

Họ và tên:

Số báo danh:..... Mã đề 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $-\sin x + 3x^2 + C$. B. $\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^3 + \sin x}{\cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ điểm D là

- A. $D(-4;8;-3)$. B. $D(-2;2;5)$. C. $D(0;2;5)$. D. $D(-4;8;3)$.

Câu 4. Cho các hàm số: $y = 0,25^x$, $y = 13^x$, $y = \log_{0,11} x$, $y = \log_2 x$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 5. Khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 10. C. 15. D. 30.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ bằng

- A. 9. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 1.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z + 2 = 0$?

- A. $N(3;4;-2)$. B. $M(-1;3;0)$. C. $P(2;-3;1)$. D. $K(1;0;1)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 9. Thống kê điểm thi tốt nghiệp môn Toán THPT năm 2024 của một lớp 12 thu được kết quả như sau:

Nhóm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Tần số	3	4	5	10	15	10	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên bằng

- A. 7. B. 6. C. 10. D. 8.

Câu 10. Cấp số cộng $(u_n): -10, -7, -4, -1, \dots$ có công sai bằng

- A. 7. B. 0. C. 3. D. -3.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$+$	$+\infty$
$f'(x)$		-		-
$f(x)$	0		$+\infty$	0

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương trình là

- A. $x = 1$. B. $y = 0$. C. $y = 1$. D. $x = 0$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 4$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$. Giá trị

của $I = \int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. $I = 6$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = -8$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Ô tô A đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước. Người lái xe A đạp phanh và ô tô A chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 15 - 3t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh.

a) Quãng đường ô tô A đi được sau khi đạp phanh 2 giây là $24m$.

b) Kể từ lúc đạp phanh, sau thời gian $t = 5$ giây thì ô tô A dừng lại.

c) Để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu $1m$ với ô tô B khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu đạp phanh khi còn cách ô tô B một khoảng tối thiểu là $37,5m$.

d) Quãng đường ô tô A đi được từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn được tính bởi công thức $s = \int_0^4 (15 - 3t)dt$.

Câu 2. Hộp thứ nhất có 8 viên bi gồm màu xanh và màu đỏ, hộp thứ hai có 2 viên bi màu xanh và một số viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp 2 viên bi. Gọi A là biến cố “Chọn được 2 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Chọn được 2 viên bi màu xanh ở hộp thứ hai”. Biết

$P(A) = \frac{3}{28}$ và $P(B) = \frac{1}{15}$. Khi đó:

a) Tổng số viên bi màu đỏ ở hai hộp bằng 8.

b) A và B là 2 biến cố độc lập với nhau.

c) Xác suất để chọn được ít nhất 1 viên bi màu đỏ ở hộp thứ nhất bằng $\frac{25}{28}$.

d) Xác suất để đồng thời cả hai hộp đều lấy được 2 viên bi màu xanh bằng $\frac{1}{140}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(-2;1;-3)$.

a) Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (P) , khi đó độ dài đoạn thẳng AH bằng 6.

b) Điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Oxy) là $B'(-2;1;3)$.

c) Mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z + 2 = 0$.

d) Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng 7.

Câu 4. Trong buổi tổng duyệt văn nghệ tại sân trường, một drone được sử dụng để ghi hình toàn cảnh. Trong 15 giây đầu kể từ khi cất cánh, do hệ thống tự động điều chỉnh lực đẩy để tiết kiệm pin, độ cao của drone (tính bằng mét) tại thời điểm t giây, được mô tả gần đúng bởi $h(t) = -0,05t^3 + 0,6t^2 + 3t$ ($0 \leq t \leq 15$). Cùng thời điểm đó, một thang nâng sân khấu bắt đầu nâng thẳng đứng từ mặt sân với vận tốc không đổi $1m/s$.

a) Trong khoảng $0 < t \leq 15$, drone và thang nâng ở cùng độ cao đúng 1 lần.

b) Drone luôn bay lên trong 12 giây đầu.

c) Độ cao lớn nhất mà drone đạt được trong 15 giây đầu không vượt quá 39m.

d) Vận tốc của drone tại thời điểm t là $v(t) = -0,15t^2 + 1,2t + 3$.

