằng
- A. $53,4 \text{ (m/s)}$. B. $32,5 \text{ (m/s)}$. C. $3,1 \text{ (m/s)}$. D. $4,9 \text{ (m/s)}$.
- Câu 42:** Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = 120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là
- A. 18 tế bào/giờ. B. 120 tế bào/giờ. C. 15 tế bào/giờ. D. 102 tế bào/giờ.
- Câu 43:** Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là $C(x) = 27900 + 100x - 1,5x^2 + 0,025x^3$. Khi đó hàm chi phí biên tương ứng là
- A. $C'(x) = 28000 - 3x + 0,075x^2$. B. $C'(x) = 100 - 3x + 0,075x^2$.
C. $C'(x) = 100 + 3x + 0,075x^2$. D. $C'(x) = 28000 + 3x + 0,075x^2$.
- Câu 44:** Một cửa hàng bán dầu muốn đóng những thùng đựng dầu có thể tích không đổi bằng $V = 30\text{dm}^3$. Thùng có dạng hình hộp chữ nhật có nắp, đáy là hình vuông cạnh $x \text{ dm}$ ($x > 0$). Trên thị trường, giá nguyên vật liệu làm đáy và nắp thùng là $120\,000 \text{ đồng/m}^2$, giá nguyên vật liệu làm mặt xung quanh của thùng là $100\,000 \text{ đồng/m}^2$. Chi phí để cửa hàng làm một thùng đựng dầu được cho bởi công thức (đơn vị nghìn đồng)?
- A. $f(x) = \frac{12}{5}x^2 + \frac{120}{x}$. B. $f(x) = 24x^2 + \frac{120}{x}$. C. $f(x) = 2x^2 + \frac{120}{x}$. D. $f(x) = 24x^2 + \frac{1200}{x}$.
- Câu 45:** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Trong bốn phương án dưới đây, lái xe sẽ thu được nhiều tiền nhất ứng với số khách được chở là
- A. 13. B. 14. C. 15. D. 16.
- Câu 46:** Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Khi đó hàm doanh thu của công ty là
- A. $f(x) = 1000x - 25x^2$. B. $f(x) = 1000x + 25x^2$. C. $f(x) = 25x^2 - 1000x$. D. $f(x) = 1000 - 25x^2$.
- Câu 47:** Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) được biểu diễn theo công thức: $C(v) = \frac{5400}{v} + \frac{3}{2}v$ ($0 < v \leq 120$). Tài xế xe tải lái xe với tốc độ trung bình là bao nhiêu để tiết kiệm tiền xăng nhất?
- A. 30. B. 60. C. 90. D. 120.
- Câu 48:** Dân số của Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức với $N(t)$ tính theo đơn vị triệu người: $N(t) = 100.e^{0,012t}$, $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số hơn 2 triệu người/năm.
- A. 2063. B. 2064. C. 2065. D. 2066.
- Câu 49:** Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?
- A. $139 \left(\frac{m}{s}\right)$. B. $78 \left(\frac{m}{s}\right)$. C. $30 \left(\frac{m}{s}\right)$. D. $77 \left(\frac{m}{s}\right)$.
- Câu 50:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?
- A. (0;10) B. (0;8). C. (8;10). D. (8;12).

Câu 51: Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ\text{C}$) được tính bởi hàm số $V(T)$, $T \in [0; 30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

T	0	T_1	30
$V'(T)$	—	0	+
$V(T)$	$V(0)$	$V(T_1)$	$V(30)$

Với $T_1 \approx 3,97^\circ\text{C}$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

- A. $(0; 3,97)$. B. $(0; 5)$ C. $(0; 10)$. D. $(0; 30)$.

Câu 52: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$?

- A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = 3 + \frac{1}{x}$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0; +\infty)$?

- A. $F_1(x) = 3x - \frac{1}{x^2}$. B. $F_2(x) = 3x + \ln x$. C. $F_3(x) = 3x + \frac{1}{x^2}$. D. $F_4(x) = 3x - \ln x$.

Câu 54: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A. $2x^2 + 4x + C$. B. $x^2 + 4x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 55: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 8x^3 - 6x$ là

- A. $F(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^2 + C$. B. $F(x) = x^5 - x^4 - x^2 + C$.
C. $F(x) = x^5 - 4x^4 - 2x^2 + C$. D. $F(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^2 + C$.

Câu 56: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2025$ thỏa mãn $F(1) = -2025$ là

- A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2025x + \frac{5}{12}$. B. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2025x - \frac{1}{12}$.
C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2025x + \frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2025x - \frac{5}{12}$.

Câu 57: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2x - 3)^2$ thỏa mãn $F(-1) = -17$ là

- A. $\frac{(2x-3)^3}{3} + \frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x - \frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x + \frac{2}{3}$.

Câu 58: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.

Câu 59: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$. B. $\frac{x^3}{3} + x + C$. C. $x^3 + x + C$. D. $6x + C$.

Câu 60: Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

- A. 25. B. 125. C. 5. D. 625.

Câu 61: Biết $F(x) = x^3 + \frac{1}{x} + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên miền $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \ln x$. B. $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$. C. $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^2}$. D. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \ln x + x + C$.

Câu 62: Biết $\int \left(\frac{1}{2x} + x^5 \right) dx = a \ln|x| + bx^6 + C$ với $(a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R})$. Tính $a^2 + b$?

- A. $\frac{5}{12}$. B. 9. C. $\frac{7}{13}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 63: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)$ là

- A. $2x + 3 + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$. C. $\frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$. D. $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$.

Câu 64: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + 5 \ln x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$.

Câu 65: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 3\sqrt{x}$ thỏa mãn $F(1) = 0$.

- A. $F(x) = x^2 + 3\sqrt{x^3}$. B. $F(x) = x^2 + 2\sqrt[3]{x^2}$. C. $F(x) = x^2 + 3\sqrt[3]{x^2} - 4$. D. $F(x) = x^2 + 2\sqrt{x^3} - 3$.

Câu 66: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 2x$ có dạng $F(x) = ax^4 + bx^2$. Tính $T = 4a + b$.

- A. $T = 0$. B. $T = 1$. C. $T = 2$. D. $T = 3$.

Câu 67: Với giá trị thực nào của tham số m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$?

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 68: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ là:

- A. $3\sin x - 4\cos x$. B. $-3\sin x + 4\cos x$. C. $3\sin x + 4\cos x + C$. D. $-3\sin x + 4\cos x + C$.

Câu 69: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

- A. $-2\cos x - 3\cot x + C$. B. $2\cos x - 3\tan x + C$. C. $-2\cos x + 3\cot x + C$. D. $2\cos x - 3\cot x + C$.

Câu 70: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2}$ là:

- A. $4\cos \frac{x}{2} + C$. B. $x + \sin x + C$. C. $2\sin^2 \frac{x}{2} + C$. D. $\frac{2}{3}\cos^3 \frac{x}{2} + C$.

Câu 71: Nguyên hàm của hàm số có $f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x$ là:

- A. $2\tan x + 2\cot x + C$. B. $\frac{1}{3}\tan^3 x + \frac{1}{3}\cot^3 x + C$.
C. $= \tan x + \cot x - 2x + C$. D. $\tan x - \cot x - 2x + C$.

Câu 72: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2\sin x - \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $F(x) = 2\cos x - \sin x - 1$. B. $F(x) = 2\cos x + \sin x - 1 - \sqrt{3}$.
C. $F(x) = -2\cos x - \sin x + 1$. D. $F(x) = -2\cos x - \sin x - 1$.

Câu 73: Khẳng định nào đây sai?

- A. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. B. $\int \cos x \, dx = -\sin x + C$.
C. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$. D. $\int \cos x \, dx = -\tan x + C$.

Câu 74: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 - \cos x + C$. B. $6x - \cos x + C$. C. $x^3 + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Câu 75: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x - 5\sin x - 5$. B. $f(x) = 3x + 5\sin x + 5$.
C. $f(x) = 3x + 5\sin x + 2$. D. $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$.

