

A) NỘI DUNG ÔN TẬP

1. Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn và giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.
2. Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn: Phương trình tích và phương trình chứa ẩn ở mẫu; Bất đẳng thức; bất phương trình bậc nhất một ẩn.
3. Căn bậc hai và căn bậc ba: Khai căn bậc hai với phép nhân và phép chia; biến đổi đơn giản và rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai; căn bậc ba.
4. Hệ thức lượng trong tam giác vuông: Tỷ số lượng giác của góc nhọn; Hệ thức về cạnh - góc trong tam giác vuông và ứng dụng.
5. Đường tròn: Cung và dây của một đường tròn; Độ dài cung tròn – Diện tích hình quạt tròn và hình vành khuyên; Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn; Vị trí tương đối của hai đường tròn.

B) MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP THAM KHẢO

Dạng 1. Giải phương trình; hệ phương trình và bất phương trình.

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 5(x + 2y) - 3(x - y) = 99 \\ x - 3y = 7x - 4y - 17 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2|x| - 3y = 1 \\ |x| + 2y = 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$1) (2x - 5)(x^2 - 4) = 0$$

$$2) (x^2 + 1)(x^3 + 1) = 0$$

$$3) x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$4) x^2 + 9x + 20 = 0$$

$$5) x^3 + (x - 2)(2x + 1) = 8$$

$$6) 4(3x - 2) + (2 - 3x)^3 = 0$$

$$7) \frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{2x + 9}{x + 2} = \frac{12}{x^2 - 4}$$

$$8) \frac{x}{x - 4} - \frac{1}{x - 2} = \frac{2}{(x - 2)(x - 4)}$$

$$9) \frac{x - 3}{x - 5} + \frac{1}{x} = \frac{-5}{x^2 - 5x}$$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

$$1) \frac{7x - 11}{5} \leq 1 - 2x$$

$$2) \frac{1 - 2x}{4} - 2 < \frac{1 - 5x}{8}$$

$$3) \frac{x}{3} - \frac{2x + 1}{2} \geq \frac{x}{6} - x;$$

$$4) \frac{x - 1}{4} - 9 > \frac{x + 1}{3}$$

$$5) 10x - 3(x - 5) > 3x - 2(x - 4),$$

$$6) 2x(6x - 1) > (3x - 2)(4x + 3)$$

$$7) (x - 2)^3 + 6x^2 \geq x^3 + 7(2x - 1)$$

$$8) (x + 2)^2 - 4(x - 3) \leq (x + 1)(x - 1)$$

Dạng 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình; hệ phương trình hoặc bất phương trình

Bài 4. Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Bài 5. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì bể sẽ đầy trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở riêng vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể nước là bao nhiêu phút?

Bài 6. Cô Hồng đầu tư 400 triệu đồng vào hai khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,5% một năm. Cuối năm, cô Hồng nhận về 431,4 triệu đồng tiền gốc và lãi. Hỏi cô Hồng đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

Bài 7. Nhân ngày Quốc Khánh 2/9, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc máy giặt và một chiếc máy rửa bát có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này máy giặt giảm 40% giá niêm yết và máy rửa bát giảm 25% giá niêm yết. Vì thế tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn là 16,77 triệu đồng. Tính số tiền khi mua mỗi mặt hàng trên (sau khi đã được giảm giá)?

Bài 8. Một ô tô đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14km/h thì đến B sớm hơn dự định 2 giờ. Nếu vận tốc giảm đi 4km/h thì sẽ đến B muộn hơn 1 giờ. Tính thời gian dự định của ô tô.

Bài 9. Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm số bé hơn.

Bài 10. Một người công nhân phải hoàn thành 168 sản phẩm theo kế hoạch. Do cải tiến kỹ thuật nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm nhiều hơn 4 sản phẩm so với số sản phẩm làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó hoàn thành công việc sớm hơn 1 giờ so với dự định. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải hoàn thành bao nhiêu sản phẩm.

Bài 11. Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{5}{6}$ chiều dài. Nếu chiều rộng giảm đi 6cm và chiều dài giảm đi 3cm thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng nửa hình chữ nhật ban đầu. Tính chu vi miếng bìa.

Bài 12. Một chiếc xe khách đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ, quãng đường dài 170km. Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một chiếc xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về thành phố Hồ Chí Minh (trên cùng một tuyến đường với xe khách) và gặp xe khách sau đó 40 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 15km.