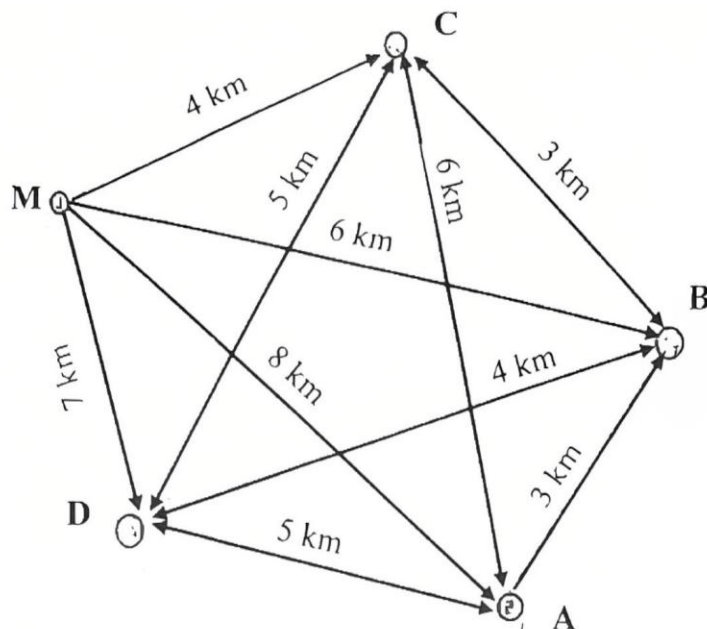
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một hộp chứa 100 cái thẻ được đánh số thứ tự liên tiếp từ 1 đến 100. Hai thẻ khác nhau thì đánh số thứ tự khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ trong hộp. Có bao nhiêu cách chọn 3 thẻ có số thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời có tổng không vượt quá 150?

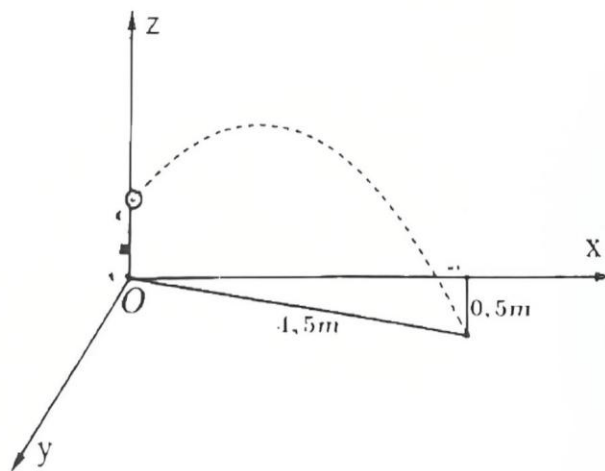
Câu 2. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2026x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC và biết rằng góc nhị diện $[C', BC, A] = 135^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4. Hằng năm, trường THPT M tổ chức các đoàn đi thăm hỏi và chúc Tết tư thân phụ mẫu cao tuổi của cán bộ, giáo viên và nhân viên trong trường. Đoàn số 1 có nhiệm vụ đến thăm 4 gia đình tại các địa điểm A, B, C, D. Đoàn xuất phát từ trường THPT M, đến thăm đủ 4 gia đình (mỗi gia đình đúng một lần). Sau khi thăm xong gia đình cuối cùng, đoàn kết thúc hành trình tại đó (không quay về trường). Do điều kiện giao thông dịp cuối năm, đoạn đường AB chỉ có thể đi theo chiều từ A đến B, không đi được theo chiều ngược lại (hình vẽ). Đoàn số 1 đã chọn được lộ trình di chuyển có tổng quãng đường di chuyển ngắn nhất. Tổng quãng đường ngắn nhất đó dài bao nhiêu km?



Câu 5. Trong giờ thể dục học về kỹ thuật chuyền bóng hơi, Bình và An tập chuyền bóng cho nhau. Ở một động tác Bình chuyền bóng cho An, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang bên trái của An và rơi xuống vị trí cách chỗ An đứng $0,5m$ và cách chỗ Bình $4,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O tại vị trí của Bình, vị trí của An nằm trên tia Ox và mặt phẳng (Oxy) là mặt đất (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ và (α) vuông góc với mặt đất. Khi đó, giá trị của $-3b^2 - c^2 + 2d^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Có bao nhiêu học sinh thích chỉ một trong ba môn học trên?

