

**Câu 1** (1,5 điểm).

a) Trong đợt ôn thi giữa học kì II, giáo viên chủ nhiệm lớp 9A của Trường THCS X đã ghi lại thời gian tự học tại nhà của 40 học sinh trong một ngày, kết quả được ghi lại bằng bảng sau đây:

| Thời gian<br>(phút) | [60;90) | [90; 120) | [120; 150) | [150;180) |
|---------------------|---------|-----------|------------|-----------|
| Tần số              | 8       | 15        | 12         | 5         |

Tìm tần số của nhóm  $[90; 120)$  và tần số tương đối của nhóm  $[120; 150)$ .

b) Trong một lần đi vào siêu thị mua hàng, hai bạn Diễm và Hằng được tặng mỗi người một phiếu quà tặng bằng cách bốc thăm trúng thưởng. Biết rằng, chỉ còn ba phiếu gồm: một phiếu  $A$  trị giá 100000 đồng, một phiếu  $B$  trị giá 80000 đồng và một phiếu  $C$  trị giá 60000 đồng. Tính xác suất của biến cố  $E$ : “Tổng giá trị quà tặng của hai bạn lớn hơn 150000 đồng”.

**Câu 2** (2,0 điểm).

a) Tính  $A = \sqrt{8} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - 2\sqrt{2}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+6}{x-4} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ , với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

c) Tìm  $a$  để đường thẳng  $y = ax - 3$  ( $a \neq 0$ ) cắt đồ thị của hàm số  $y = 2x^2$  tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Câu 3** (2,5 điểm).

a) Trong kỳ thi Tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm học 2026 - 2027, tổng chỉ tiêu tuyển sinh của hai trường THPT A và THPT B là 1200 học sinh. Sau khi hết hạn đăng ký và điều chỉnh nguyện vọng, số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường A và trường B tăng lần lượt là 15% và 10% so với chỉ tiêu ban đầu. Do đó, tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của cả hai trường là 1345 học sinh. Tính chỉ tiêu tuyển sinh ban đầu của mỗi trường.

b) Hai bạn An và Minh ở cùng một khu dân cư và học cùng một trường THCS cách nhà 13km. Mỗi buổi sáng, hai bạn cùng xuất phát từ nhà đến trường bằng xe đạp điện vào cùng một thời điểm. Biết vận tốc trung bình của Minh lớn hơn của An là 2 km/h nên Minh đến trường sớm hơn An 2,5 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi bạn (theo đơn vị km/h) và cho biết trong hai bạn, bạn nào đã tuân thủ đúng quy định về tốc độ tối đa của xe đạp điện (không được vượt quá 25 km/h)?

c) Cho phương trình  $x^2 - 7x + 2 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$ . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sqrt{13x_1 + 7} + (2x_1 + 1)x_2}{x_1^2 + x_2^2 - 3}$ .

**Câu 4** (3,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn  $(O)$  đường kính  $BC$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AH$ . Tia  $BI$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $D$  ( $D$  khác  $B$ ).

a) Chứng minh tứ giác  $IHCD$  là tứ giác nội tiếp.

b) Tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại điểm  $C$  cắt các tia  $BD, BA$  lần lượt tại các điểm  $E$  và  $F$ . Chứng minh  $\widehat{BAH} = \widehat{ADB}$  và  $AE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

c) Gọi  $M$  là giao điểm của  $AC$  và  $BE$ ;  $N$  là giao điểm của  $AE$  và  $FM$ . Chứng minh  $\frac{1}{FN} + \frac{1}{FH} = \frac{2}{FM}$ .

**Câu 5** (1,0 điểm).

a) Theo khuyến cáo y tế, mỗi người nên uống ít nhất 2 lít nước mỗi ngày để duy trì sức khỏe. Bạn Bình dùng một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao 11,2cm và đường kính đáy là 6,8cm. Trung bình mỗi ngày Bình uống 8 lần nước, mỗi lần lượng nước trong cốc chiếm 70% dung tích của cốc. Hỏi bạn Bình có uống đủ lượng nước theo khuyến cáo hay không? (Bỏ qua bề dày của cốc và lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

b) Một công ty sản xuất nồi inox thiết kế phần khoang nồi có dạng hình trụ (không nắp). Biết diện tích toàn phần của khoang nồi (gồm diện tích xung quanh và diện tích hình tròn đáy) cố định là  $1200\pi$  (cm<sup>2</sup>). Để sản phẩm có dung tích (thể tích) lớn nhất, công ty nên lựa chọn kích thước đường kính đáy của khoang nồi là bao nhiêu?