- Câu 76:** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 2\cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là
- A. $F(x) = -2\sin x - \cos x + 2$. B. $F(x) = 2\sin x - \cos x + 2$.
C. $F(x) = \sin x - 2\cos x - 2$. D. $F(x) = 2\sin x - \cos x - 2$.
- Câu 77:** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là
- A. $-\cos x + \tan x - \sqrt{2} + 1$. B. $-\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$. C. $\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$. D. $-\cos x + \tan x + C$.
- Câu 78:** Tìm $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$
- A. $\cos x + \sin x + C$. B. $-\cos x - \sin x + C$. C. $-\cot x - \tan x + C$. D. $\cot x - \tan x + C$.
- Câu 79:** Nguyên hàm của hàm số $y = \tan^2 x$ là
- A. $\tan x - x + C$. B. $-\tan x - x + C$. C. $-\tan x + x + C$. D. $\tan x + x + C$.
- Câu 80:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ và đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(0;1)$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.
- Câu 81:** Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$ là
- A. $F(x) = x \cdot 2025^{x-1}$. B. $F(x) = 2025 \cdot 2024^x$. C. $F(x) = 2025^x \cdot \ln 2025$. D. $F(x) = \frac{2025^x}{\ln 2025}$.
- Câu 82:** Cho hàm số $f(x) = 1 + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = x + xe^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = 1 + e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = x + e^x + C$. D. $\int f(x) dx = 1 + xe^{x-1} + C$.
- Câu 83:** Cho hàm số $f(x) = 3^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + 2 + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + 2 + C$. D. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + x^2 + C$.
- Câu 84:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x(1 + 2^{-x} \cdot \sin x)$ là
- A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \cos x + C$ B. $\frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C$. D. $\frac{2^{x-1}}{x+1} + \cos x + C$.
- Câu 85:** Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.
- A. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. B. $F(x) = \ln x - x - 1$. C. $F(x) = e^x - x + 1$. D. $F(x) = e^x - x + 2$.
- Câu 86:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = e^x + 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = e$. Tính $F(0)$.
- A. $\frac{5}{6}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{5}{6}$.
- Câu 87:** Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.
- A. $F(x) = \ln x - x - 1$. B. $F(x) = e^x - x - 1$. C. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. D. $F(x) = e^x - x + 1$.
- Câu 88:** Một quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16 (m/s)$. Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?
- A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$. B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$. C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$. D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$.

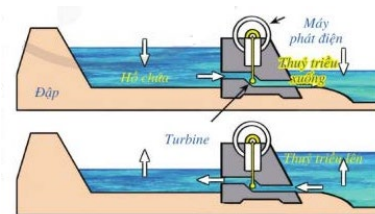
- Câu 89:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 70 km/h thì hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$. Tính quãng đường ô tô đi được sau 3 giây kể từ khi hãm phanh?
A. $51(m)$. **B.** $43(m)$. **C.** $54(m)$. **D.** $45(m)$.
- Câu 90:** Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con, biết $N'(t) = \frac{1000}{t}$ và lúc đầu đám vi rút có số lượng 250.000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.
A. 272304 con **B.** 212302 con **C.** 242102 con **D.** 252302 con.
- Câu 91:** Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5 \text{ (m/s)}$. Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:
A. 36m. **B.** 252m. **C.** 1134m. **D.** 966m.
- Câu 92:** Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $h'(t) = 10t + 500 \text{ (m}^3/\text{s)}$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?



- A.** $5 \cdot 10^4 \text{ (m}^3\text{)}$. **B.** $4 \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{)}$. **C.** $3 \cdot 10^3 \text{ (m}^3\text{)}$. **D.** $6 \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{)}$.
- Câu 93:** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt \text{ (m}^3/\text{s)}$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m^3 . Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m^3 . Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.
A. 8400 m^3 **B.** 8400 m^3 **C.** 6000 m^3 **D.** 4200 m^3
- Câu 94:** Gọi $h(t) \text{ (m)}$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t} \text{ (m/s)}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
A. 2,64m. **B.** 1,22m. **C.** 2,22m. **D.** 1,64m.
- Câu 95:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người người đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?



- A.** 5 (cm). **B.** 7,5(m). **C.** $\frac{5}{2} \text{ (m)}$. **D.** 5 (m).
- Câu 96:** Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mực nước trong hồ chứa cao 8 m . Mực nước trong hồ cao nhất và thấp nhất bao nhiêu?
A. $8(m)$. **B.** $4(m)$. **C.** $7(m)$. **D.** $6(m)$.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- b) $f(1) < f(3)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.
- d) Phương trình $f'(3x-1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

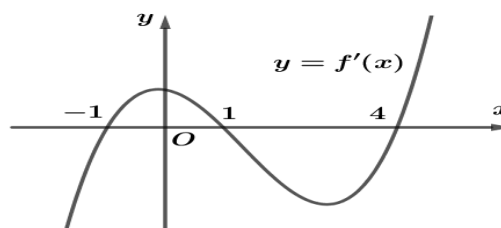
- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2023; 2026)$
- d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

- a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$.
- b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- d) $f(11) > f(7)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- c) $f(1) > f(2) > f(4)$.
- d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$
- d) Có 1 giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Câu 6: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 (km).

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai :

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-		+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$
- Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang
- Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng
- Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
- Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
- Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
- Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} (C_m)$ (m là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.
- Để tiệm cận xiên của (C_m) đi qua $M(2, -5)$ thì $m = -8$
- Để tiệm cận xiên của (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đvdt) thì tổng tất cả các giá trị m tìm được bằng 2
- Với $m = 3$ thì giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m) nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
- Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- Đồ thị không cắt trục Ox .

Câu 11: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

- Hàm gia tốc của vật là $a = y'$.
- Hàm vận tốc của vật là $v(t) = 3t^2 - 12$.
- Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên.
- Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi là 23 m.

- Câu 12:** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).
- Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
 - Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
 - Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
 - Bên A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.
- Câu 13:** Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất x (m^3) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất x (m^3) sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó:
- $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$.
 - Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.
 - $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.
 - Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá $100 m^3$.
- Câu 14:** Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- Khi vận tốc $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.
 - Hàm số xác định tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.
 - Khi vận tốc $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.
 - Vận tốc của tàu để tổng chi phí nhiên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).
- Câu 15:** Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- $F(x) = f'(x)$.
 - $F'(x) = f(x)$.
 - $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.
 - $F(1) = 3$.
- Câu 16:** Cho hàm số $f(x) = 2x + m$ và $G(x) = x^3 + mx^2 + 3x + m$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ sao cho $F(0) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau :
- Khi $m = 3$ thì $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$.
 - Khi $m = 2$ thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.
 - Khi $m = -1$ thì $\int (G(x) - f(x))dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$
 - Có 2 giá trị nguyên dương của m để $F(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int f(x)dx = 3x + C$.

b) $\int [f(x) + x]^2 dx = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 1$ thì $F(x) = 3x - 1$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 14590$ khi $F(1) = 1$

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int (x^3 - 4x + 5)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x + C$.

b) $F(0) = 2$

c) $\int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 2x^2 + 9x + C$

d) $\int f(x+1)dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + C$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(3) = 1$ thì $F(4) = \frac{4}{3}$.

c) $\int f(2x+1)dx = \int (2x+1)^2 dx = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x + C$

d) $\int [x.f(x-2)]dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2x^2 + C$

Câu 20: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3}$, với $t \geq 0$.

b) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 88,4 cm (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

c) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt 54,4 cm (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 21: Một chiếc xe đang chuyển động đều với tốc độ $v_0 = 15 m/s$ thì gặp chướng ngại vật rồi phanh gấp với gia tốc không đổi là $a = -3 m/s^2$. Kí hiệu $v(t)$ là tốc độ của xe, $a(t)$ là gia tốc xe, $s(t)$ là quãng đường xe đi được cho đến thời điểm t giây kể từ lúc phanh xe. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau.

a) $v(t) = a'(t)$.

b) $a(t) = s''(t)$.

c) Tính từ lúc phanh xe, sau 4 giây thì xe dừng hẳn.

d) Quãng đường xe đi được tính từ lúc phanh đến khi dừng hẳn nằm trong khoảng từ 35m đến 40 m.

Câu 22: Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int \sin x dx = \cos x$.

b) $\int \cos x dx = \sin x + C$.

c) $\tan x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 x}$.

d) $\cot(x+1)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \sin x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau :

- a) Ta có $\int f(x)dx = -\cos x + C$, với C là hằng số.
- b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$. Khi đó ta có $F(0) = -1$.
- c) Ta có $\int F(x)dx = \sin x + C_1$, với C_1 là hằng số.
- d) Phương trình $F(x) = f(x)$ có đúng 4 nghiệm trên đoạn $[0; 4\pi]$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \sin x - \cos x + C$, với C là hằng số.
- b) Biết rằng, $F(0) = -1$. Khi đó, $F(x) = \sin x - \cos x$.
- c) Hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- d) Hàm số $F(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là -2 .

