

PHẦN I. TÓM TẮT NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Đại số

Chương VI. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai một ẩn.

- Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).
- Phương trình bậc hai một ẩn.
- Định lí Viète và ứng dụng.
- Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

2. Hình học

Chương IX. Đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp.

- Góc nội tiếp.
- Đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp của một tam giác.
- Tứ giác nội tiếp. Đa giác đều.

PHẦN II. MỘT SỐ CÂU HỎI, BÀI TẬP THAM KHẢO

1. Đại số

Dạng 1. Hàm số và đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

Bài 1. Cho đồ thị hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

- Vẽ đồ thị (P) .
- Tìm các điểm trên parabol có tung độ bằng 16.
- Tìm các điểm trên parabol (khác gốc tọa độ) cách đều hai trục của tọa độ.

Bài 2. Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị hàm số (P) .

- Xác định a biết (P) đi qua điểm $A(1; -2)$.
- Vẽ đồ thị (P) .
- Tìm điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2.

Bài 3. Cho hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$.

1. Xác định a để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;2)$.

2. Với giá trị a vừa xác định được, hãy:

a) Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.

b) Tìm các điểm trên đồ thị có tung độ bằng 4.

c) Tìm các điểm trên đồ thị và cách đều hai trục tọa độ.

Bài 4. Cho hàm số $y = (m^2 - 1)x^2$ với m là tham số. Tìm m để:

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(x_0; y_0)$ biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}.$$

c) Vẽ đồ thị hàm số với các giá trị m tìm được ở trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Bài 5. Cho hàm số $y = ax^2$ biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm $A(2;4)$.

a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho.

b) Tìm các điểm trên parabol có tung độ bằng 8.

c) Tìm m sao cho $B(m; m^3)$ thuộc parabol.

d) Tìm các điểm trên parabol (khác gốc tọa độ) cách đều hai trục tọa độ.

Dạng 2. Ứng dụng thực tế của đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Bài 1. Một hòn đá rơi xuống một cái hang, khoảng cách rơi xuống được cho bởi công thức $h = 4,9t^2$ m, trong đó t là thời gian tính bằng giây.

a) Hãy tính độ sâu của hang nếu mất 3s để hòn đá chạm đáy.

b) Nếu hang sâu 122,5 m thì phải mất bao lâu để hòn đá chạm tới đáy.

Bài 2. Quãng đường đi (đơn vị là mét) của một xe ô tô đi được trong thời gian t giây được cho bởi công thức $y = at^2$. Giả sử ô tô trên đi được quãng đường 225 m sau khoảng thời gian 5 giây.

a) Xác định hệ số a .

b) Hỏi xe ô tô đi trong bao lâu thì được quãng đường 3,6 km so với vị trí ban đầu?

Dạng 3. Giải phương trình bậc hai một ẩn

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $5x^2 - 7x = 0$;

b) $-3x^2 + 9 = 0$;

c) $-\sqrt{3}x^2 - 7x = 0$;

d) $-\frac{3}{5}x^2 - \frac{7}{2} = 0$;

e) $(x+1)^2 = 4$;

f) $(x-5)^2 - 11 = 0$;

g) $-x^2 - 7x - 6 = 0$;

h) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

i) $9x^2 - 12x + 4 = 0$;

k) $x^2 - 6x + 8 = 0$;

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + \sqrt{8}x = 2$;

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$;

c) $2x^2 + 2\sqrt{11}x - 7 = 0$;

d) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$;

e) $\sqrt{3}x^2 - (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$;

f) $-3x^2 + 4\sqrt{6}x + 4 = 0$;

g) $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$;

h) $x^2 = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $(x+1)^2 - 4(x^2 - 2x + 1) = 0$;

b) $x^2 + 7x - 3 = x(x-1) - 1$;

c) $2x^2 - 5x - 3 = (x+1)(x-1) + 3$;

d) $5x^2 - x - 3 = 2x(x-1) - 1 + x^2$.

Dạng 4. Xác định số nghiệm của phương trình chứa tham số.