-- Hết --

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^3 + \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2. Cấp số cộng $(u_n): -10; -7; -4; -1; \dots$ có công sai bằng

A. 7.

B. 3.

C. -3.

D. 0.

Câu 3. Cho các hàm số: $y = 0,25^x$, $y = 13^x$, $y = \log_{0,11} x$, $y = \log_2 x$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4.

Khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

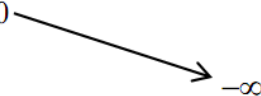
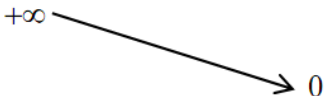
A. 2.

B. 15.

C. 30.

D. 10.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	0 		$+\infty$ 

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương trình là

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $y = 0$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tọa độ điểm D là

A. $D(-4; 8; -3)$.

B. $D(-2; 2; 5)$.

C. $D(-4; 8; 3)$.

D. $D(0; 2; 5)$.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C$.

B. $-\sin x + 3x^2 + C$.

C. $\sin x + 6x^2 + C$.

D. $-\sin x + C$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 4$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$.

Giá trị của $I = \int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. $I = 6$.

B. $I = 2$.

C. $I = -8$.

D. $I = -2$.

Câu 10. Thống kê điểm thi tốt nghiệp môn Toán THPT năm 2024 của một lớp 12 thu được kết quả như sau:

Nhóm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	3	4	5	10	15	10	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên bằng

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Câu 11. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ bằng

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. 9.

D. 1.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z + 2 = 0$?

A. $K(1;0;1)$.

B. $N(3;4;-2)$.

C. $M(-1;3;0)$.

D. $P(2;-3;1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hộp thứ nhất có 8 viên bi gồm màu xanh và màu đỏ, hộp thứ hai có 2 viên bi màu xanh và một số viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp 2 viên bi. Gọi A là biến cố “Chọn được 2 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Chọn được 2 viên bi màu xanh ở hộp thứ hai”. Biết $P(A) = \frac{3}{28}$ và $P(B) = \frac{1}{15}$. Khi đó:

a) A và B là 2 biến cố độc lập với nhau.

b) Xác suất để đồng thời cả hai hộp đều lấy được 2 viên bi màu xanh bằng $\frac{1}{140}$.

c) Xác suất để chọn được ít nhất 1 viên bi màu đỏ ở hộp thứ nhất bằng $\frac{25}{28}$.

d) Tổng số viên bi màu đỏ ở hai hộp bằng 8.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

AB là biến cố “Cả hai hộp đều lấy được 2 viên bi xanh”. Ta có:

Do A và B là 2 biến cố độc lập với nhau nên $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{140}$.

c) Đúng

A là biến cố “Chọn được 2 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “Chọn được ít nhất 1 viên bi màu đỏ ở hộp thứ nhất”.

Xác suất cần tìm là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{28} = \frac{25}{28}$.

d) Sai

+) Giả sử ở hộp thứ nhất có x viên bi xanh, điều kiện $x < 8$ và $x \in \mathbb{N}^*$;

Phép thử: “chọn 2 viên bi từ hộp thứ nhất”

$$n(\Omega) = C_8^2 \text{ và } n(A) = C_x^2 = \frac{x!}{2!(x-2)!} = \frac{x(x-1)}{2};$$

$$\text{Mặt khác } P(A) = \frac{3}{28} \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{56} = \frac{3}{28} \Leftrightarrow x = 3;$$

Do đó trong hộp thứ nhất có 3 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu đỏ.

+) Giả sử ở hộp thứ hai có y viên bi, điều kiện $y > 2$ và $y \in \mathbb{N}$;

Phép thử: "chọn 2 viên bi từ hộp thứ hai"

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_y^2 = \frac{y(y-1)}{2} \text{ và } n(B) = C_2^2 = 1;$$

$$\text{Mặt khác } P(B) = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{2}{y(y-1)} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow y = 6;$$

Do đó trong hộp thứ hai có 2 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu đỏ.

