

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Nghiệm của phương trình $x^2 - 4 = 0$ là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 2$ hoặc $x = -2$. D. $x = 4$.

Câu 2. Kết quả rút gọn của biểu thức $\sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}$ bằng:

- A. $3 - \sqrt{5}$. B. $\sqrt{5} - 3$. C. $3 + \sqrt{5}$. D. $5 - \sqrt{3}$.

Câu 3. Hàm số $y = 5x^2$ đồng biến khi:

- A. $x > 0$. B. $x < 0$. C. $x \neq 0$. D. Với mọi x .

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $-2x < 4$ là:

- A. $x < -2$. B. $x > 2$. C. $x > -2$. D. $x < 2$.

Câu 5. Thể tích hình nón có diện tích đáy S và chiều cao h là:

- A. $V = S \cdot h$. B. $V = \frac{1}{3} S \cdot h$. C. $V = \frac{1}{2} S \cdot h$. D. $V = 3S \cdot h$.

Câu 6. Cho 2 đường tròn: $(O; 5\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$ biết $OO' = 8\text{cm}$, khẳng định nào sau là đúng:

- A. Hai đường tròn cắt nhau. B. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài.
C. Hai đường tròn tiếp xúc trong. D. Hai đường tròn không giao nhau.

Câu 7. Khoảng biến thiên của dãy số 10, 20, 30, 40 là:

- A. 10. B. 20. C. 30. D. 40.

Câu 8. Một hộp chứa 6 quả cầu màu xanh và 4 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Xác suất để chọn được quả cầu màu xanh là:

- A. $\frac{6}{4}$. B. $\frac{4}{10}$. C. $\frac{6}{10}$. D. $\frac{4}{6}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a) (0,75 điểm) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

b) (0,75 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

Câu 10. (1,0 điểm. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right)$; với $x \geq 0, x \neq 1$.

Câu 11. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (3 - m)x + m - 4 = 0$, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

Câu 12. (1,0 điểm) (Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình)

Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

Câu 13. (1,0 điểm) Trong chuyện ngụ ngôn La Fonten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có đường kính đáy là 8cm, chiều cao 30cm. Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10cm và mời Cáo dùng bữa.

a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc.

b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên



vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thành thói ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi.

Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O; R)$ (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I .

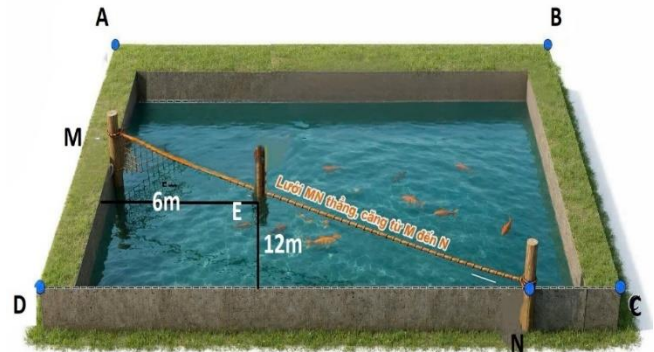
a) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D .

Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$.

c) Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.

Câu 15. (0,5 điểm) Nhà anh Nam có một cái ao nuôi cá hình chữ nhật $ABCD$. Khi thả cá giống, anh giăng lưới quây lại ở một góc ao (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí M một vị trí N ở bờ AD và CD phải đi qua một cái cọc cố định đã cắm sẵn ở vị trí E . Biết rằng khoảng cách từ cọc E đến bờ AB, DC lần lượt là 6 m và 12 m. Hỏi diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể quây được là bao nhiêu?



..... HẾT.....

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ tên thí sinh.....SBD.....