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = e^x + x^e$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) + 5$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$.
- b) $F(x) = e^x + x^e + C$ là họ nguyên hàm của $f(x)$.
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(1) = 2e$.
- d) Nếu $F(x), G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1, G(1) = e$ thì ta có $G(x) = F(x) + e$.

Câu 26: Cho hàm số $F(x) = \int (4^x + 2^x + 1)dx$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $F(x) = \int 4^x dx + \int 2^x dx + \int dx$.
- b) $F(x) = \frac{2^{2x} + 2^x}{\ln 2} + x + C$.
- c) Nếu $F(1) = \frac{4}{\ln 2}$ thì $F(2) = \frac{12}{\ln 2} - 1$.
- d) Nếu $G(x) = \int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx$ thì $G(x) = F(x) + C$.

Câu 27: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $F'(0) = 0$.
- b) $F(1) = e - 1$.
- c) $\int F(x)dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$.
- d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

Câu 28: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 4\cos t$ (m/s²). Tại thời điểm bắt đầu chuyển động vật có vận tốc bằng 0. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 4\cos t$ (m/s).
- b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}$ là 2(m/s)
- c) Tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) sau khi xuất phát thì vận tốc của vật là $\sqrt{2}$ (m/s)
- d) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) là $2\sqrt{2}$ (m/s²)

- Câu 29:** Một chiếc xe đang chuyển động đều với tốc độ $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì gặp chướng ngại vật rồi phanh gấp với gia tốc không đổi là $a = -3 \text{ m/s}^2$. Kí hiệu $v(t)$ là tốc độ của xe, $a(t)$ là gia tốc xe, $s(t)$ là quãng đường xe đi được cho đến thời điểm t giây kể từ lúc phanh xe. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.
- $v(t) = a'(t)$.
 - $a(t) = s''(t)$.
 - Tính từ lúc phanh xe, sau 4 giây thì xe dừng hẳn.
 - Quãng đường xe đi được tính từ lúc phanh xe đến khi dừng hẳn nằm trong khoảng từ 35 mét đến 40 mét.
- Câu 30:** Một quả cầu lông được đánh lên từ độ cao $2,2 \text{ m}$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -0,8t + 4,16 \text{ (m/s)}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Công thức tính độ cao của quả cầu theo t là $h(t) = -0,4t^2 + 4,16t + 2,2 \text{ (m)}$.
 - Quả cầu đạt độ cao cao nhất tại thời điểm $t = 5,2 \text{ (s)}$.
 - Độ cao cao nhất của quả cầu bằng $13,016 \text{ (m)}$.
 - Thời điểm quả cầu chạm đất là $t = 10,5 \text{ (s)}$.
- Câu 31:** Cây KEO LAI là một trong các loài cây không chỉ là nguyên liệu giấy quan trọng mà còn là loài cây cung cấp gỗ nguyên liệu cho các ngành khác như chế biến ván nhân tạo, chế biến đồ mộc xuất khẩu, gỗ bao bì, gỗ xây dựng. Cây phát triển với tốc độ nhanh. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 8 m . Trong 10 năm tiếp theo cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{9}{x} \text{ (m/năm)}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Biểu thức của $h(x)$ là: $h(x) = 9\ln(x) + C$.
 - Sau 3 năm cây cao 20 m .
 - Tốc độ phát triển của cây trong 10 năm đầu sẽ giảm dần.
 - Người ta thường thu hoạch cây KEO LAI khi nó có độ cao trong khoảng từ 26 đến 28 mét. Vậy đó là 8 hoặc 9 năm sau khi trồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$. Tính $P = -2x_1 + x_2$.
- Câu 2:** Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương). Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .
- Câu 3:** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126 \text{ (s)}$ cho bởi hàm số sau đây:
- $$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23, \text{ (v được tính bằng ft/s, 1 foot} = 0,3048 \text{ m)}$$



Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

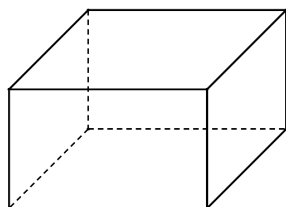
- Câu 4:** Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?

Câu 6: Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n + 10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



Câu 7: Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ/m² và ở nắp đổ hờ một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{mx - 1}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 2.

Câu 9: Chi phí để loại x (%) chất gây ô nhiễm là C (nghìn đô) với $C(x) = \frac{12x}{100 - x}$. Tính chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm?

Câu 10: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

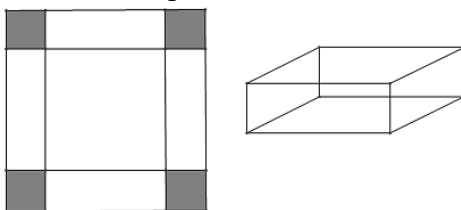
Câu 11: Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể thể nạn nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Câu 12: Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi các hàm $Q(t) = \frac{64}{4 - t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm. Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II.

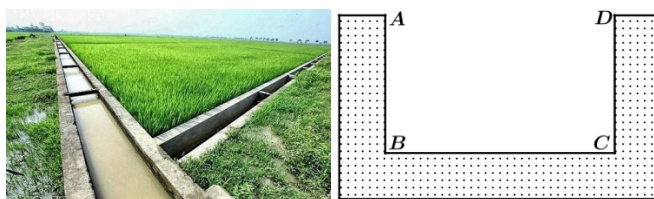
Câu 13: Nếu trong một ngày, một xưởng sản xuất được x chiếc vợt cầu lông thì chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) cho một chiếc vợt cầu lông được cho bởi công thức $C(x) = \frac{5x + 1}{x}$. Xét trong một khoảng thời gian dài, xưởng sản xuất đã sản xuất được “rất nhiều” chiếc vợt cầu lông. Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là bao nhiêu nghìn đồng?



- Câu 14:** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- Câu 15:** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48\text{m}^2$. Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



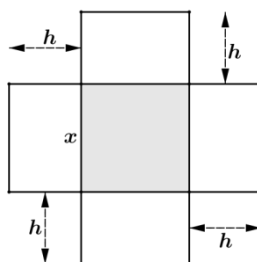
- Câu 16:** Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

- Câu 17:** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

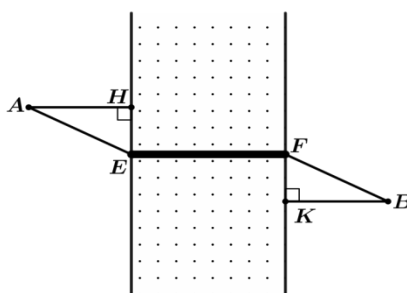
$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

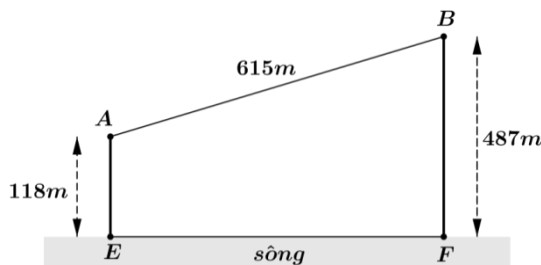
- Câu 18:** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



- Câu 19:** Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu kilomet để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)



Câu 20: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.



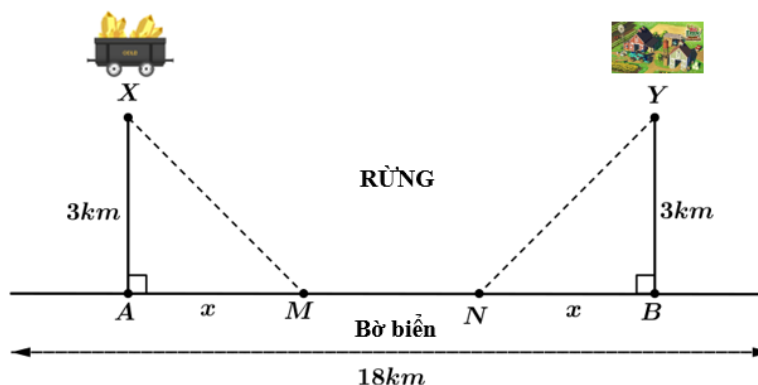
Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất là số nguyên dương mà người đó có thể đi là bao nhiêu?

