

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM:**

1. Đơn thức, đa thức, cộng trừ nhân đa thức. Chia đa thức cho đơn thức
2. Hiệu hai bình phương, bình phương của một tổng hay một hiệu.
3. Tứ giác, hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi và hình vuông

B. ĐẠI SỐ:

Bài 1. Thu gọn đơn thức sau :

$$a) (-2xy^2z)\left(\frac{3}{4}x^2yz^3\right);$$

$$b) (xy^2)(-2xy^3);$$

$$c) \frac{1}{5}x^2y^3z\left(\frac{1}{2}xyz\right)^3$$

$$d) \frac{1}{3}axy(axy^2)^2 \text{ với } a \text{ là hằng số.}$$

Bài 2. Tìm đa thức M và cho biết bậc của đa thức M

$$a) (3x - x^3y^2 - x^2y + 2 - x) - M = -(7x^2y + xyz - 3x + 4)$$

$$b) M - (5x^2y^2 - x^2y + xy^2 - 1) = (4x^2y - xy^2 + 2x - 3)$$

$$c) (3xyz - 3x + 5xy - 1) + M = (5x^2 + xyz - 5xy)$$

$$d) M + (3xz - 3x^3 + 5x^4y^3 - 1) = (5x^3 + xz - 3x^4y^3)$$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

$$a) (5xy - 10x^3 + y) \cdot \frac{2}{5}x^2yz$$

$$b) -2xy \cdot (x^3y - 3x^2y^2 + 8xy^3)$$

$$c) (2y^2 - 6z)\left(\frac{1}{2}y + z\right)$$

$$d) -2(2xy - 1)(3x + 2y)$$

$$e) -18x^2y^3z : (-4x^2y)$$

$$f) (12x^2y^2z^2 - 6x^2y^5z^3 - 3x^3yz^3) : (-xyz)$$

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = x^2(x - y^2) - xy(1 - yx) - x^3 + 4x^3y^6 : 10xy^4$$

$$b) B = x(x + 3y + 1) - 2y(x - 1) - (y + x + 1)x$$

$$c) C = x(x^2 - y) + 3y(x + 2y) - (6y + x)(y - x^2)$$

$$d) D = (6x + 4) \cdot \frac{1}{2}xy^2 - (2x^2y - 3)(y + 1) - 2xy(x + y)$$

$$e) M = (x - 2) \cdot (x + 2) + (x - 1)^2 + 2x$$

$$f) N = (x + 3)^2 - (x - 3)(3 + x) + (x^4 - 12x^2) : (-x^2)$$

$$g) Q = x(x - 3)^2 - (x - 2)(x + 2) - x^3$$

Bài 5. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$M = 5x(x - 5y) + (y - 5x)(-5y) - 1 - 5(x^2 - y^2)$$

$$N = (3x + 5)^2 + (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)(3x + 5)$$

$$E = (2x - y)^2 + (3x + y)^2 + 2(2x - y)(3x + y) - 25(1 + x)(x - 1)$$

Bài 6. Tìm x, biết :

$$a) x(x - 3) - (x + 1)(x - 2) = 5$$

$$b) x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$c) 4x^2 - 25 = 0$$

$$d) 4x(x - 7) - 4x^2 = 56$$

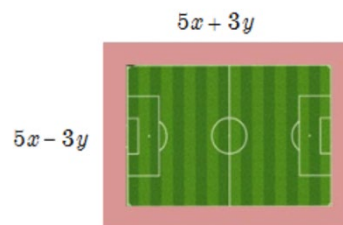
$$e) (2x + 1)^2 - 4(x + 2)^2 = 9$$

$$f) (3x + 1)^2 - 5(x - 2)(2 + x) = 21$$

$$g) 2x(x + 3) - 3(x - 1)(x + 1) = x + 1 - x(x - 2)$$

$$h) (2x + 1)^2 + (x + 3)^2 - 5(x - 7)(x + 7) = 0$$

Bài 7. Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x + 3y$ (m) và chiều rộng là $5x - 3y$ (m). Người ta làm lối đi rộng 3m xung quanh sân, phần còn lại trồng cỏ nhằm phục vụ cho các trận bóng đá. Tính số tiền trồng cỏ cho mặt sân với $x = 12$; $y = 3$, biết số tiền để trồng 1 m^2 cỏ là 50 000 đồng.



Bài 8. Mỗi chiếc bánh crepe có giá x (đồng), mỗi chiếc bánh đồng xu có giá y (đồng).

a) Em hãy viết biểu thức biểu thị tổng số tiền phải trả để mua 15 cái bánh crepe và 24 chiếc bánh đồng xu.

b) Nếu cô giáo muốn cho lớp liên hoan thì cô cần bao nhiêu tiền để mua 15 cái bánh crepe và 24 chiếc bánh đồng xu, biết bánh crepe có giá 25.000 đồng/chiếc, bánh đồng xu có giá 20.000 đồng/chiếc ?

Bài 9.

Bạn Nam muốn làm một khung ảnh hình chữ nhật và sử dụng các dây trang trí xung quanh phần khung đó. Biết độ dài dây trang trí là 60cm. Hỏi bạn Nam có thể làm khung ảnh có kích thước bao nhiêu để diện tích ảnh đặt trong khung lớn nhất?