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	A	A	C	B	B	A	C

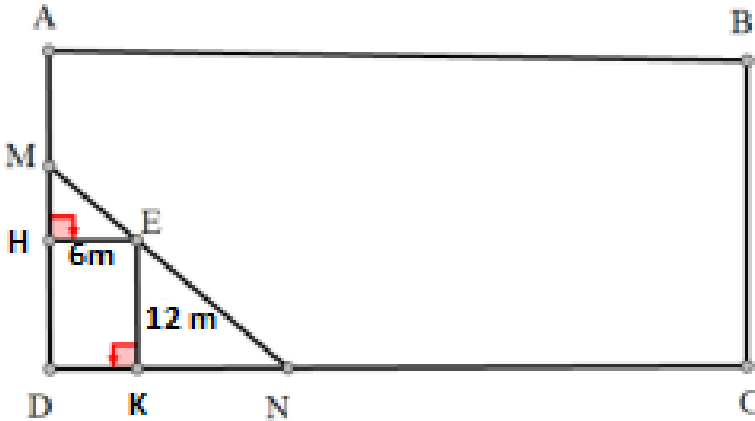
PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 9	a) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$.	
	Xét phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$. Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.1.6 = 1 > 0$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{5+\sqrt{1}}{2.1} = 3$ $x_2 = \frac{5-\sqrt{1}}{2.1} = 2$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 3; x_2 = 2$	0,25
	b) (0,75 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$	
	Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 3y = 18 & (1) \\ x + 3y = 2 & (2) \end{cases}$ Lấy (1) trừ (2), ta được: $8x = 16$ suy ra $x = 2$ thay vào phương trình (2). Ta có: $2 + 3y = 2$ suy ra $y = 0$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 0)$	0,25 0,25 0,25
Câu 10	(1,0 điểm). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right)$; với $x \geq 0, x \neq 1$.	
	Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có:	0,25
	$A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right)$ $= \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \left[\frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right]$ $= \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{3\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+4) \cdot (\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}+4$	0,5
	Vậy $A = \sqrt{x}+4$ khi Với $x \geq 0, x \neq 1$.	0,25
	(1,0 điểm). Cho phương trình: $x^2 + (3-m)x + m - 4 = 0$, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.	

Câu 11	Xét phương trình: $x^2 + (m - 3)x + m - 4 = 0$ (1) Ta có: $a = 1; b = 3 - m; c = m - 4$ Vì $a + b + c = 1 + 3 - m + m - 4 = 0$ $\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm: $x = 1$ hoặc $x = \frac{c}{a} = m - 4$ Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 \neq x_2$ do đó: $1 \neq m - 4$, $\Rightarrow m \neq 5$ (2) Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác nên $x_1 > 0, x_2 > 0$ Do đó: $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 > 0 \\ m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4$ (3) Do $x_1 \neq x_2$ nên x_1, x_2 không thể cùng là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông cân, vai trò x_1, x_2 như nhau. Giả sử x_1 là độ dài cạnh huyền, x_2 là độ dài cạnh góc vuông thì theo định lý Pytago ta có: $x_1^2 = x_2^2 + x_2^2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{2}x_2$ Trường hợp 1: xét $x_1 = 1, x_2 = m - 4$ thay vào $x_1 = \sqrt{2}x_2$ ta được: $1 = \sqrt{2}(m - 4)$ $\Rightarrow m = 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (thỏa mãn) Trường hợp 2: xét $x_1 = m - 4, x_2 = 1$ thay vào $x_1 = \sqrt{2}x_2$ ta được: $m - 4 = \sqrt{2} \cdot 1$ $\Rightarrow m = 4 + \sqrt{2}$ (thỏa mãn) Vậy $m = 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}, m = 4 + \sqrt{2}$ là giá trị cần tìm.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 12	(1,0 điểm). Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc? Gọi thời gian đội 1 hoàn thành công việc một mình là x (giờ, $x > 4$) Gọi thời gian đội 2 hoàn thành công việc một mình là y (giờ, $y > 4$) Trong một giờ, đội 1 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc); đội 2 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc). Trong một giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. Trong bốn giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$. Khi đó cả hai đội làm xong việc nên ta có phương trình là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1) Trong ba giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc); Trong ba giờ, đội 2 làm được số phần công việc là: $3 \cdot \frac{1}{y}$ (công việc). Khi đó công việc mới xong, nên ta có phương trình: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 3 \cdot \frac{1}{y} = 1$ hay $3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1$ (2)	0,25 0,25

	Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ 3\cdot\frac{1}{x} + 6\cdot\frac{1}{y} = 1 \end{cases}$ Giải hệ phương trình, ta có: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa mãn) Vậy đội 1 làm một mình trong 6 giờ xong, đội 2 làm một mình trong 12 giờ xong công việc	0,25 0,25
Câu 13	(1,0 điểm). Trong chuyện ngụ ngôn La Phong ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có đường kính đáy là 8 cm, chiều cao 30cm. Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10cm và mời Cáo dùng bữa. a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc. b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thành thạo ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi.	
	a) Thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là: $V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi(\text{cm}^3)$ Vậy thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là: $160\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	b) Thể tích của bình hình trụ đó là $V_0 = \pi \cdot 4^2 \cdot 30 = 480\pi(\text{cm}^3)$ khi Cáo thả những viên sỏi vào thì súp dâng đến vừa đầy miệng bình nên thể tích của các viên sỏi là $V = V_0 - V_1 = 480\pi - 160\pi = 320\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	Thể tích của mỗi viên sỏi là $V_{1\text{viensỏi}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$	0,25
	Số lượng viên sỏi đã thêm vào là: $320\pi : \left(\frac{32}{3}\pi\right) = 30$ (viên) Vậy Cáo đã thêm 30 viên sỏi.	0,25
Câu 14	(2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O; R)$ (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I. a) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn. b) Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D. Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$. c) Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.	
	Vẽ hình đúng 0,25đ	
	a) (1,0 điểm) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.	

	Vì MA là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại A nên $\widehat{MAO} = 90^\circ$ $\Rightarrow A$ thuộc đường tròn đường kính OM (1) Vì MB là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại B nên $\widehat{MBO} = 90^\circ$ $\Rightarrow B$ thuộc đường tròn đường kính OM (2) Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm $M; A; O; B$ cùng thuộc đường tròn đường kính OM.	0,25 0,25 0,25
	b) (0,5 điểm) Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D. Chứng minh $MA^2 = MH.MO = MC.MD$.	
	Vì $MA; MB$ là tiếp tuyến của (O) tại A, B nên $MA = MB$ Mà $OA = OB = R$ Nên OM là đường trung trực của AB. $\Rightarrow OM \perp AB$ tại H $\Rightarrow \widehat{AHM} = 90^\circ$ Xét $\triangle MAH$ và $\triangle MOA$ có : $\widehat{AHM} = \widehat{OAM} = 90^\circ$ $\widehat{AMO}$ chung $\Rightarrow \triangle MAH \sim \triangle MOA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MA}{MO} = \frac{MH}{MA}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow MA^2 = MO.MH$ (3) Vì AD là đường kính của (O) nên $\widehat{ACD} = 90^\circ$ Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MCA$ có : $\widehat{DAM} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ $\widehat{AMD}$ chung $\Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MCA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow MA^2 = MC.MD$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $MA^2 = MH.MO = MC.MD$.	0,25 0,25
	c) (0,5 điểm) Chứng minh $IH.IO = IM.OH$	
	Xét $\triangle OAH$ và $\triangle OMA$ có : $\widehat{OAM} = \widehat{AHO} = 90^\circ$ $\widehat{AOM}$ chung $\Rightarrow \triangle OAH \sim \triangle OMA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{OA}{MO} = \frac{OH}{OA}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow OA^2 = MO.OH$ $\Leftrightarrow OI^2 = OM.OH$ (do $OA = OI = R$) $\Leftrightarrow OI^2 - OI.OH = OM.OH - OI.OH$ $\Leftrightarrow OI.(OI - OH) = OH(OM - OI)$ $\Leftrightarrow OI.IH = OH.MI$ (đpcm).	0,25 0,25
	(0,5 điểm) Nhà anh Nam có một cái ao nuôi cá hình chữ nhật ABCD . Khi thả cá giống, anh giăng lưới quây lại ở một góc ao (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí M một vị trí N ở bờ AD và CD phải đi qua một cái cọc cố định đã cắm sẵn ở vị trí E. Biết rằng khoảng cách từ cọc E đến bờ AB, DC lần lượt là 6 m và 12 m. Hỏi diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể quây được là bao nhiêu?	

		
Câu 15	Gọi khoảng cách từ E đến AD, DC lần lượt là EH, EK. Đặt KN là x (m) với $x > 0$ Ta có: $\triangle MHE \sim \triangle EKN \Rightarrow \frac{HE}{KN} = \frac{HM}{KE} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{HM}{12} \Rightarrow HM = \frac{72}{x} \text{ (m)}$ $S_{\triangle MDN} = \frac{1}{2} MD \cdot ND = \frac{1}{2} \left(12 + \frac{72}{x} \right) (6 + x) = \left(6 + \frac{36}{x} \right) (6 + x) \text{ (m}^2\text{)}$ $S_{\triangle MDN} = 72 + 6x + \frac{216}{x} \text{ (m}^2\text{)}$ Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho $6x, \frac{216}{x}$ (vì $x > 0$) $S_{\triangle MDN} = 72 + 6x + \frac{216}{x} \geq 72 + 2 \sqrt{6x \cdot \frac{216}{x}} = 72 + 72 = 144 \text{ (m}^2\text{)}$ Dấu “=” xảy ra khi $6x = \frac{216}{x} \Rightarrow x = 6 \text{ m}$ Vậy Diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể quây được là $144 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25 0,25

Chú ý: - Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 14 (hình học) nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không tính điểm.