Bài 13. Tại một buổi biểu diễn nhằm gây quỹ từ thiện, ban tổ chức đã bán được 500 vé. Trong đó có hai loại vé: vé loại I giá 100 000 đồng; vé loại II giá 75 000 đồng. Tổng số tiền thu được từ bán vé là 44 500 000 đồng. Tính số vé bán ra của mỗi loại.

Bài 14. Bác An gửi tiền tiết kiệm kỳ hạn 1 năm với lãi suất 6,5%/năm. Sau 12 tháng, bác An muốn nhận được tổng cộng ít nhất là 53 950 000 đồng. Hỏi bác An phải gửi ít nhất bao nhiêu tiền để đạt được số tiền đó?

Bài 15. Người ta dùng một loại xe tải để chở nước ngọt cho một nhà máy. Mỗi thùng nước ngọt 24 lon nặng trung bình 8 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi mỗi xe có thể chở tối đa bao nhiêu thùng nước ngọt, biết bác tài nặng 82 kg?

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn và câu hỏi phụ liên quan

Bài 16. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$1) A = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{32} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$2) B = (\sqrt{7}-3) \cdot \sqrt{(3+\sqrt{7})^2}$$

$$3) C = \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - 6\sqrt{5} - \frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}} + 1$$

$$4) D = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (2+\sqrt{3})$$

$$5) E = \left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$

$$6) F = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - (2\sqrt{3}-6)$$

$$7) G = \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3} - 2\sqrt{8} + 6$$

$$8) H = \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5}$$

Bài 17. Tìm x , biết:

$$1) 5\sqrt{3x} + 2\sqrt{12x} - \sqrt{27x} = 24$$

$$2) \sqrt{4y-20} + \sqrt{y-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9y-45} = 4$$

$$3) \sqrt{(3-x)^2} + 5 = 2x$$

$$4) \sqrt{x^2+5} = \sqrt{4x+1}$$

$$5) \sqrt{x+1} = x-1$$

$$6) \sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{x^2}$$

$$7) \sqrt[3]{x-5} = 2$$

$$8) 3\sqrt[3]{x-5} = -2\sqrt[3]{2-3x}$$

Bài 18. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} - \frac{2}{\sqrt{x}-4} - \frac{4\sqrt{x}}{16-x}$ với $x \geq 0; x \neq 16$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}$.

3) Cho $Q = A \cdot B$.

a) Tìm x để $Q^2 = 2Q$

b) Tìm x nguyên nhỏ nhất để $Q \geq \frac{-2}{3}$

c) So sánh Q với 1

d) Tìm x để Q nhận giá trị nguyên.

Bài 19. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{3}{2-\sqrt{x}} - \frac{12}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{5}{\sqrt{x}+2}$.

3) Đặt $P = B : A$.

a) Tìm các giá trị của x để $P = \sqrt{x} - 7$.

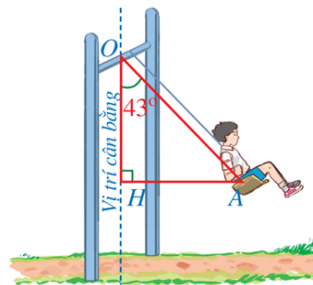
b) Tìm các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên âm.

c) Tìm các số nguyên tố x thỏa mãn $|P| = -P$

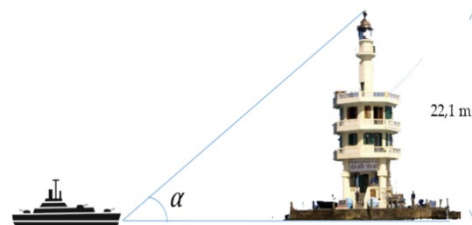
Dạng 4. Toán hình có nội dung thực tế

Bài 20.

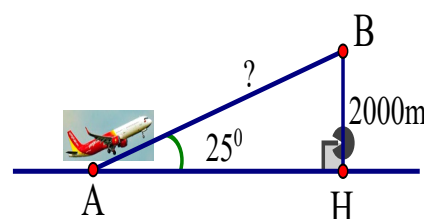
1) Trong trò chơi xích đu ở hình bên, khi dây căng xích đu (không dẫn) $OA = 3m$ tạo với phương thẳng đứng một góc là $\widehat{AOH} = 43^\circ$ thì khoảng cách AH từ em bé đến vị trí cân bằng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



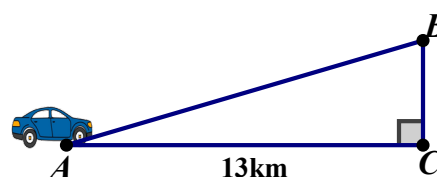
2) Ngọn hải đăng Tiên Nữ cao 22,1m được xây dựng năm 2000 tại đảo Tiên Nữ thuộc quần đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Một con tàu nhìn thấy ngọn hải đăng Tiên Nữ theo một góc là $\alpha = 31^\circ$. Hỏi tàu cách ngọn hải đăng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)