+ Tổng số bi đỏ ở cả 2 hộp là : 9

Câu 2. Trong buổi tổng duyệt văn nghệ tại sân trường, một drone được sử dụng để ghi hình toàn cảnh. Trong 15 giây đầu kể từ khi cất cánh, do hệ thống tự động điều chỉnh lực đẩy để tiết kiệm pin, độ cao của drone (tính bằng mét) tại thời điểm t giây, được mô tả gần đúng bởi $h(t) = -0,05t^3 + 0,6t^2 + 3t$ ($0 \leq t \leq 15$). Cùng thời điểm đó, một thang nâng sân khấu bắt đầu nâng thẳng đứng từ mặt sân với vận tốc không đổi $1m/s$.

a) Vận tốc của drone tại thời điểm t là $v(t) = -0,15t^2 + 1,2t + 3$.

b) Drone luôn bay lên trong 12 giây đầu.

c) Trong khoảng $0 < t \leq 15$, drone và thang nâng ở cùng độ cao đúng 1 lần.

d) Độ cao lớn nhất mà drone đạt được trong 15 giây đầu không vượt quá 39m.

Lời giải:

a) Đúng.

Vận tốc quả bóng là $v(t) = h'(t) = -0,15t^2 + 1,2t + 3$.

b) Sai

Drone luôn bay lên khi vận tốc dương:

$$v(t) > 0 \Leftrightarrow h'(t) > 0 \Leftrightarrow -0,15t^2 + 1,2t + 3 > 0 \Leftrightarrow -2 < t < 10$$

c) Đúng

Thang nâng từ mặt sân với vận tốc không đổi $1m/s \Rightarrow$ độ cao của thang nâng: $g(t) = t$

Drone và thang nâng cùng độ cao:

$$h(t) = g(t) \Leftrightarrow -0,05t^3 + 0,6t^2 + 3t = t \Leftrightarrow -0,05t^3 + 0,6t^2 + 2t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0(l) \\ t = 6 + \sqrt{76}(tm) \\ t = 6 - \sqrt{76}(l) \end{cases}$$

Drone và thang nâng cùng độ cao đúng 1 lần.

d) Sai

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,15t^2 + 1,2t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \in (0;15) \\ t = -2 \notin (0;15) \end{cases}$$

$$h(0) = 0, h(10) = 40, h(15) = 11,25$$

Độ cao lớn nhất của drone là $40m > 39m$.

Câu 3. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Ô tô A đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước. Người lái xe A đạp phanh và ô tô A chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 15 - 3t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh.

a) Quãng đường ô tô A đi được sau khi đạp phanh 2 giây là $24m$.

b) Kể từ lúc đạp phanh, sau thời gian $t = 5$ giây thì ô tô A dừng lại.

c) Quãng đường ô tô A đi được từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn được tính bởi

công thức $s = \int_0^4 (15 - 3t)dt$.

d) Để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu $1m$ với ô tô B khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu đạp phanh khi còn cách ô tô B một khoảng tối thiểu là $37,5m$.

Lời giải:

a) Đúng

$$s = \int_0^2 v(t) = \int_0^2 (15 - 3t)dt = \left(15t - \frac{3t^2}{2}\right) \Big|_0^2 = 24.(m)$$

b) Đúng

Để tìm thời điểm ô tô dừng lại, ta giải phương trình $v(t) = 0$.

$$15 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 5 \text{ (giây)}$$

Vậy ô tô dừng lại sau **5 giây** kể từ lúc đạp phanh.

c) Sai

Quãng đường s là tích phân của vận tốc theo thời gian từ thời điểm bắt đầu ($t = 0$) đến thời điểm dừng lại ($t = 5$).

$$s = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (15 - 3t) dt$$

d) Sai

+) Quãng đường ô tô A đi được từ lúc phanh đến khi dừng hẳn:

$$s = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (15 - 3t) dt = \left(15t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^5 = 37,5 \text{ (m)}$$

+) Theo quy định an toàn, khi dừng lại ô tô A phải cách ô tô B tối thiểu 1 m.

+) Khoảng cách tối thiểu từ xe A đến xe B tại thời điểm bắt đầu đạp phanh phải là:

$$d_{\min} = s + \text{khoảng cách an toàn} = 37,5 + 1 = 38,5 \text{ (mét)}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2), B(-2; 1; -3)$.

a) Mặt phẳng (P) đi qua A và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z + 2 = 0$.

b) Điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Oxy) là $B'(-2; 1; 3)$.

c) Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (P) , khi đó độ dài đoạn thẳng AH bằng 6.

d) Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng 7.