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Nghiệm của phương trình $x^2 - 16 = 0$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = -4$. C. $x = 4$ hoặc $x = -4$. D. $x = 16$.

Câu 2. Kết quả rút gọn của biểu thức $\sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2}$ bằng:

- A. $\sqrt{2} - 2$. B. $2 - \sqrt{2}$. C. $\sqrt{2} + 2$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 3. Hàm số $y = -2x^2$ đồng biến khi:

- A. $x > 0$. B. $x < 0$. C. $x \neq 0$. D. Với mọi x .

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $-3x > 9$ là:

- A. $x > -3$. B. $x < 3$. C. $x < -3$. D. $x > 3$.

Câu 5. Thể tích hình nón có diện tích đáy S và chiều cao h là:

- A. $V = S.h$. B. $V = \frac{1}{3}S.h$. C. $V = \frac{1}{2}S.h$. D. $V = 2S.h$.

Câu 6. Cho 2 đường tròn: $(O; 7\text{cm})$ và $(O'; 2\text{cm})$ biết $OO' = 5\text{cm}$, khẳng định nào sau là đúng:

- A. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài. B. Hai đường tròn không giao nhau

- C. Hai đường tròn tiếp xúc trong D. Hai đường tròn cắt nhau. .

Câu 7. Khoảng biến thiên của dãy số 5, 15, 25, 35, 45 là:

- A. 10. B. 20. C. 30. D. 40.

Câu 8. Một hộp chứa 3 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Xác suất để chọn được quả cầu màu xanh là:

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{7}{3}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a) (0,75 điểm) Giải phương trình: $x^2 - 7x + 12 = 0$.

b) (0,75 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Câu 10. (1,0 điểm. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+4} \right)$; với $x \geq 0, x \neq 1$.

Câu 11. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (4 - m)x + m - 5 = 0$, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân..

Câu 12. (1,0 điểm) (Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình)

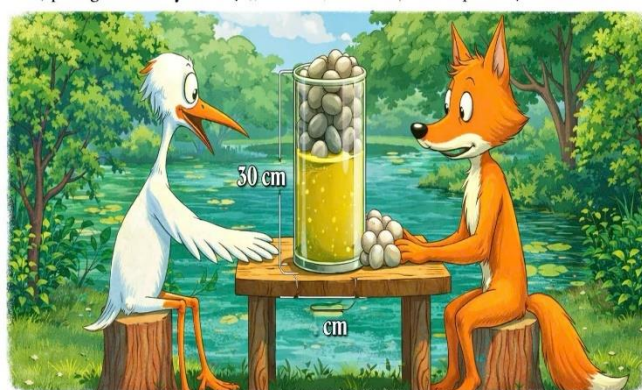
(1,0 điểm). Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 5 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 4 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 4 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

Câu 13. (1,0 điểm) Trong chuyện ngụ ngôn La Fonten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng.

Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có bán kính đáy là 8cm, chiều cao 30cm. Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10cm và mời Cáo dùng bữa.

a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc.

b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2 cm. Cáo bèn



cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thảnh thơi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi.

Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O; R)$ (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I .

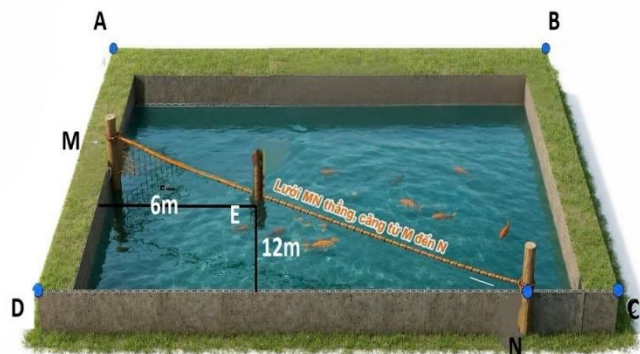
a) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính AD của $(O; R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D .

Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$.

c) Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.

Câu 15. (0,5 điểm) Nhà anh Nam có một cái ao nuôi cá hình chữ nhật $ABCD$. Khi thả cá giống, anh giăng lưới quây lại ở một góc ao (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí M một vị trí N ở bờ AD và CD phải đi qua một cái cọc cố định đã cắm sẵn ở vị trí E . Biết rằng khoảng cách từ cọc E đến bờ AB, DC lần lượt là 6 m và 12 m. Hỏi diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể quây được là bao nhiêu?



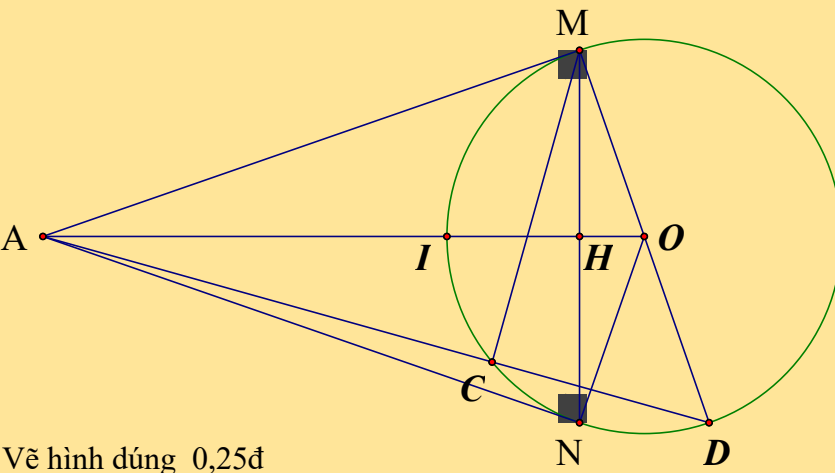
..... HẾT.....

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

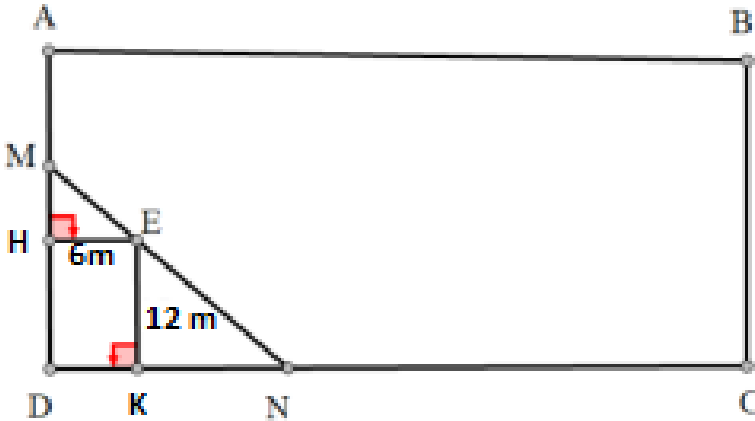
Họ tên thí sinh.....SBD.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 9	a) Giải phương trình: $x^2 - 7x + 12 = 0$.	
	Xét phương trình: $x^2 - 7x + 12 = 0$. Ta có: $\Delta = (-7)^2 - 4.1.12 = 1 > 0$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{7+\sqrt{1}}{2.1} = 4$ $x_2 = \frac{7-\sqrt{1}}{2.1} = 3$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 4; x_2 = 3$	0,25
	b) (0,75 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$	
	Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 12 & (1) \\ x + 2y = 3 & (2) \end{cases}$ Lấy (1) trừ (2), ta được: $3x = 9$ suy ra $x = 3$ thay vào phương trình (2). Ta có: $3 + 2y = 3$ suy ra $y = 0$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (3; 0)$	0,25 0,25 0,25
Câu 10	(1,0 điểm). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+4} \right)$; với $x \geq 0, x \neq 1$.	
	Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có: $A = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \left(\frac{3\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+4} \right)$ $= \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \left[\frac{3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)} - \frac{2}{\sqrt{x}+4} \right]$ $= \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \frac{3\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)} = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1} : \frac{\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+5) \cdot (\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}+5$	0,25 0,5
	Vậy $A = \sqrt{x} + 5$ khi $x \geq 0, x \neq 1$.	0,25
	(1,0 điểm). Cho phương trình: $x^2 - (4-m)x + m - 5 = 0$, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.	