Bài 1. Cho phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + 3 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

b) Có nghiệm kép.

c) Vô nghiệm.

d) Có đúng một nghiệm.

Bài 2. Cho phương trình $(2m-3)x^2 - 2(m-2)x - 1 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Chứng minh rằng với mọi $m \in \mathbb{R}$, phương trình luôn có nghiệm.

c) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Bài 3. Cho phương trình $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

b) Có nghiệm kép.

c) Vô nghiệm.

d) Có đúng một nghiệm.

Bài 4. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 3m + 5 = 0$.

a) Giải phương trình với $m = 3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có một trong các nghiệm bằng -4 .

c) Tìm các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm kép.

Bài 5. Chứng minh rằng với mọi m các phương trình sau luôn có nghiệm:

a) $x^2 - 2(m+2)x - m - 7 = 0$;

b) $x^2 - 4mx - 4m - 2 = 0$.

Dạng 5. Sự tương giao đồ thị

Bài 1. Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = x + 4$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Bài 2. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x + 6$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm tọa độ của các giao điểm của (P) và đường thẳng (d) .

Bài 3. Cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m - 3$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua $A(1;5)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P) .

Bài 4. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx + 1 - m^2$ (m là tham số).

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(1;-9)$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.

Bài 5. Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m$ (m là tham số).
Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 - 3)(x_2 - 3) = 5$.

Dạng 6. Định lý Viète và ứng dụng

Bài 1. Cho phương trình $x^2 + 5x - 4 = 0$. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình.
Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$.

Bài 2. Giả sử $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2$;

b) $B = x_1^4 + x_2^4$;

c) $C = \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$;

d) $D = |x_1 - x_2|$.

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa $x_1; x_2$ không phụ thuộc vào tham số m .

Bài 4. Cho phương trình $x^2 + 5x + m = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ phân biệt thỏa mãn $9x_1 + 2x_2 = 18$.

Bài 5. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 3m - 2 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho biểu thức $A = 2018 + 3x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6. Tìm hai số x và y biết:

a) $x + y = 18$ và $xy = 77$;

b) $x + y = -3$ và $xy = 5$;

c) $x - y = 2\sqrt{3}$ và $xy = 1$;

d) $x^2 + y^2 = 34$ và $xy = -15$.

Dạng 7. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Bài 1. Một tổ công nhân dự định làm 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm thêm được 10 sản phẩm so với dự định. Do đó mỗi tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 2. Một người đi xe máy từ huyện Ba Vì đến huyện Mỹ Đức cách nhau 100 km. Khi về người đó tăng vận tốc thêm 10 km/h so với lúc đi, do đó thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi của xe máy.

Bài 3. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 6 m. Diện tích của khu vườn là 216 m^2 . Tính chiều rộng và chiều dài mảnh vườn đó.

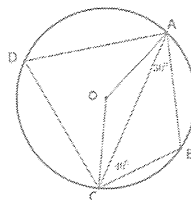
Bài 4. Hai công nhân cùng làm một công việc thì hoàn thành công việc đó trong 6 giờ 40 phút. Nếu họ làm riêng thì công nhân thứ nhất hoàn thành công việc đó ít hơn công nhân thứ hai 3 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi công nhân phải làm trong bao lâu thì xong công việc?

Bài 5. Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu là 2 tấn gạo (khối lượng mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

2. Hình học

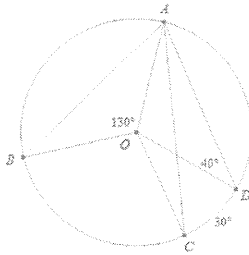
Dạng 1. Tính góc nội tiếp đường tròn

Bài 1. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) , biết $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $\widehat{BCA} = 40^\circ$ như hình vẽ dưới đây.



Tính số đo các góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{ADC}$, $\widehat{AOC}$.

Bài 2. Cho hình vẽ dưới đây. Tính số đo góc $\widehat{BAC}$.



Bài 3. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB và S là một điểm nằm ngoài đường tròn. Các đường thẳng SA, SB lần lượt cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai M, N . Gọi H là giao điểm của AN với BM . Chứng minh rằng:

- a) $SH \perp AB$. b) $HM.HB = HN.HA$.