Lời giải

a) Sai

$$(P) // (Oxy) \Rightarrow (P): z + d = 0$$

$$A(1; -3; 2) \in (P) \Rightarrow d = -2$$

$$\Rightarrow (P): z - 2 = 0$$

b) Đúng

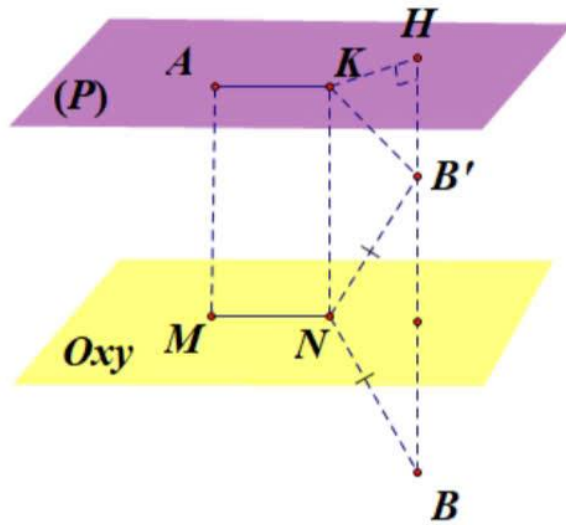
c) Sai

$$BH = d(B; (P)) = 5$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$

$$AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = 5$$

d) Sai



Nhận xét: A, B khác phía đối với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi K là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AMNK$ là hình bình hành

$|AM - BN| = |AM - B'N| = |KN - B'N| \leq KB'$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow B'$ thuộc đoạn thẳng KN .

$KB' = \sqrt{B'H^2 + HK^2} \leq \sqrt{B'H^2 + (HA + AK)^2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow A$ thuộc đoạn thẳng KH .

$$B'H = d(B'; (P)) = 1$$

$$HA = 5$$

$$AK = MN = 1$$

$$\Rightarrow |AM - BN| \leq K'B \leq \sqrt{1^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37}.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow A$ thuộc đoạn thẳng KH và B' thuộc đoạn thẳng KN . Tìm được $K \Rightarrow$ xác định được M, N .

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Có bao nhiêu học sinh thích chỉ một trong ba môn học trên?

Đáp án: 20

Lời giải:

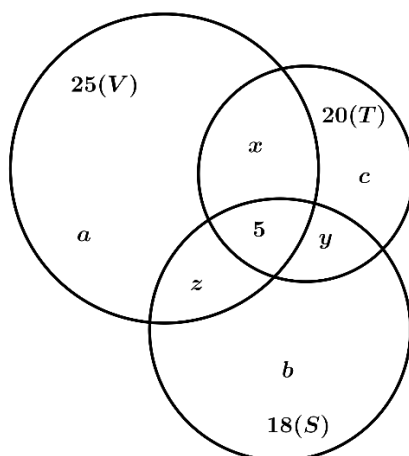
Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$.



Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1),(2),(3) ta có: $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5)

Từ (4) và (5) ta có: $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$

Vậy có 20 em thích chỉ một trong ba môn trên.

Câu 2. Một hộp chứa 100 cái thẻ được đánh số thứ tự liên tiếp từ 1 đến 100. Hai thẻ khác nhau thì đánh số thứ tự khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ trong hộp. Có bao nhiêu cách chọn 3 thẻ có số thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời có tổng không vượt quá 150?

Đáp án: 1225

Lời giải:

Giả sử các số trên 3 thẻ lập thành cấp số cộng với số hạng đầu là a , công sai d , với $a \in \mathbb{N}^*$, $d \in \mathbb{N}^*$

Tổng các số trên 3 thẻ không vượt quá 150 nên ta có

$$a + a + d + a + 2d \leq 150$$

$$\Leftrightarrow a + d \leq 50$$

Vì $a \in \mathbb{N}^*$, $d \in \mathbb{N}^*$

+) Với $d = 1$ thì $a \leq 49$, với mỗi số tự nhiên $a \in \mathbb{N}^*$ ta có 1 cấp số cộng. Do đó trường hợp này ta thu được 49 cấp số cộng thỏa mãn.