Câu 11	Xét phương trình: $x^2 + (4 - m)x + m - 5 = 0$ (1) Ta có: $a = 1; b = 4 - m; c = m - 5$ Vì $a + b + c = 1 + 4 - m + m - 5 = 0$ $\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm: $x = 1$ hoặc $x = \frac{c}{a} = m - 5$ Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 \neq x_2$ do đó: $1 \neq m - 5$, $\Rightarrow m \neq 6$ (2) Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác nên $x_1 > 0, x_2 > 0$ Do đó: $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 4 > 0 \\ m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 5$ (3) Do $x_1 \neq x_2$ nên x_1, x_2 không thể cùng là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông cân, vai trò x_1, x_2 như nhau. Giả sử x_1 là độ dài cạnh huyền, x_2 là độ dài cạnh góc vuông thì theo định lý Pytago ta có: $x_1^2 = x_2^2 + x_2^2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{2}x_2$ Trường hợp 1: xét $x_1 = 1, x_2 = m - 5$ thay vào $x_1 = \sqrt{2}x_2$ ta được: $1 = \sqrt{2}(m - 5)$ $\Rightarrow m = 5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (thỏa mãn) Trường hợp 2: xét $x_1 = m - 5, x_2 = 1$ thay vào $x_1 = \sqrt{2}x_2$ ta được: $m - 5 = \sqrt{2} \cdot 1$ $\Rightarrow m = 5 + \sqrt{2}$ (thỏa mãn) Vậy $m = 5 + \frac{\sqrt{2}}{2}, m = 5 + \sqrt{2}$ là giá trị cần tìm.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 12	(1,0 điểm). Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 5 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 4 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 4 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc? Gọi thời gian đội 1 hoàn thành công việc một mình là x (giờ, $x > 5$) Gọi thời gian đội 2 hoàn thành công việc một mình là y (giờ, $y > 5$) Trong một giờ, đội 1 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc); đội 2 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc). Trong một giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. Trong bốn giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$. Khi đó cả hai đội làm xong việc nên ta có phương trình là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1) Trong bốn giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc); Trong bốn giờ, đội 2 làm được số phần công việc là: $4 \cdot \frac{1}{y}$ (công việc). Khi đó công việc mới xong, nên ta có phương trình: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 4 \cdot \frac{1}{y} = 1$ hay $4 \cdot \frac{1}{x} + 8 \cdot \frac{1}{y} = 1$ (2)	0,25 0,25

	Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 8 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$ Giải hệ phương trình, ta có: $\begin{cases} x = \frac{20}{3} \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$ Vậy đội 1 làm một mình trong $\frac{20}{3}$ giờ xong, đội 2 làm một mình trong 20 giờ xong công việc	0,25 0,25
Câu 13	(1,0 điểm). Trong chuyện ngụ ngôn La Fonten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có đường kính đáy là 8 cm, chiều cao 30cm. Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao 10cm và mời Cáo dùng bữa. a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc. b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thanh thoi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi.	
	a) Thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là: $V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi (cm^3)$ Vậy thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là: $160\pi (cm^3)$	0,25
	b) Thể tích của bình hình trụ đó là $V_0 = \pi \cdot 4^2 \cdot 30 = 480\pi (cm^3)$ khi Cáo thả những viên sỏi vào thì súp dâng đến vừa đầy miệng bình nên thể tích của các viên sỏi là $V = V_0 - V_1 = 480\pi - 160\pi = 320\pi (cm^3)$	0,25
	Thể tích của mỗi viên sỏi là $V_{1viensoi} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi (cm^3)$	0,25
	Số lượng viên sỏi đã thêm vào là: $320\pi : \left(\frac{32}{3}\pi\right) = 30$ (viên) Vậy Cáo đã thêm 30 viên sỏi.	0,25
Câu 14	(2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn $(O; R)$ (M, N là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OA cắt đường thẳng MN tại H và cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I. a) Chứng minh bốn điểm A, M, N, O cùng thuộc một đường tròn. b) Kẻ đường kính MD của $(O; R)$. Đoạn thẳng AD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D. Chứng minh $AM^2 = AH \cdot AO = AC \cdot AD$. c) Chứng minh $IH \cdot IO = IA \cdot OH$.	
	Vẽ hình đúng 0,25đ 	
	a) (1,0 điểm) Chứng minh bốn điểm A, M, N, O cùng thuộc một đường tròn.	