Bài 10. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các biểu thức sau:

$$A = x^2 - 2x + 9$$

$$B = x^2 + 6x - 3$$

$$C = (x-1)(x-3) + 9$$

$$D = -x^2 - 4x + 7$$

$$E = 5 - 4x^2 + 4$$

$$F = x^2 + y^2 - 8x + 2y + 20$$

Bài 11*. Cho ba số nguyên $a; b; c$ có tổng chia hết cho 6. Chứng minh rằng biểu thức $M = (a+b)(b+c)(c+a) - 2abc$ chia hết cho 6

Bài 12*. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 5y^2 - 4xy - 4x + 2y + 13 = 0$.

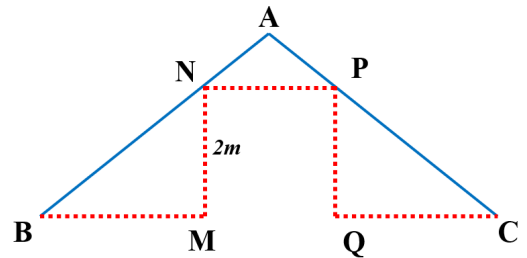
Tính giá trị $M = (x-9)^{2023} + (y-2)^{2024}$.

Bài 13*. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 3 = 0$. Chứng minh biểu thức

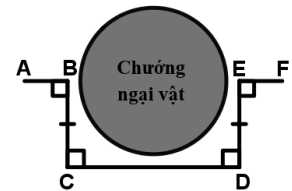
$P = (3x + 2y - 6)^{1010} + (x - y + 1)^{1011} + 2021$ có giá trị là một số nguyên.

B. HÌNH HỌC

Bài 1. Trong hoạt động ngoại khóa của một trường THCS, lớp 8A thiết kế lều trại như hình bên, cửa vào có dạng hình chữ nhật MNPQ. Biết đèn led được chăng theo đường nét đứt, chiều rộng của trại BC = 6m, cửa vào cao 2m. Tính độ dài dây đèn cần dùng.



Bài 2. Một đội công nhân đang trồng cây trên đoạn đường AB thì gặp chướng ngại vật che lấp tầm nhìn. Đội đó đã dựng các điểm C, D, E, F như hình vẽ rồi trồng tiếp trên đoạn đường FE vuông góc với DE. Vì sao bốn điểm A, B, E, F thẳng hàng?



Bài 3. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC, N là trung điểm của AC. Lấy điểm E sao cho N là trung điểm của ME. Chứng minh rằng:

- Tứ giác AECM là hình bình hành.
- Tứ giác AEMB là hình bình hành
- Tứ giác AECB là hình thang

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Kẻ HM vuông góc AB, HN vuông góc với AC (M thuộc AB, N thuộc AC)

- Tứ giác AMHN là hình gì? Chứng minh?
- Lấy D sao cho M là trung điểm của DH, lấy E sao cho N là trung điểm HE.

Chứng minh rằng: 3 điểm D, A, E thẳng hàng.

- Chứng minh rằng: BDEC là hình thang.
- Chứng minh rằng: $DE = MN + AH$.

Bài 5. Cho hình bình hành ABCD, AC cắt BD tại O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm OD, OB. AM cắt DC tại E, CN cắt AB tại F

- Chứng minh : AMCN là hình bình hành
- Chứng minh E, O, F thẳng hàng
- Chứng minh : AC, BD, EF đồng quy tại một điểm

d. Hình bình hành ABCD có thêm điều kiện gì để tứ giác AMCN là hình chữ nhật ?

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH và trung tuyến AE . Gọi D, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ E xuống AB, AC . O là giao điểm của AE và DF .

- Chứng minh $ADEF$ là hình chữ nhật.
- Chứng minh $DF \parallel BC$.
- Chứng minh $BDFE$ là hình bình hành.
- Chứng minh F là trung điểm của AC .
- Chứng minh $DFEH$ là hình thang cân.
- Lấy M sao cho F là trung điểm của EM và N sao cho F là trung điểm của BN . Chứng minh A, N, M thẳng hàng.

Bài 7. Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của 2 đường chéo. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = CN = CP = QA$. Chứng minh:

- Tứ giác BMDP là hình bình hành
- Ba điểm N, O, Q thẳng hàng
- Tứ giác MNPQ là hình chữ nhật

Bài 8. Cho hình vuông ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Một đường thẳng qua O cắt cạnh AD tại P , cắt cạnh BC tại Q .

- Chứng minh $AP = CQ$.
- Qua P kẻ $Px \perp AC$, qua Q kẻ $Qy \perp BD$. Gọi M là giao điểm của Px và Qy , E là giao điểm của Px và OA , F là giao điểm của Qy và OB . Tứ giác OFME là hình gì?
- Chứng minh rằng điểm M nằm trên cạnh AB .

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của BC . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB và từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC hai đường thẳng này cắt nhau tại K .

- Chứng minh $BHCK$ là hình bình hành
- Chứng minh H, M, K thẳng hàng.
- Từ H vẽ $HG \perp BC$. Trên tia HG lấy I sao cho $HG = GI$.

Chứng minh tứ giác $BIKC$ là hình thang cân.

- Gọi J là trung điểm của AH . Chứng minh: $JM \perp EF$

Bài 10. Cho hình thang cân ABCD có $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Gọi O là giao điểm của AD và BC , E là giao điểm của AC và BD .

- Chứng minh $\triangle OAB$ cân tại O ;
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle BAC$;
- Chứng minh $EC = ED$;
- O, E và trung điểm của DC thẳng hàng.

Bài 11. Cho hình vuông ABCD, trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ$. Chứng minh MNPQ là hình vuông.