Bài 4. Cho (O) và điểm M cố định. Qua M kẻ hai đường thẳng, đường thẳng thứ nhất cắt đường tròn (O) tại A và B , đường thẳng thứ hai cắt đường tròn tại C và D . Chứng minh rằng $MA.MB = MC.MD$.

Dạng 2. Đường tròn ngoại tiếp. Đường tròn nội tiếp

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4a$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = \frac{5a}{2}$. Tính cạnh AC theo a .

Bài 2. Đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC có bán kính bằng 4 dm.

- a) Tính diện tích tam giác ABC .
- b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có bán kính bằng $R = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

- a) Tính các cạnh của tam giác ABC theo a .
- b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp của ABC theo a .

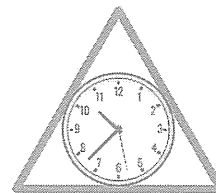
Bài 4. Cho tam giác ABC có $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 13$ cm.

- a) Tính diện tích tam giác ABC .
- b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6$ cm và $AC = 8$ cm ngoại tiếp

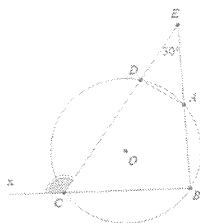
đường tròn I bán kính r . Tính r .

Bài 6. Người ta muốn làm một khung gỗ hình tam giác đều để đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn có đường kính 40cm. Độ dài các cạnh (phía bên trong) của khung gỗ là bao nhiêu cm?



Dạng 3. Tứ giác nội tiếp

Bài 1. Dựa vào hình vẽ sau, hãy tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$, biết $\angle DCx = 135^\circ$.



Bài 2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ các đường cao BD và CE của tam giác ABC . Gọi H là giao điểm của BD và CE .

a) Chứng minh $ADHE$ là tứ giác nội tiếp. b) Chứng minh $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ đường cao AH và phân giác trong AD của góc HAC . Phân giác trong của $\angle ABC$ cắt AH , AD lần lượt tại M, N . Chứng minh rằng: $MHDN$ là tứ giác nội tiếp.

Dạng 4. Bài tập tổng hợp về đường tròn.

Bài 1. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB , dây CD vuông góc với AB tại F . Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC (M khác B, C), hai đường thẳng AM và CD cắt nhau E .

a) Chứng minh tứ giác $BMEF$ nội tiếp. b) Chứng minh tia MA là phân giác của góc $\angle EMD$. c) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AM$.

Bài 2. Cho đường tròn O đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn O .

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp (O) . Từ một điểm D trên cạnh BC kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại F và cắt tia đối của tia AB tại E . Gọi H là giao điểm của BF và CE , tia HD cắt (O) tại K .

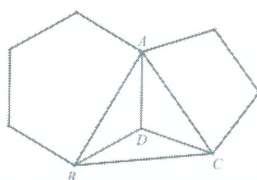
a) Chứng minh tứ giác $AECD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $BF.BH = BD.BC$ và $AK \perp BC$.

c) Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh $OI \perp AH$.

Dạng 5. Đa giác đều

Bài 1. Một lục giác đều và một ngũ giác đều chung cạnh AD như hình vẽ. Tính các góc của tam giác ABC .



Bài 2. Cho ngũ giác đều $ABCDE$, gọi I là giao điểm của AD và BE . Chứng minh rằng:

a) $DIBC$ là hình bình hành;

b) $DI^2 = AI.AD$.

Bài 3. Đường tròn tâm O nội tiếp hình vuông $ABCD$, tiếp điểm trên AB là M . Một tiếp tuyến với (O) cắt các cạnh BC, CD lần lượt ở E, F . Chứng minh rằng

a) Các tam giác DFO và BOE đồng dạng.

b) $ME \parallel AF$.

-----HẾT-----

Phúc Thọ, ngày 24 tháng 2 năm 2026



Kí duyệt của BGH

Nguyễn Quang Tất

Kí duyệt của tổ trưởng

Nguyễn Thị Thanh Huyền

GV thực hiện

Khuất Thị Phụng