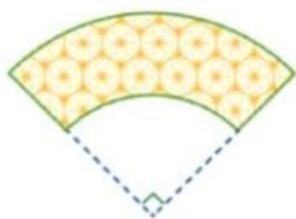
3) Một chiếc máy bay cất cánh theo một góc 25° so với phương ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



4) Một ô tô leo dốc với vận tốc 60km/h trong 15 phút. Hỏi độ dốc của con dốc là bao nhiêu độ nếu chiều dài theo phương ngang là 13km.



Bài 21.



1) Hình vẽ mô tả mảnh giấy có dạng một phần tư hình vành khuyên, trong đó hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn cùng tâm và có các bán kính lần lượt là 4,5 dm và 6 dm. Diện tích của mảnh giấy đó bằng bao nhiêu decimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

2) Mặt đĩa CD ở Hình vẽ có dạng hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn có bán kính lần lượt là 2,5 cm và 8 cm. Hình vành khuyên đó có diện tích bằng bao nhiêu centimet vuông (Lấy $\pi \approx 3,14$ làm tròn kết quả đến hàng phần mười của cm^2)?

3) Hình quạt bên có bán kính bằng 2dm và góc ở tâm bằng 150° .

a) Tính diện tích của hình quạt đó theo đơn vị decimet vuông

b) Tính chiều dài cung tương ứng với hình quạt đó.

(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Dạng 5. Hình học

Bài 22. Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO với AB .

- 1) Chứng minh M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $MO \perp AB$ tại H .
- 3) Nếu $OM = 2R$. Tính MA theo R và số đo $\widehat{AMB}$.
- 4) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O) , MD cắt (O) tại điểm thứ hai là C .

Chứng minh rằng a) $DC \cdot AM = AD \cdot AC$ b) $\widehat{MHC} = \widehat{ADC}$.

Bài 23. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi $Ax; By$ là các tiếp tuyến với nửa (O) , A và B là các tiếp điểm (Ax, By ở cùng một phía với đường thẳng AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc tia Ax , qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) tại C cắt By tại N .

- 1) Chứng minh: $MA = MC$ và $MN = AM + BN$.
- 2) Chứng minh: $\widehat{MON} = 90^\circ$
- 3) Chứng minh: tích $AM \cdot BN$ luôn không đổi khi M di chuyển trên tia Ax
- 4) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AC và MO , K là giao điểm của đường thẳng CB và NO .

Chứng minh tứ giác $ICKO$ là hình chữ nhật.

- 5) Gọi D là giao điểm của AN và BM , E là giao điểm của CD và AB .

Chứng minh rằng: $CD \perp AB$ và $CD = EB$

Bài 24. Cho đường tròn tâm O , bán kính R , đường kính AB . Trên tia đối của tia AB lấy điểm

P . Vẽ cát tuyến PMN (M nằm giữa P và N). Vẽ AD và BC vuông góc với MN ; BC cắt nửa đường tròn tại I . Chứng minh :

- 1) Tứ giác $AICD$ là hình chữ nhật.
- 2) $DN = CM$.
- 3) $AD \cdot BC = CM \cdot CN$.
- 4) $BC^2 + CD^2 + DA^2 = 2AD \cdot BC + AB^2$.
- 5) Từ P vẽ 2 tiếp tuyến PK, PH với đường tròn. Chứng minh $PK^2 = PA \cdot PB$.
- 6) Chứng minh $PA \cdot PB = PM \cdot PN$.

Bài 25. Cho đường tròn (O, R) , điểm A nằm ngoài (O) . Vẽ tiếp tuyến AB, AC (B, C là tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của đường tròn

- 1) Chứng minh 4 điểm A, B, O, C thuộc một đường tròn
- 2) Chứng minh $OA \perp BC; AO \parallel BD$
- 3) Gọi E là giao điểm của AD với (O) ($E \neq D$), $AO \cap BC = \{H\}$. Chứng minh $AD \cdot AE = AH \cdot AO$
- 4) Chứng minh $\widehat{AHE} = \widehat{OED}$
- 5) Chứng minh HB là phân giác của $\widehat{EHD}$
- 6) Từ E kẻ đường thẳng song song với BD cắt AB, BC lần lượt tại M, N . Chứng minh E là trung điểm của MN .