--- Hết ---

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh.....

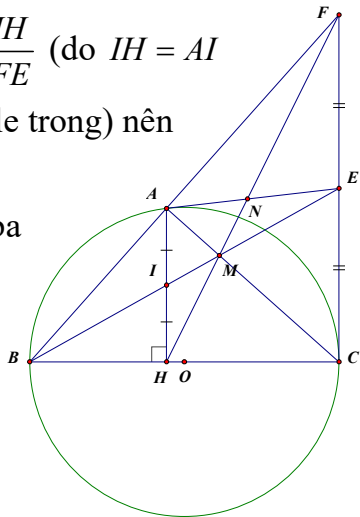
|                                                                                                           |                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>UBND PHƯỜNG THÁI HOÀ</b></p> <p><b>ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2</b></p> <p>(Đáp án này gồm 06 trang)</p> | <p><b>KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT</b></p> <p><b>NĂM HỌC 2026 - 2027</b></p> <p><b>Môn thi: TOÁN</b></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| Câu | Ý                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Điểm             |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------|------------|------------|-----------|--------|---|----|----|---|------|
| 1   | a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Trong đợt ôn thi giữa học kì II, giáo viên chủ nhiệm lớp 9A của Trường THCS X đã ghi lại thời gian tự học tại nhà của 40 học sinh trong một ngày, kết quả được ghi lại bằng bảng sau đây: <table><tr><td>Thời gian (phút)</td><td>[60;90)</td><td>[90; 120)</td><td>[120; 150)</td><td>[150;180)</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>8</td><td>15</td><td>12</td><td>5</td></tr></table> | Thời gian (phút) | [60;90)   | [90; 120)  | [120; 150) | [150;180) | Tần số | 8 | 15 | 12 | 5 | 0,75 |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Thời gian (phút)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | [60;90)          | [90; 120) | [120; 150) | [150;180)  |           |        |   |    |    |   |      |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Tần số                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 8                | 15        | 12         | 5          |           |        |   |    |    |   |      |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Tìm tần số của nhóm [90; 120) và tần số tương đối của nhóm [120; 150).                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     | a ) Tìm tần số của nhóm [90; 120) là 15.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     | Tần số tương đối của nhóm [120; 150) là $\frac{12}{40}.100\% = 30\%$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
| b   | Trong một lần đi vào siêu thị mua hàng, hai bạn Diễm và Hằng được tặng mỗi người một phiếu quà tặng bằng cách bốc thăm trúng thưởng. Biết rằng, chỉ còn ba phiếu gồm: một phiếu A trị giá 100000 đồng, một phiếu B trị giá 80000 đồng và một phiếu C trị giá 60000đồng. Tính xác suất của biến cố E: “Tổng giá trị quà tặng của hai bạn lớn hơn 150000đồng”. | 0,75                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     | Phép thử là Diễm và Hằng mỗi người bốc một phiếu từ ba phiếu: A, B, C khác nhau.<br>Không gian mẫu $\Omega = \{(A, B); (A, C); (B, A); (B, C), (C, A); (C, B)\}$                                                                                                                                                                                             | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     | Các kết quả thuận lợi cho biến cố thuận E: là $\{(A, B); (B, A); (A, C); (C, A)\}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     | Vậy xác suất để “tổng giá trị quà tặng của hai bạn lớn hơn 150000 đồng” là $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
| 2   | a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Tính $A = \sqrt{8} + \sqrt{3}.\sqrt{27} - 2\sqrt{2}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,75             |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $A = 2\sqrt{2} + \sqrt{3.27} - 2\sqrt{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25             |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $= \sqrt{81}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25             |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $= 9$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25             |           |            |            |           |        |   |    |    |   |      |