Câu 21: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 100 km . Vận tốc dòng nước là 5 (km/h) . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\text{ (km/h)}$, ($v > 5$) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b - a$ (kết quả làm tròn tới hàng phần mười).

Câu 22: Giả sử hàm nhu cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{60}{1 + 0,2x}$, $12 > x \geq 0$, trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Để bán được 10 đơn vị sản phẩm thì giá bán là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 23: Trong hệ trục tọa độ (Oxy) , cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ với $x > -1$ mô tả chuyển động của một chiếc thuyền trên biển. Một trạm phát sóng đặt tại điểm $I(-1; -1)$, biết hoành độ điểm M thuộc đồ thị (C) mà tại đó thuyền thu được sóng tốt nhất là $x_0 = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} - b$ (loại trừ các điều kiện ảnh hưởng đến việc thu phát sóng). Tính giá trị biểu thức $P = a.n + b$?

Câu 24: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km . Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km . Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3\text{ km}$, $AM = NB = x\text{ km}$ và $AX = BY = 3\text{ km}$ (minh họa như hình vẽ sau)



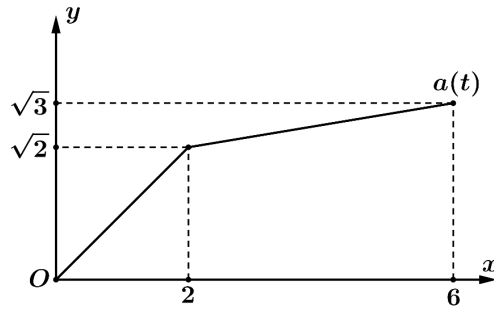
Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50\log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h . Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Câu 25: Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C . Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 5$) được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$. Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

- Câu 26:** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3 và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là 504 m^3 . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.
- Câu 27:** Tốc độ tăng trưởng của một đàn gấu mèo tại thời điểm t tháng kể từ khi người ta thả 100 cá thể đầu tiên vào một khu rừng được ước lượng bởi công thức $P'(t) = 8t + 30$ (con/tháng), với $P(t)$ là số lượng cá thể trong đàn tại thời điểm t tháng tương ứng. Dựa vào tốc độ tăng trưởng đã cho, hãy ước tính số cá thể của đàn gấu mèo này tại thời điểm 3 tháng kể từ khi chúng được thả vào rừng.
- Câu 28:** Một chất điểm thực hiện chuyển động thẳng trên trục Ox , với vận tốc cho bởi công thức $v(t) = 3t^2 + 4t$ (m/s) với t là thời gian. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu của chuyển động, chất điểm đang ở vị trí có tọa độ $x = 1$. Tọa độ của chất điểm sau 1 giây chuyển động là bao nhiêu?
- Câu 29:** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s²). Biết vận tốc đầu bằng 10 m/s , hỏi sau bao lâu thì đạt vận tốc 18 m/s ?
- Câu 30:** Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 72 (m/s) bắt đầu từ độ cao 2 m . Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5 s kể từ lúc bắn biết gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$
- Câu 31:** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m³/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m^3 . Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m^3 . Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.
- Câu 32:** Cho $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^2 \cdot e^{2x}$. Tính tổng $a + b + 2c$.
- Câu 33:** Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao $1,5 \text{ m}$, trong những năm tiếp theo. Cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$ (mét/năm). Sau bao nhiêu năm cây cao được 3 m .
- Câu 34:** Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and B Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày.
- Câu 35:** Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?
- Câu 36:** Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 24,5 - 9,8t$ (m/s).
Tính quãng đường (mét) viên đạn đi sau 2 giây đầu.
- Câu 37:** Cường độ dòng điện trong một dây dẫn tại thời điểm t giây là:
$$I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5,$$

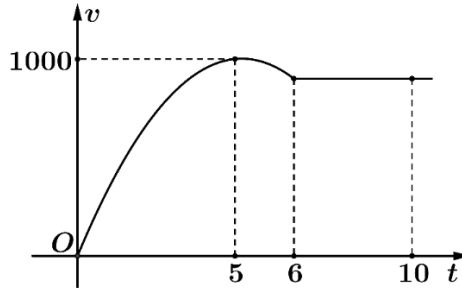
Với $Q(t)$ là điện lượng truyền trong dây dẫn tại thời điểm t . Biết khi $t = 1$ giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là $Q(1) = 4$. Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi $t = 3$.
- Câu 38:** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ (m/s)}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s²). Tính vận tốc chất điểm đó tại giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

Câu 39: Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là $a(t)$. Biết rằng đồ thị hàm số $a(t)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm $t = 0$ là $v(0) = 1 (m/s)$.



Tại thời điểm $t = 6$ giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 40: Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000 m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.

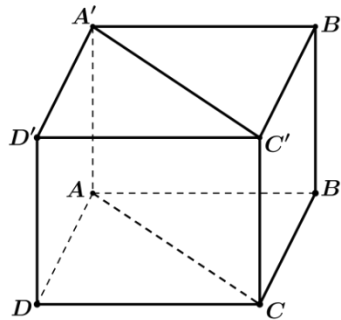


Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu?

HÌNH HỌC:

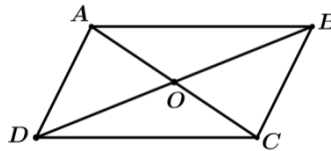
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 2: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?



- A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

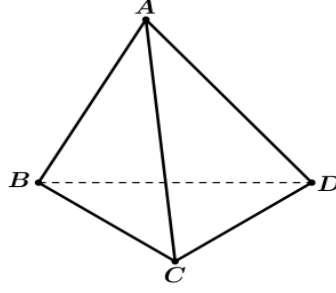
Câu 4: Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



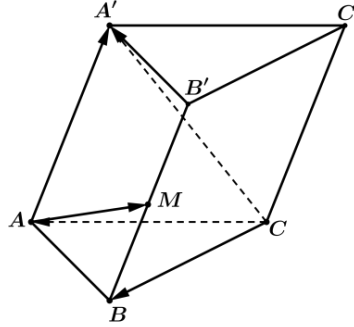
A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a ?

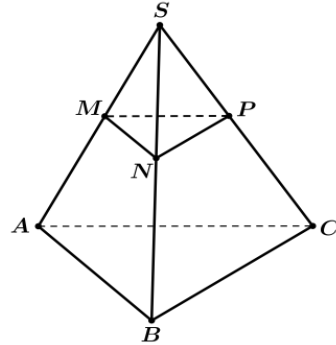
A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

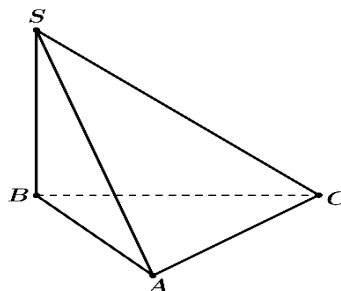
D. $a\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho tứ diện $S.ABC$ có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm khẳng định đúng?



A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$. C. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$. D. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 12.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(-1;-1;-3)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;3)$. **D.** $(3;3;-1)$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $(-4;-2;9)$. **B.** $(4;2;9)$. **C.** $(-2;4;-5)$. **D.** $(6;2;-3)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.
A. $C(4;6;-5)$. **B.** $C(2;0;2)$. **C.** $C(3;5;-6)$. **D.** $C(3;4;-6)$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{KP}$.
A. $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. **B.** $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$. **C.** $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. **D.** $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.
- Câu 16:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (3;-1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là
A. $\overrightarrow{OB} = (-2;4;-6)$. **B.** $\overrightarrow{OB} = (2;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{OB} = (-4;-2;-4)$. **D.** $\overrightarrow{OB} = (4;2;4)$.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
A. $A'(1;-2;3)$. **B.** $A'(1;2;-3)$. **C.** $A'(-1;2;3)$. **D.** $A'(-1;2;-3)$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I .
A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **B.** $I(3;5;-6)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. **D.** $I(-3;5;-6)$.
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) .
A. $M'(-3;-5;7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;5;7)$. **D.** $M'(3;-5;-7)$.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2$, $AD = 4$, $AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.
A. -4 . **B.** 9 . **C.** 3 . **D.** 6 .
- Câu 21:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$
A. 26 . **B.** 9 . **C.** 16 . **D.** 37 .
- Câu 22:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?
A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ **B.** $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ **C.** $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ **D.** $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
A. $B'(8;4;10)$ **B.** $B'(6;12;0)$ **C.** $B'(10;8;6)$ **D.** $B'(13;0;17)$
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (2;-1;4)$. Tọa độ của vectơ $-\vec{a}$ là
A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(2;-1;-4)$. **C.** $(-2;-1;4)$. **D.** $(2;1;4)$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1;2;3)$ và $\vec{b} = (4;5;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ tương ứng là
A. $(5;7;9)$. **B.** $(3;7;9)$. **C.** $(5;3;9)$. **D.** $(3;5;9)$.

- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (1; 2; 3)$ và $\vec{v} = (4; -5; 6)$. Tìm tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
A. 12. **B.** 20. **C.** 14. **D.** 28
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm $B(3; 4; 5)$. Tọa độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là
A. $(2; 3; 4)$. **B.** $(1; 3; 5)$. **C.** $(2; 4; 3)$. **D.** $(2; 2; 3)$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -5), B(1; 2; 4), C(2; 5; -2)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là
A. $G(6; 9; -3)$. **B.** $G(2; 3; -1)$. **C.** $G(2; 3; 1)$. **D.** $G(6; 9; 3)$.
- Câu 29:** Trong không gian Oxz , cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 1)$. Tìm biểu thức tọa độ của vectơ $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $(-1; 8; 7)$. **B.** $(3; 4; 5)$. **C.** $(-1; 7; 7)$. **D.** $(4; 5; 6)$.
- Câu 30:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $M'(2; -2; 1)$. **B.** $M'(-2; 0; 0)$. **C.** $M'(-2; -2; 1)$. **D.** $M'(-2; 2; -1)$.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là
A. $M_2(1; 2; 3)$. **B.** $M_3(-1; 2; -3)$. **C.** $M_4(-1; -2; -3)$. **D.** $M_1(1; -2; -3)$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; 6; -3)$. **B.** $D(6; -6; 3)$. **C.** $D(6; 6; 3)$. **D.** $D(6; -6; -3)$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng
A. 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 0; 0)$ và $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ này là
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1); B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ là
A. 3. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; 3; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ tương ứng là
A. $(3; 4; 0)$. **B.** $(1; -2; -2)$. **C.** $(4; 7; 1)$. **D.** $(5; 5; -1)$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oy . Tọa độ điểm A là
A. $A(2; 1; 0)$. **B.** $A(0; 2; 1)$. **C.** $A(0; 1; 1)$. **D.** $A(1; 1; 1)$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng
A. 2. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{5}$.
- Câu 39:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 0; -1), \vec{v} = (2; 1; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và điểm $B(3; 1; 1)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua B là
A. $(1; -2; -4)$. **B.** $(0; 3; -1)$. **C.** $(4; 3; 2)$. **D.** $(0; -1; 3)$.
- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; -6; 3)$. **B.** $D(6; 6; 3)$. **C.** $D(6; -6; -3)$. **D.** $D(6; 6; -3)$.

- Câu 42:** Cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm của tam giác có tọa độ là $G(2;1;0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là
A. $(0;-9;9)$. **B.** $(0;6;9)$. **C.** $(0;9;-9)$. **D.** $(0;6;-9)$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. ΔABC cân. **B.** ΔABC có 3 góc nhọn. **C.** ΔABC vuông. **D.** ΔABC đều.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1), P(1;m-1;2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?
A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.
- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3), B(0;3;1), C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng
A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **B.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$.
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là
A. $(-2;11;1)$. **B.** $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}, \vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Lấy điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ)

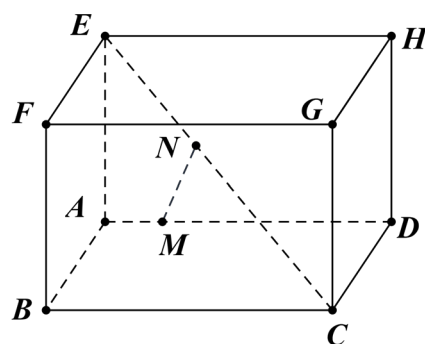
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$.

c) $(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2$
 với m, n, p là các số thực.

d) $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.



Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . E là điểm trên đoạn CD sao cho $ED = 2CE$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 6 vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.

b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$.

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2), B(-2;3;4), C(4;-6;1)$.
- Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.
 - $\overrightarrow{AB} = (3;-3;6), \overrightarrow{AC} = (-3;6;-3)$.
 - Tam giác ABC là tam giác cân.
 - Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.
- Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.
 - Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là $(x;y;z)$.
 - Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.
 - Nếu $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(8;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau
- Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(0;4;3)$.
 - Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.
 - Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.
 - $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.
- Câu 7:** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$
- Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1)$
 - Cho vectơ $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$. Tọa độ của điểm A là: $A(5;1;2)$
 - Gọi G là trọng tâm của $\triangle OMN$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$
 - I là trung điểm của đoạn MN . Tọa độ của vectơ $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\overrightarrow{ON} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\frac{9}{2};-\frac{5}{2};-7\right)$
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$.
- $\overrightarrow{AB} = (-3;3;1)$.
 - $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.
 - Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
 - Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;5), B(1;1;3), C(4;-2;3)$.
- Tọa độ trung điểm của BC là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right)$.
 - Độ dài đoạn thẳng BC là $3\sqrt{2}$.
 - Côsin $\widehat{BAC}$ bằng $\frac{7\sqrt{19}}{38}$.
 - Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ hình chiếu của trọng tâm tam giác ABD lên mặt phẳng Oyz là $(2;0;0)$.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{k}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oz , hai điểm $B(-1;2;3), C(1;4;1)$.
- $A(3;0;-1)$.
 - Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
 - Điểm $D(a;b;c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.
 - Điểm $M(m;n;p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2m - n + 2024p = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(2;1;5), C(2;4;2)$.

a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

a) $\vec{a} = (2; -1; 0)$.

b) $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 7)$.

c) $3\vec{b} = (9; 3; -12)$.

d) Nếu $\vec{u} = (m; n; p)$ sao cho $\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c}$ thì $n^2 - m - p = -15$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2, -2, 1), B(-4, 2, 4), C(-4, 0, 1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $M\left(-1, 0, \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC .

b) $G(-2, 0, 2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

c) $N(8; -6; -2)$ là điểm đối xứng của B qua A .

d) Tọa độ điểm $E(-14; 8; 11)$ thỏa B là trọng tâm tam giác AOE .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

a) Tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.

b) Gọi $C(a; b; c)$ thỏa mãn $\triangle ABC$ nhận $G(1; 1; 1)$ làm trọng tâm. Khi đó $a + b + c = -4$.

c) Nếu $A, B, M(x; y; 1)$ thẳng hàng thì tổng $x + y = 3$.

d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; 1)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.

c) Cho $P(1; m - 1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2a + b + c = 9$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD, BN = 3NC$.

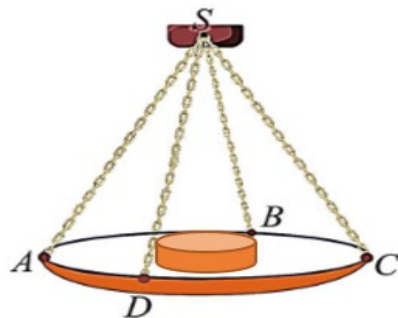
Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{DC}$ ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$.

Câu 2: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

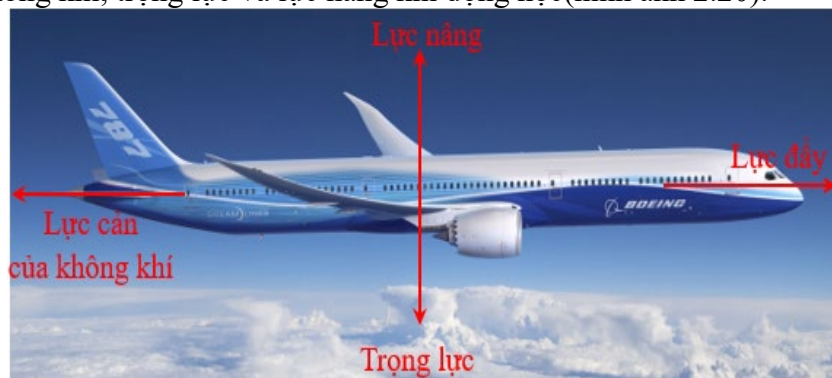
Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Câu 5: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Câu 6: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học(hình ảnh 2.20).