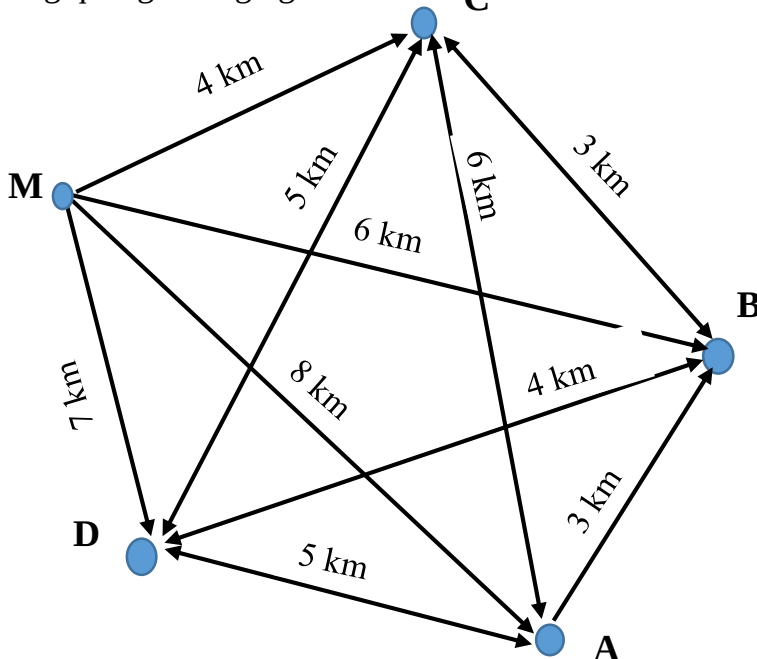
+) Với $d = 2$ thì $a \leq 48$, với mỗi số tự nhiên $a \in \mathbb{N}^*$ ta có 1 cấp số cộng. Do đó trường hợp này ta thu được 48 cấp số cộng thỏa mãn.

....

Cứ tiếp tục như vậy khi $d = 49$ thì $a \leq 1$, trường hợp này có 1 cấp số cộng thỏa mãn

Do đó số cách chọn thỏa mãn là: $49 + 48 + \dots + 1 = \frac{49 \cdot 50}{2} = 1225$

Câu 3: Hằng năm, trường THPT M tổ chức các đoàn đi thăm hỏi và chúc Tết tứ thân phụ mẫu cao tuổi của cán bộ, giáo viên và nhân viên trong trường. Đoàn số 1 có nhiệm vụ đến thăm 4 gia đình tại các địa điểm A, B, C, D. Đoàn xuất phát từ trường THPT M, đến thăm đủ 4 gia đình (mỗi gia đình đứng một lần). Sau khi thăm xong gia đình cuối cùng, đoàn kết thúc hành trình tại đó (không quay về trường). Do điều kiện giao thông dịp cuối năm, đoạn đường AB chỉ có thể đi theo chiều từ A đến B, không đi được theo chiều ngược lại (hình vẽ). Đoàn số 1 đã chọn được lộ trình di chuyển có tổng quãng đường di chuyển ngắn nhất. Tổng quãng đường ngắn nhất đó bao nhiêu km?



Đáp số : 16

Lời giải:

Cách 1: liệt kê các tuyến đường

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, tổng quãng đường là:19

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$, tổng quãng đường là:21

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$, tổng quãng đường là: 23

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$, tổng quãng đường là:21

Tuyến đường $M \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$, tổng quãng đường là:19

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $M \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D$, tổng quãng đường là: 17

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B$, tổng quãng đường là: 19

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$, tổng quãng đường là: 16

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$, tổng quãng đường là:17

Tuyến đường $M \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$, tổng quãng đường là:18

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B$, tổng quãng đường là:21

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, tổng quãng đường là:20

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$, loại do bị chặn chiều từ $B \rightarrow A$

Tuyến đường $S \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B$, tổng quãng đường là:21

Kết luận: tổng quãng đường ngắn nhất: 16km

Cách 2:

- Gán nhãn cho điểm xuất phát $l(M)=0$ và coi đây là nhãn vĩnh viễn. Các đỉnh A,B,C,D lúc này có nhãn tạm thời dựa trên khoảng cách từ M : $l(A)=8, l(B)=6, l(C)=4, l(D)=7$.