	Vì AM là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại M nên $\widehat{AMO} = 90^\circ$ $\Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính OA (1) Vì AN là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại N nên $\widehat{ANO} = 90^\circ$ $\Rightarrow N$ thuộc đường tròn đường kính OA (2) Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm $A; M; O; N$ cùng thuộc đường tròn đường kính OA.	0,25 0,25 0,25
	b) (0,5 điểm) Kẻ đường kính MD của $(O; R)$. Đoạn thẳng AD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D. Chứng minh $AM^2 = AH \cdot AO = AC \cdot AD$.	
	Vì $AM; AN$ là tiếp tuyến của (O) tại M, N nên $AM = AN$ Mà $OM = ON = R$ Nên OM là đường trung trực của AB. $\Rightarrow OA \perp MN$ tại H $\Rightarrow \widehat{MHA} = 90^\circ$ Xét $\triangle AMH$ và $\triangle AOM$ có : $\widehat{MHA} = \widehat{OMA} = 90^\circ$ $\widehat{MAO}$ chung $\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle AOM$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AM}{AO} = \frac{AH}{AM}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow AM^2 = AO \cdot AH$ (3) Vì MD là đường kính của (O) nên $\widehat{MCD} = 90^\circ$ Xét $\triangle AMD$ và $\triangle ACM$ có : $\widehat{DMA} = \widehat{MCA} = 90^\circ$ $\widehat{AMD}$ chung $\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle ACM$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AD}{AM}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow AM^2 = AC \cdot AD$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $AM^2 = AH \cdot AO = AC \cdot AD$.	0,25 0,25
	c) (0,5 điểm) Chứng minh $IH \cdot IO = IA \cdot OH$	
	Xét $\triangle OMH$ và $\triangle OAM$ có : $\widehat{OMA} = \widehat{MHO} = 90^\circ$ $\widehat{MOA}$ chung $\Rightarrow \triangle OMH \sim \triangle OAM$ (g-g) $\Rightarrow \frac{OM}{AO} = \frac{OH}{OM}$ (tính chất tam giác đồng dạng) $\Leftrightarrow OM^2 = AO \cdot OH$ $\Leftrightarrow OI^2 = OA \cdot OH$ (do $OM = OI = R$) $\Leftrightarrow OI^2 - OI \cdot OH = OA \cdot OH - OI \cdot OH$ $\Leftrightarrow OI \cdot (OH - OI) = OH(OA - OI)$ $\Leftrightarrow OI \cdot IH = OH \cdot AI$ (đpcm).	0,25 0,25
	(0,5 điểm) Nhà anh Nam có một cái ao nuôi cá hình chữ nhật $ABCD$. Khi thả cá giống, anh giăng lưới vây lại ở một góc ao (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí M một vị trí N ở bờ AD và CD phải đi qua một cái cọc cố định đã cắm sẵn ở vị trí E. Biết rằng khoảng cách từ cọc E đến bờ AB, DC lần lượt là 6 m và 12 m. Hỏi diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể vây được là bao nhiêu?	

		
Câu 15	Gọi khoảng cách từ E đến AD, DC lần lượt là EH, EK. Đặt KN là x (m) với $x > 0$ Ta có: $\triangle MHE \sim \triangle EKN \Rightarrow \frac{HE}{KN} = \frac{HM}{KE} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{HM}{12} \Rightarrow HM = \frac{72}{x} \text{ (m)}$ $S_{\triangle MDN} = \frac{1}{2} MD \cdot ND = \frac{1}{2} \left(12 + \frac{72}{x} \right) (6 + x) = \left(6 + \frac{36}{x} \right) (6 + x) \text{ (m}^2\text{)}$ $S_{\triangle MDN} = 72 + 6x + \frac{216}{x} \text{ (m}^2\text{)}$ Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho $6x, \frac{216}{x}$ (vì $x > 0$) $S_{\triangle MDN} = 72 + 6x + \frac{216}{x} \geq 72 + 2 \sqrt{6x \cdot \frac{216}{x}} = 72 + 72 = 144 \text{ (m}^2\text{)}$ Dấu “=” xảy ra khi $6x = \frac{216}{x} \Rightarrow x = 6 \text{ m}$ Vậy Diện tích nhỏ nhất của phần góc ao có thể quây được là $144 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25 0,25

Chú ý: - Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 14 (hình học) nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không tính điểm.