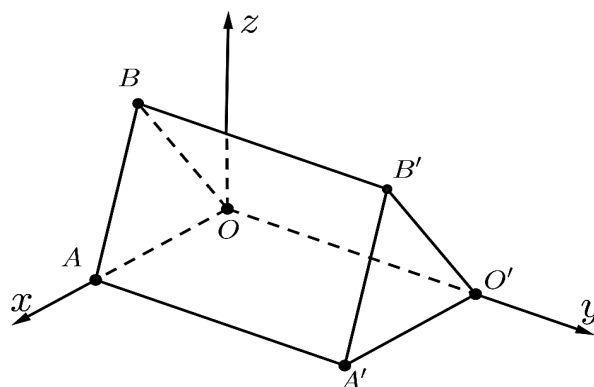


Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ $900(\text{km/h})$ lên $920(\text{km/h})$, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc $900(\text{km/h})$ và $920(\text{km/h})$ lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 7: Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).



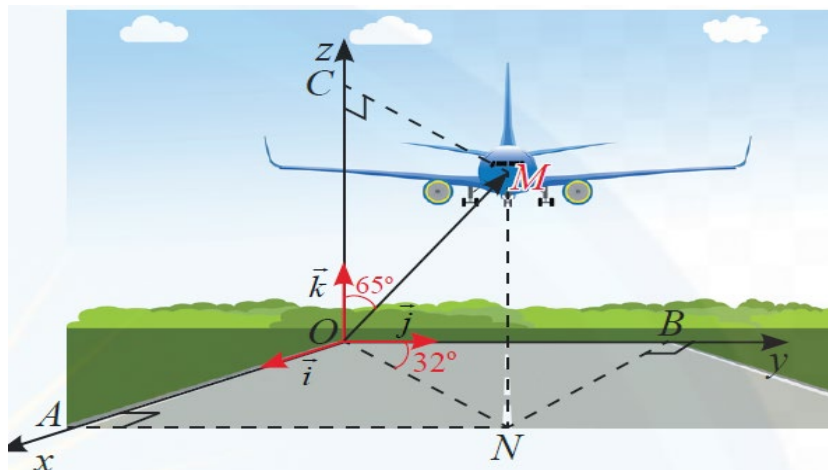
Hình 1



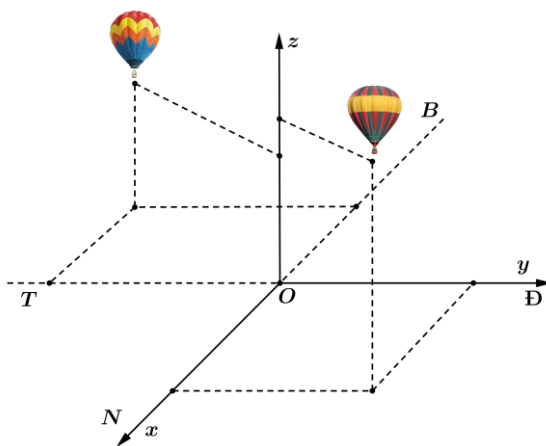
Hình 2

Câu 8: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x + y + z$.

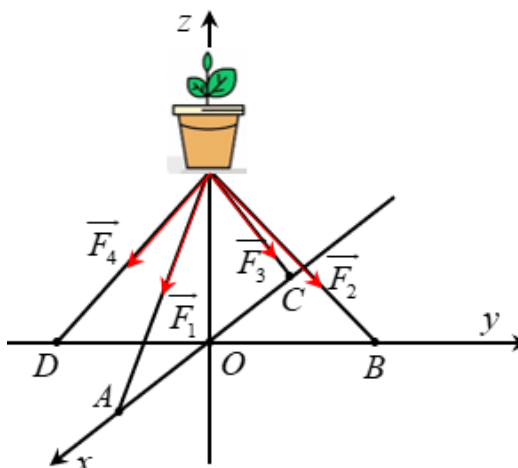
Câu 9: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$?



Câu 10: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

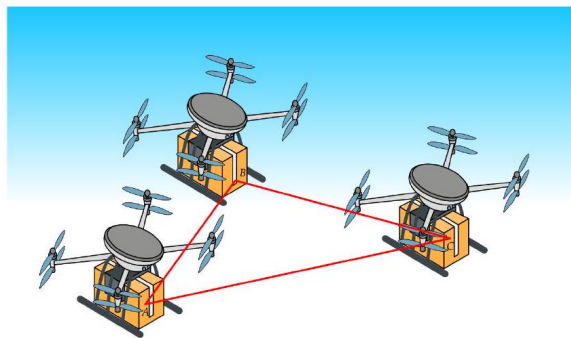


Câu 11: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

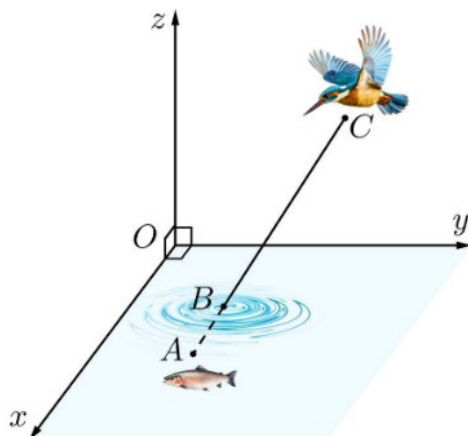


Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Nếu $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ thì giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-1;1)$ và $B(3;-1;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$. Tính $a - 2b + c$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;3), B(3;2;8)$ và $C(-2;m;4)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A .
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?
- Câu 16:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng bao nhiêu?
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2;1;0)$ và $\vec{b} = (-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1;0;0), N(2;-1;1), Q(0;1;0), M'(1;2;1)$. Biết tọa độ điểm $P'(a;b;c)$. Khi đó giá trị tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0), B(3;2;4), C(0;5;4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.
- Câu 21:** Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1), B(5;7;9), C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 22:** Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ điểm $B(a;b;c)$ lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



HẾT

(Đề thi có 04 trang)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề 101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12**Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.****Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (4; 2; -2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (2; 10; 14)$.

B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-2; -10; -14)$.

C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (12; -4; -2)$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 5; 7)$.

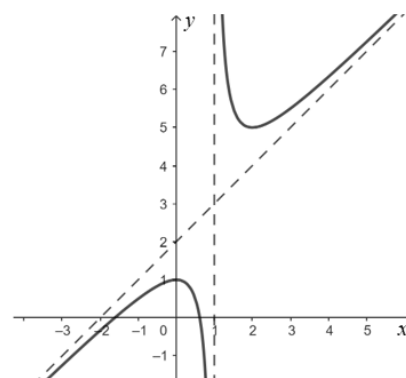
Câu 2. Đường cong dưới đây là đồ thị hàm số nào?

A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.

D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x-1}$.

**Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C$.

B. $-\sin x + 3x^2 + C$.

C. $\sin x + 6x^2 + C$.

D. $-\sin x + C$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC , I là trung điểm của EF .

Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{EF}$.

B. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 4\vec{EF}$.

C. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$.

D. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 2\vec{EF}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-2; 3)$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Câu 7. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 2}{x + 2}$ là

A. $y = -x + 6$.

B. $y = x + 6$.

C. $y = x - 6$.

D. $y = x - 2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (4; -5; 3)$, $\vec{b} = (-1; 2; 6)$ và $\vec{c} = (4; 2; -3)$. Toạ độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (-10; -7; 24)$. B. $\vec{u} = (-9; -9; 18)$. C. $\vec{u} = (14; 5; 6)$. D. $\vec{u} = (-5; -14; 21)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1; 5; -2)$ và $\vec{KH} = (5; 2; -1)$. Toạ độ của điểm H là

- A. $H(-4; 3; -1)$. B. $H(5; 10; 2)$. C. $H(6; 7; -3)$. D. $H(4; -3; 1)$.

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C$. B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^{-x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2024$

- A. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2024$. B. $F(x) = x^2 - e^x + 2025$.
C. $F(x) = x^2 + e^{-x} + 2023$. D. $F(x) = x^2 - e^{-x} + 2025$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. -4. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Một cửa hàng bán đồ thủ công với giá bán một sản phẩm là 40 000 đồng/sản phẩm. Giá nhập vào của sản phẩm đó là 15 000 đồng/sản phẩm. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 120 sản phẩm/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1 000 đồng/sản phẩm thì số sản phẩm bán được sẽ tăng thêm là 15 sản phẩm.

a) Nếu giá bán là 25 000 đồng/sản phẩm, khi đó cửa hàng bán được 345 sản phẩm/ngày.

b) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng khi chưa giảm giá sản phẩm là 2 880 000 đồng.