|   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 3 | b | Rút gọn biểu thức $P = \left( \frac{\sqrt{x}+6}{x-4} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ , với $x \geq 0$ và $x \neq 4$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,75 |
|   |   | $= \left[ \frac{\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   |   | $= \frac{\sqrt{x}+6+3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} = \frac{4\sqrt{x}+12}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   |   | $= \frac{4(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} = \frac{4}{\sqrt{x}-2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|   | c | Tìm $a$ để đường thẳng $y = ax - 3$ ( $a \neq 0$ ) cắt đồ thị của hàm số $y = -x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,5  |
|   |   | Với $x = 1$ ta có $y = -1^2 = -1$ . Do đó tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = ax - 3$ ( $a \neq 0$ ) và đồ thị của hàm số $y = -x^2$ là $(1; -1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   |   | Thay $x = 1$ và $y = -1$ vào hàm số $y = ax - 3$ ta được: $-1 = a.1 - 3 \Rightarrow a = 2$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|   | a | Trong kỳ thi Tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm học 2026 - 2027, tổng chỉ tiêu tuyển sinh của hai trường THPT A và THPT B là 1200 học sinh. Sau khi hết hạn đăng ký và điều chỉnh nguyện vọng, số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường A và trường B tăng lần lượt là 15% và 10% so với chỉ tiêu ban đầu. Do đó, tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của cả hai trường là 1345 học sinh. Tính chỉ tiêu tuyển sinh ban đầu của mỗi trường. | 0,75 |
|   |   | Gọi $x, y$ (học sinh) lần lượt là chỉ tiêu tuyển sinh của trường THPT A và THPT B.<br>Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$ ; $x, y < 1200$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|   |   | Tổng chỉ tiêu tuyển sinh của Trường THPT A và THPT B là 1200 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 1200$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|   |   | Số thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A là $x + x \cdot 15\% = 1,15x$ (thí sinh)<br>Số thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT B là $y + y \cdot 10\% = 1,1y$ (thí sinh)<br>Tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của cả hai trường là 1345 nên ta có phương trình:<br>$1,15x + 1,1y = 1345$ (2)                                                                                                                                     | 0,25 |
|   |   | Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1200 \\ 1,15x + 1,1y = 1345 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |

|  |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|--|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  |   | <p>Giải hệ phương trình ta được <math>\begin{cases} x = 500 \\ y = 700 \end{cases}</math> (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy chỉ tiêu tuyển sinh ban đầu của trường THPT A và trường THPT B lần lượt là 500 thí sinh và 700 thí sinh.</p>                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|  | b | <p>Hai bạn An và Minh ở cùng một khu dân cư và học cùng một trường THCS cách nhà 13km. Mỗi buổi sáng, hai bạn cùng xuất phát từ nhà đến trường bằng xe đạp điện vào cùng một thời điểm. Biết vận tốc trung bình của Minh lớn hơn của An là 2km/h nên Minh đến trường sớm hơn An 2,5 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi bạn (theo đơn vị km/h) và cho biết trong hai bạn, bạn nào đã tuân thủ đúng quy định về tốc độ tối đa của xe đạp điện (không được vượt quá 25km/h)?</p> | 0,75 |
|  |   | <p>Đổi 2,5 phút <math>= \frac{1}{24}</math> giờ.</p> <p>Gọi vận tốc trung bình của An là <math>x</math>(km/h), điều kiện <math>x &gt; 0</math>.</p> <p>Ta có: vận tốc của Minh là <math>x + 2</math> (km/h).</p> <p>Thời gian để An và Minh đi từ nhà đến trường lần lượt là <math>\frac{13}{x}</math> (giờ) và <math>\frac{13}{x+2}</math> (giờ).</p>                                                                                                                           | 0,25 |
|  |   | <p>Vì Minh đến trường sớm hơn An <math>\frac{1}{24}</math> giờ nên ta có phương trình</p> $\frac{13}{x} - \frac{13}{x+2} = \frac{1}{24}$ $312(x+2) - 312x = x(x+2)$ $x^2 + 2x - 624 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|  |   | <p>Giải phương trình ta được <math>x_1 = 24</math>(TM), <math>x_2 = -26</math> (loại)</p> <p>Vận tốc của An và Minh lần lượt là 24km/h và 26(km/h). Do đó An tuân thủ đúng quy định về tốc độ khi tham gia giao thông, còn Minh không tuân thủ đúng quy định về tốc độ khi tham gia giao thông.</p>                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|  | c | <p>Cho phương trình <math>x^2 - 7x + 2 = 0</math> có hai nghiệm dương phân biệt <math>x_1, x_2</math>. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức</p> $P = \frac{\sqrt{13x_1 + 7} + (2x_1 + 1)x_2}{x_1^2 + x_2^2 - 3}.$                                                                                                                                                                                                                                             | 1,0  |
|  |   | <p>Do phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt <math>x_1, x_2</math> nên theo định lí Viète ta có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|  |   | <p>Ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x_1^2 + x_2^2 - 3 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 7^2 - 2.2 - 3 = 42.</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |

|   |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |
|---|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|   |    | <p>• Vì <math>x_1</math> là nghiệm phương trình <math>x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 7x_1 + 2 = 0</math><br/> <math>\Rightarrow 7x_1 = x_1^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{13x_1 + 7} = \sqrt{7x_1 + 6x_1 + 7} = \sqrt{x_1^2 + 2 + 6x_1 + 7} = \sqrt{(x_1 + 3)^2}</math><br/> <math>=  x_1 + 3  = x_1 + 3</math> (vì <math>x_1 &gt; 0</math>)</p> <p>Do đó <math>\sqrt{13x_1 + 7} + (2x_1 + 1)x_2 = x_1 + 3 + 2x_1x_2 + x_2 = (x_1 + x_2) + 3 + 2x_1x_2</math><br/> <math>= 7 + 3 + 2.2 = 14.</math></p> | 0,25       |
|   |    | Vậy $P = \frac{14}{42} = \frac{1}{3}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25       |
| 4 | a) | <b>Chứng minh tứ giác <math>IHCD</math> là tứ giác nội tiếp</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>1,5</b> |
|   |    | Vẽ hình đúng                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,5        |
|   |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |
|   |    | Ta có $AH \perp BC \Rightarrow \Delta IHC$ vuông tại $H \Rightarrow I, H, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính $IC$ . (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25       |
|   |    | Ta có $\widehat{BDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \Delta IDC$ vuông tại $D$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25       |
|   |    | $\Rightarrow I, D, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính $IC$ . (2)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25       |
|   |    | Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm $I, H, C, D$ cùng thuộc một đường tròn hay tứ giác $IHCD$ là tứ giác nội tiếp.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25       |
|   | b) | <b>Tiếp tuyến của đường tròn <math>(O)</math> tại điểm <math>C</math> cắt các tia <math>BD, BA</math> lần lượt tại các điểm <math>E</math> và <math>F</math>. Chứng minh <math>\widehat{BAH} = \widehat{ADB}</math> và <math>AE</math> là tiếp tuyến của đường tròn <math>(O)</math>.</b>                                                                                                                                                                                                              | <b>1,0</b> |
|   |    | Ta có $\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AB$ ). Mà $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$ ) nên $\widehat{BAH} = \widehat{ADB}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25       |
|   |    | Vì $CE$ là tiếp tuyến của đường tròn $(O)$ nên $BC \perp CE$ , mà $AH \perp BC$ nên $AH \parallel CE \Rightarrow \Delta BHI \sim \Delta BCE \Rightarrow \frac{IH}{CE} = \frac{BI}{BE}$ . (3)                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25       |
|   |    | Chứng minh tương tự ta có $\frac{IA}{FE} = \frac{BI}{BE}$ . (4)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |

|   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   |   | Từ (3) và (4) suy ra $\frac{IH}{CE} = \frac{IA}{FE}$ , kết hợp với $IA = IH$ ta có $EC = EF$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|   |   | Xét tam giác vuông $CAF$ có $AE$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền $CF \Rightarrow AE = \frac{CF}{2}$<br>$\Rightarrow AE = EC \Rightarrow \triangle ECO = \triangle EAO (c.c.c) \Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{ECO} = 90^\circ \Rightarrow EA$ là tiếp tuyến của đường tròn $(O)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|   |   | Gọi $M$ là giao điểm của $AC$ và $BE$ ; $N$ là giao điểm của $AE$ và $FM$ .<br>Chứng minh $\frac{1}{FN} + \frac{1}{FH} = \frac{2}{FM}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,5  |
|   |   | <p>Ta có <math>\triangle AMI \sim \triangle CME (g.g) \Rightarrow \frac{MI}{ME} = \frac{AI}{CE} = \frac{IH}{FE}</math> (do <math>IH = AI</math> và <math>CE = FE</math>), mà <math>\widehat{MIH} = \widehat{MEF}</math> (hai góc so le trong) nên <math>\triangle MIH \sim \triangle MEF (c.g.c) \Rightarrow \widehat{EMF} = \widehat{IMH}</math><br/><math>\Rightarrow \widehat{EMF} + \widehat{EMH} = \widehat{IMH} + \widehat{EMH} = 180^\circ</math> nên ba điểm <math>H, M, F</math> thẳng hàng.</p>                                                                                            | 0,25 |
|   |   | <p>Ta có <math>\widehat{HAC} = \widehat{ACE}</math> (so le trong) và <math>\widehat{EAC} = \widehat{ACE}</math> (do <math>\triangle EAC</math> cân tại <math>E</math>)<br/><math>\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{EAC}</math>. Mà <math>AF \perp AC</math> nên <math>AM, AF</math> lần lượt là các đường phân giác trong và ngoài của <math>\triangle HAN \Rightarrow \frac{MN}{MH} = \frac{FN}{FH} \left( = \frac{AN}{AH} \right)</math><br/><math>\Rightarrow \frac{MN}{FN} = \frac{MH}{FH} \Rightarrow \frac{FM - FN}{FN} = \frac{FH - FM}{FH} \Rightarrow \frac{FM}{FN} + \frac{FM}{FH} = 2</math><br/><math>\Rightarrow \frac{1}{FN} + \frac{1}{FH} = \frac{2}{FM}</math>.</p> | 0,25 |
| 5 | a | Theo khuyến cáo y tế, mỗi người nên uống ít nhất 2 lít nước mỗi ngày để duy trì sức khỏe. Bạn Bình dùng một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao 11,2cm và đường kính đáy là 6,8cm. Trung bình mỗi ngày Bình uống 8 lần nước, mỗi lần lượng nước trong cốc chiếm 70% dung tích của cốc. Hỏi bạn Bình có uống đủ lượng nước theo khuyến cáo hay không? (Bỏ qua bề dày của cốc và lấy $\pi \approx 3,14$ ).                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,5  |
|   |   | Thể tích của chiếc cốc là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot \left(\frac{6,8}{2}\right)^2 \cdot 11,2 \approx 406,54 (\text{cm}^3)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|   |   | Thể tích nước bạn Bình uống là: $8 \cdot (70\% \cdot V) \approx 8 \cdot 70\% \cdot 406,54 = 2276,62 (\text{cm}^3) \approx 2,28$ lít.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |

|  |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |             |
|--|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|  |   | Vì $2,28\text{lít} > 2\text{lít}$ . Vậy bạn Bình đã uống đủ lượng nước theo như khuyến cáo y tế.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |             |
|  |   | Một công ty sản xuất nồi inox thiết kế phần khoang nồi có dạng hình trụ (không nắp). Biết diện tích toàn phần của khoang nồi (gồm diện tích xung quanh và diện tích hình tròn đáy) cố định là $1200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ . Để sản phẩm có dung tích (thể tích) lớn nhất, công ty nên lựa chọn kích thước đường kính đáy của khoang nồi là bao nhiêu?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>0,5</b>  |
|  |   | Gọi $R$ là bán kính của đáy hình trụ và $h$ là chiều cao hình trụ.<br>Diện tích phần khoang nồi gồm diện tích xung quanh cộng với diện tích một đáy bằng $1200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ nên ta có $\pi R^2 + 2\pi Rh = 1200\pi$ hay $R^2 + 2Rh = 1200$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25        |
|  | b | Với $a, b, c > 0$ ta có:<br>$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right] \geq 0$ $\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc.$ Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$ .<br>Áp dụng bất đẳng thức trên cho các số dương $Rh, Rh, R^2$ ta có<br>$1200 = R^2 + Rh + Rh = \left(\sqrt[3]{R^2}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{Rh}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{Rh}\right)^3 \geq 3\left(\sqrt[3]{R^2}\right)\left(\sqrt[3]{Rh}\right)\left(\sqrt[3]{Rh}\right)$ $= 3\sqrt[3]{R^4h^2} \Rightarrow R^4h^2 \leq \left(\frac{1200}{3}\right)^3 = 400^3 \Rightarrow \left(\frac{V}{\pi}\right)^2 = R^4h^2 \leq 400^3$ $\Rightarrow V \leq \pi\sqrt{400^3}.$ Đấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} R^2 = Rh \\ 400 = R^2 + Rh + Rh \end{cases}$ $\Rightarrow R = h = \sqrt{400} = 20.$ Vậy với đường kính đáy của của khoang nồi là 40cm thì dung tích (thể tích) của nồi sẽ lớn nhất. | 0,25        |
|  |   | <b>TỔNG ĐIỂM</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>10,0</b> |

-----HẾT -----