- So sánh các nhãn tạm thời, ta thấy $l(C)=4$ là nhỏ nhất,. Ta chọn C làm điểm tiếp theo của hành trình.

- Từ C , ta xem xét các gia đình chưa thăm (A, B, D).

◦ Khoảng cách đến A là $l(C)+AC=4+6=10$.

◦ Khoảng cách đến B là $l(C)+CB=4+3=7$.

◦ Khoảng cách đến D là $l(C)+CD=4+5=9$.

=> Hiện tại nhãn nhỏ nhất từ các lựa chọn là $l(B)=7$. Ta chọn B là điểm tiếp theo.

-Từ B , ta còn A và D . Do tuyến đường từ B đến A bị chặn, nên đi đến D trước, rồi tới A :
 $l(B)+BD+DA=7+4+5=16$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC và biết rằng góc nhị diện $[C';BC;A]=135^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp số : 1,22

Lời giải:

Gọi M , M' lần lượt là trung điểm cạnh BC , $B'C'$.

$$\begin{cases} A'M \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow A'M \perp BC$$

$$\begin{cases} BC \perp A'M \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (MAA') \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp MM'$$

$$\begin{cases} (C'BC) \cap (ABC) = BC \\ MM' \subset (C'BC), MM' \perp BC \Rightarrow [C';BC;A] = AMM' \Rightarrow AMM' = 135^\circ \Rightarrow MAA' = 45^\circ \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \end{cases}$$

Suy ra tam giác AMA' vuông cân tại $M \Rightarrow MA' = MA = \sqrt{6}$

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ: $O \equiv M$, các điểm A, B, A' lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz

$$M(0;0;0), A(\sqrt{6};0;0), B(0;\sqrt{2};0), C(0;-\sqrt{2};0), A'(0;0;\sqrt{6})$$

$$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} = (-\sqrt{6};0;\sqrt{6}) \Rightarrow C'(-\sqrt{6};-\sqrt{2};\sqrt{6})$$

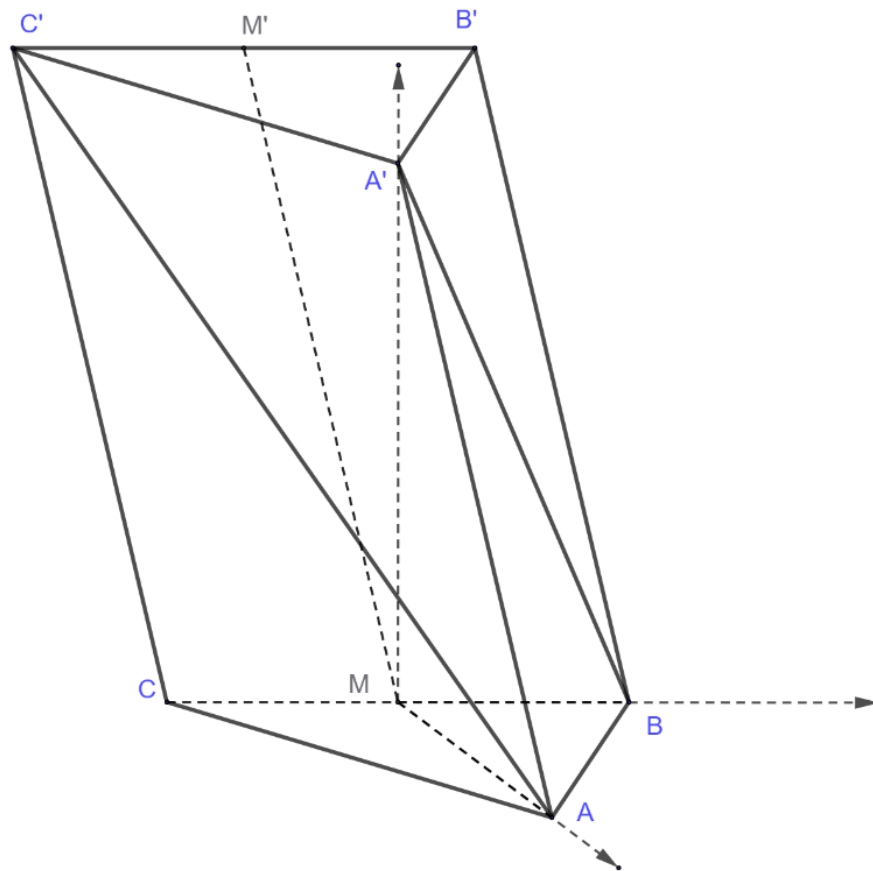
$$\overrightarrow{A'B} = (0;\sqrt{2};-\sqrt{6}), \overrightarrow{AC'} = (-2\sqrt{6};-\sqrt{2};\sqrt{6})$$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa AC' và song song $A'B$