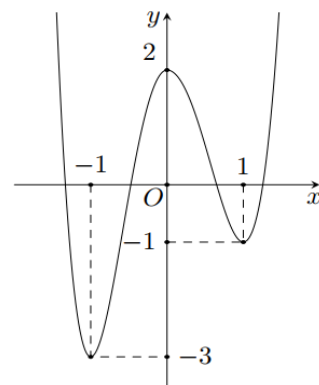
c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán sản phẩm đó ($15 \leq x \leq 39$), khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = -15x^2 + 945x - 10 800$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày mà cửa hàng thu được là 4 000 (nghìn đồng).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(2; 0; 0)$

a) Góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

- b) Tam giác ABC là tam giác cân tại A .
- c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(6;7;-7)$.
- d) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;1;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-3;2)$.



Câu 3. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

- a) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
- b) Hàm số $y = f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.
- c) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.
- d) $f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 2.

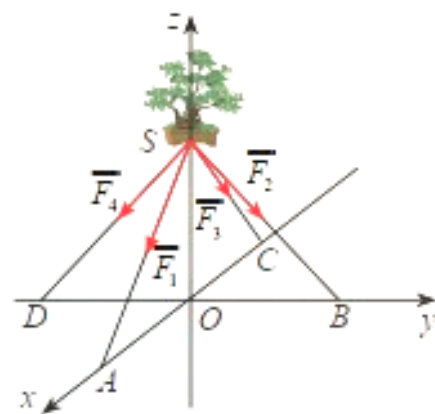
Câu 4. Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, kí hiệu $f(t)$ là tổng số lượng vi sinh vật sau t giờ. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ $f'(t) = t^2 - 8t$ (con/giờ).

- a) Họ nguyên hàm của $f'(t)$ là $\frac{t^3}{3} - 8t^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$).
- b) Số lượng vi khuẩn tăng liên tục trong khoảng từ 3 giờ đến 10 giờ sau thời điểm làm thí nghiệm.
- c) Số lượng vi khuẩn là nhỏ nhất sau 8 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.
- d) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn là 5 con.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 100\,000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 6 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu nghìn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn?

Câu 2. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0)$, $B(0;30;0)$, $C(-30;0;0)$, $D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 60N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1 + 3\vec{F}_2 + \vec{F}_3 - 2\vec{F}_4|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm $a+b+c$?

Câu 4. Một gia đình sản xuất chiếu cói ở Nga Sơn mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu ($0 \leq x \leq 20$) Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số sau: $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia

đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng / chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?



Câu 5. Một ô tô đang chạy với vận tốc $17,5 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 6. Sau khi phát hiện dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người bị nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 1 + 16t^2 - \frac{1}{3}t^3$, $t = (0, 1, 2, \dots, 30)$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Vào ngày thứ bao nhiêu thì tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

----- HẾT -----
ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	A	C	C	A	C	A	C	C	D	A

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
a) Đ b) S c) Đ d) S	a) S b) Đ c) S d) Đ	a) Đ b) Đ c) S d) S	a) S b) S c) Đ d) Đ	24	87.5	6	1300	43,8	16

Câu 4. Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, kí hiệu $f(t)$ là tổng số lượng vi sinh vật sau t giờ. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ $f'(t) = t^2 - 8t$ (con/giờ).

a) Họ nguyên hàm của $f'(t)$ là $\frac{t^3}{3} - 8t^2 + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

b) Số lượng vi khuẩn tăng liên tục trong khoảng từ 3 giờ đến 10 giờ sau thời điểm làm thí nghiệm.

c) Số lượng vi khuẩn là nhỏ nhất sau 8 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

d) Sau 6 giờ thì số lượng vi khuẩn là 5 con.

Lời giải

a) Sai.

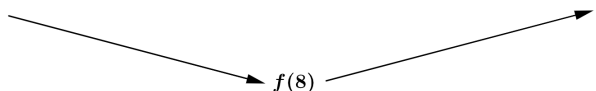
Ta có: $\int (t^2 - 8t) dt = \frac{t^3}{3} - 4t^2 + C$.

b) Sai.

Ta có: $f'(t) > 0$ khi $8 < t < 10$ và $f'(t) < 0$ khi $3 < t < 8$.

Nên số lượng vi sinh vật giảm trong khoảng từ 3 giờ đến 8 giờ, sau đó tăng dần trong khoảng 8 giờ đến 10 giờ.

c) Đúng.

t	3	8	10
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Bảng biến thiên của $f(t)$:

d) Đúng.

$$f(t) = \frac{t^3}{3} - 4t^2 + C. \text{ Do } f(3) = 50 \Rightarrow \frac{3^3}{3} - 4 \cdot 3^2 + C = 50 \Rightarrow C = 77.$$

$$\text{Suy ra } f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 77 \Rightarrow f(6) = 5.$$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm $a+b+c$?

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3; \overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}.$$

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD+BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

$$\text{Giả sử } D(a;b;c) \text{ khi đó ta có } \begin{cases} a-1 = \frac{4}{3} \\ b-2 = \frac{1}{3} \\ c-1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 6.$$

Câu 4. Một gia đình sản xuất chiếu cói ở Nga Sơn mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu ($0 \leq x \leq 20$) Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số sau: $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng / chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?



Lời giải

Đáp án: 1300

Chi phí để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) là hàm số:

$$C(x) = \int C'(x)dx = \int (3x^2 - 4x + 10)dx = x^3 - 2x^2 + 10x + c.$$

Do chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng nên $c = 500$

Từ đó ta có lợi nhuận theo đơn vị nghìn đồng mà mỗi ngày gia đình đó thu được là:

$$L(x) = 270x - (x^3 - 2x^2 + 10x + 500) = -x^3 + 2x^2 + 260x - 500$$

$$L'(x) = -3x^2 + 4x + 260 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -\frac{26}{3} \end{cases}.$$

Mà $0 \leq x \leq 20$ nên $x = 10$.

Lợi nhuận tối đa mà gia đình đó thu được là: $L(10) = 1300$ (nghìn đồng)

Câu 5. Một ô tô đang chạy với vận tốc $17,5m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t(m/s)$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Đáp án: 43,8

Ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (giây).

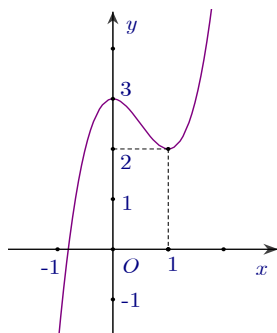
Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh là $s(t) = \int v(t)dt = \int \left(\frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \right) dt = \frac{35t}{2} - \frac{7t^2}{4} + C$.

Ta có $s(0) = 0$, suy ra $C = 0$, suy ra $s(t) = \frac{35t}{2} - \frac{7t^2}{4}$. Do đó $s(5) = \frac{35}{2} \cdot 5 - \frac{7}{4} \cdot 5^2 = 43,75(m)$.

(Đề thi có 04 trang)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:.....

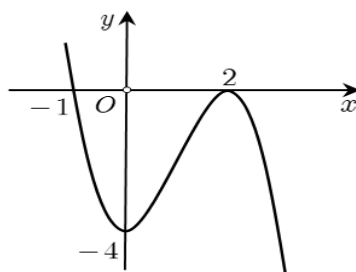
Mã đề 102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12**Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.****Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

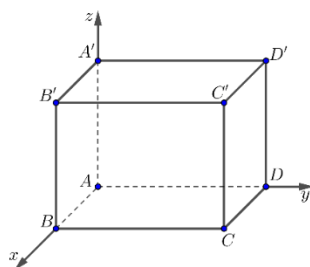
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 8^x$ là

- A. $\int 8^x dx = \frac{8^x}{\ln 8} + C$. B. $\int 8^x dx = 8^x \cdot \ln 8 + C$. C. $\int 8^x dx = \frac{8^x}{x+1} + C$. D. $\int 8^x dx = 8^x + C$.