$$(\alpha) \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n} = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{AC'}] = (0;12;4\sqrt{3})$$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \sqrt{3}y + z = 0$

$$d(AC'; A'B) = d(A'B; (\alpha)) = d(A'; (\alpha)) = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$$



Câu 5. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2026x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Lời giải

Đáp án: 294

Ta có hàm lợi nhuận:

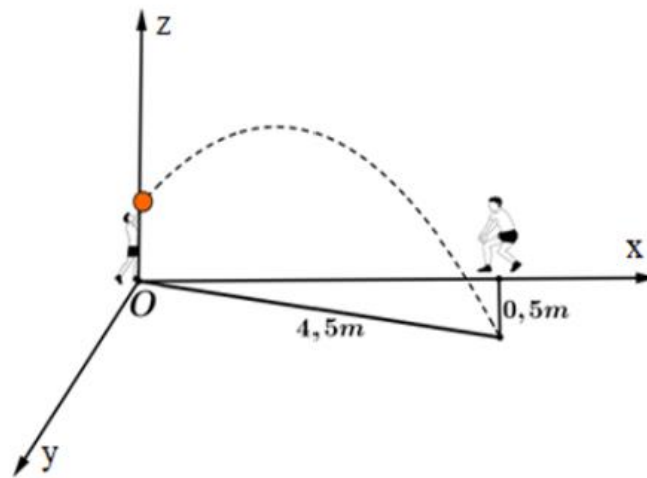
$$\begin{aligned} P(x) &= f(x) - g(x) - xt = 2026x - x^2 - (x^2 + 1438x - 1209) - xt \\ &= -2x^2 + 588x - xt + 1209 \\ &= -2x^2 + (588 - t)x + 1209 \end{aligned}$$

$$\text{Khi lợi nhuận lớn nhất } P(x) \text{ thì } x = \frac{-b}{2a} = -\frac{588 - t}{2 \cdot (-2)} = \frac{588 - t}{4}$$

Khi đó, số tiền thuế thu được $xt = \frac{588-t}{4}.t = \frac{588t-t^2}{4}$.

Số tiền thuế lớn nhất khi $t = \frac{-b}{2a} = -\frac{-588}{2.(-1)} = 294 \in (0; 320)$ (Thỏa mãn).

Câu 6. Trong giờ thể dục học về kỹ thuật chuyền bóng hơi, Bình và An tập chuyền bóng cho nhau. Ở một động tác Bình chuyền bóng cho An, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang bên trái của An và rơi xuống vị trí cách chỗ An đứng $0,5m$ và cách chỗ Bình $4,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O tại vị trí của Bình, vị trí của An nằm trên tia Ox và mặt phẳng (Oxy) là mặt đất (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ và (α) vuông góc với mặt đất. Khi đó, giá trị của $-3b^2 - c^2 + 2d^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -240.

Quả bóng rơi xuống tại điểm $A(\sqrt{20}; 0,5; 0)$.

Mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ đi qua O nên $d = 0$, điểm $A(\sqrt{20}; 0,5; 0)$ thuộc (α) nên có $\sqrt{20} + 0,5b = 0 \Leftrightarrow b = -4\sqrt{5}$.

Mặt khác (α) vuông góc với mặt đất nên $\vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{n}_{(Oxy)} \Leftrightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{k} = 0 \Leftrightarrow c = 0$.

Vậy mặt phẳng (α) có phương trình là $(\alpha): x - 4\sqrt{5}y = 0$.

Do đó: $-3b^2 - c^2 + 2d^2 = -240$.