Câu 3. Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 - 4$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ).Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{A'C}$ là

- A. $(1; 0; 1)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 1; 0)$. D. $(1; 1; -1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;-4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. $5\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-2;1)$, $B(2;4;-3)$. Xác định tọa độ trung điểm M của AB là.

- A. $M(2;6;-4)$. B. $M(1;1;-1)$. C. $M(-1;-1;1)$. D. $M(1;3;-2)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		6		2	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 2. C. 0. D. 6.

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 4$. D. $x = 4$.

Câu 9. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính $M + m$.

- A. -4. B. -1. C. 3. D. 0.

Câu 10. Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0;3)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(1;3)$. D. $(-1;1)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;1;-5)$ trên trục Ox có tọa độ là

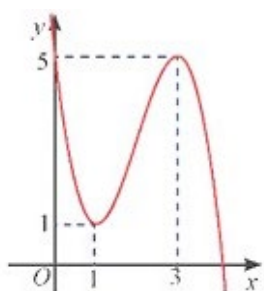
- A. $(0;1;0)$. B. $(3;0;0)$. C. $(3;0;-5)$. D. $(0;0;-5)$.

Câu 12. Hàm số $f(x) = \cos x + \tan^2 x$ có nguyên hàm là

- A. $F(x) = \cos x + \tan x - x + C$. B. $F(x) = \sin x - \tan x + x + C$.
C. $F(x) = \sin x + \tan x - x + C$. D. $F(x) = -\sin x + \cot x - x + C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng 1.

b) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm thuộc đường thẳng $y = 2x - 1$.

Câu 2. Cho hai hàm số $F(x); G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hàm số $y = f(x); y = g(x)$.

a) Biết rằng $f(x) = 2x + \sqrt{x}$; $F(1) = 0$ thì $F(4) = 20$.

b) $\int [f(x) + 2g(x)] dx = F(x) + 2G(x) + C$

c) $\int [f(x) + x] dx = F(x) + 1$.

d) $F'(x) = f(x)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) $ABCD$ là hình bình hành với điểm $D(2; 1; -3)$.

c) Điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì ta có: $4x + 4y + z = 10$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -5$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$ với $x \neq 1$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1; 3)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng 5.

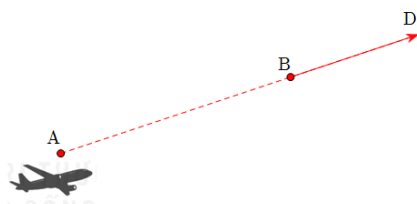
d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của (C) . Khi đó $AB = 4\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 3}$ có đường tiệm cận xiên $y = g(x) = ax + b$. Tính $g(-2)$.

Câu 2. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo km), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo ở vị trí $D(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z = ?$

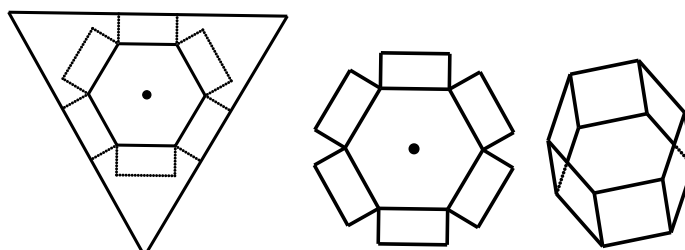


Câu 4. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho biết tốc độ bơm là $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m^3/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

Câu 5. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có một cây quạt trần A ở vị trí tâm trần nhà và một quả bóng B nằm trên sàn. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (đơn vị mét). Biết quả bóng cách tường (Oxz) $2m$ và cách tường (Oyz) $3m$. Nếu cây quạt trần đột nhiên rơi xuống sàn thì vị trí chạm sàn của cây quạt cách quả bóng bao nhiêu?



Câu 6. Cho một tấm tôn hình một tam giác đều có cạnh bằng $2m$. Người ta thiết kế một thùng chứa nước có đáy là hình lục giác đều, sáu mặt bên là sáu hình chữ nhật ở phía ngoài lục giác, mỗi hình chữ nhật có một cạnh bằng cạnh của lục giác, một cạnh bằng x (mét). Sau đó người ta cắt theo nét đứt đoạn và gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ lục giác đều (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối (dm^3) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12								
C	A	A	D	D	B	B	A	B	D	B	C								
Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4		Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4		Câu 5		Câu 6	
a)Đ b)S c)Đ d)Đ		a)S b)Đ c)S d)Đ		a)Đ b)S c)S d)S		a)S b)Đ c)Đ d)S		4		6,24				8400		2		98,8	

Câu 4. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho biết tốc độ bơm là $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m^3/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

Lời giải

Ta có: $h'(t) = 3at^2 + bt$

$$\Rightarrow h(t) = \int (3at^2 + bt) dt = at^3 + \frac{1}{2}bt^2 + C \Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{1}{2}bt^2 + C$$

$$\text{Chọn } t = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{1}{2}bt^2$$

$$\text{Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là } 150m^3: h(5) = 150 \Leftrightarrow 125a + \frac{25}{2}b = 150$$

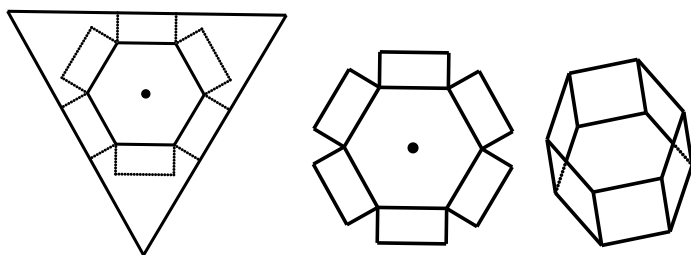
$$\text{Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là } 1100m^3: h(10) = 1100 \Leftrightarrow 1000a + 50b = 1100$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} 125a + \frac{25}{2}b = 150 \\ 1000a + 50b = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

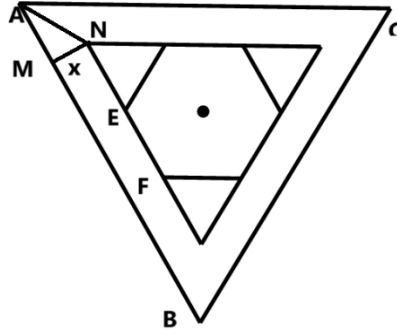
$$\Rightarrow h(t) = t^3 + t^2$$

$$\text{Nên thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là } h(20) = 20^3 + 20^2 = 8400m^3$$

Câu 6. Cho một tấm tôn hình một tam giác đều có cạnh bằng $2m$. Người ta thiết kế một thùng chứa nước có đáy là hình lục giác đều, sáu mặt bên là sáu hình chữ nhật ở phía ngoài lục giác, mỗi hình chữ nhật có một cạnh bằng cạnh của lục giác, một cạnh bằng x (mét). Sau đó người ta cắt theo nét đứt đoạn và gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ lục giác đều (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối (dm^3) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Giải



Xét tam giác AMN vuông tại M , gọi một cạnh hình chữ nhật bên ngoài lục giác bằng x nên $MN = x(m)$.
 Vì $\triangle ABC$ đều nên $\widehat{MAN} = 30^\circ$. Ta có $AM = x\sqrt{3}$.

Theo cách dựng hình ta dễ thấy $NE = EF = FD$. Khi đó $EF = \frac{AB - 2AM}{3} = \frac{2 - 2\sqrt{3}x}{3}$

Ta có diện tích tam giác đều DEF bằng $S_{DEF} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2 - 2\sqrt{3}x}{3} \right)^2$

Diện tích đáy của khối lăng trụ $S = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2 - 2\sqrt{3}x}{3} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} (12x^2 - 8\sqrt{3}x + 4)$

Chiều cao h của lăng trụ bằng cạnh của hình chữ nhật nên $h = x$

Thể tích của khối lăng trụ $V = \frac{\sqrt{3}}{6} (12x^3 - 8\sqrt{3}x^2 + 4x)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{6} (12x^3 - 8\sqrt{3}x^2 + 4x)$, $f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{6} (36x^2 - 16\sqrt{3}x + 4)$

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{9}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$		$\frac{8}{81}$	0	

Bảng biến thiên

Dựa vào bảng biến thiên ta có: thể tích của khối lăng trụ lớn nhất $V_{\max} = \frac{8}{81} (m^3) \approx 98,8 (dm^3)$ tại $x = \frac{\sqrt{3}}{9}$.