

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $(x-1)x = (2x-2)(2x+1)$ là

- A. $\{1; -1\}$. B. $\{-1\}$. C. $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$. D. $\left\{1; -\frac{2}{3}\right\}$.

Câu 2. Với $a < 0$, biểu thức $4a + \sqrt{4a^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $6a$. B. $2a$. C. 0 . D. $8a$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(1; 3)$. B. $Q(-1; 3)$. C. $P(-2; 6)$. D. $N(2; -6)$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $2 - 3x > 8$ là

- A. $x < -2$. B. $x > -2$. C. $x > 2$. D. $x < 2$.

Câu 5. Cho đường tròn $(O; 5\text{cm})$. Lấy hai điểm A, B trên đường tròn sao cho $AB = 6\text{cm}$. Khi đó $\tan \widehat{OAB}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 35cm . B. $12,5\text{cm}$. C. $17,5\text{cm}$. D. 25cm .

Câu 7. Số liệu thống kê các điểm số lớn hơn hoặc bằng 14 (thang điểm 20) của 80 học sinh lớp 9 dự thi học sinh giỏi môn Toán do trường X tổ chức được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau

Nhóm	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)	[19; 20)
Tần số ghép nhóm (n)	22	25	18	12	2	1

Những học sinh có điểm lớn hơn hoặc bằng 18 sẽ đạt giải Nhất. Hỏi trong số 80 học sinh được thống kê có bao nhiêu học sinh đạt giải Nhất?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 8. Trên một dãy phố có ba quán ăn được đánh số 1; 2; 3. Hai bạn Lam và Sơn mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn để ăn trưa. Xác suất của biến cố A: “Hai bạn chọn cùng vào một quán ăn” bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{2}{3}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

Câu 10. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}-4}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 11. (1,0 điểm) Tìm m sao cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + 2)x_2 = m + 8$.

Câu 12. (1,0 điểm) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) sau 40 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao lâu?

Câu 13. (1,0 điểm) Một thùng giấy carton có nắp đậy 24 lon coca-cola được xếp vừa khít thành 4 hàng, mỗi hàng 6 lon (như hình vẽ). Biết mỗi lon có bán kính đáy bằng 2,5cm và chiều cao bằng 11cm.

a) Tính diện tích xung quanh và thể tích của mỗi lon coca-cola (lấy $\pi = 3,14$).

b) Tính thể tích phần không gian trống của thùng giấy carton.



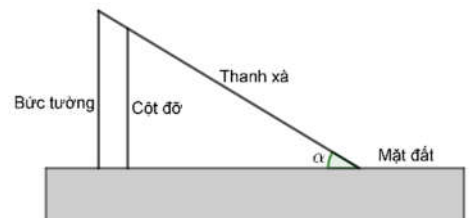
Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đoạn thẳng MD cắt đường tròn (O) tại C . Đường thẳng OM cắt AB và (O) lần lượt tại H và I (I nằm giữa M và H). Gọi N là giao điểm của AI và CD .

a) Chứng minh rằng 4 điểm M, C, H, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NI^2 = NC.NM$.

c) Chứng minh rằng CI là tia phân giác trong của góc $\widehat{MCH}$.

Câu 15. (0,5 điểm) Một thanh xà dựa vào bức tường và mặt đất. Để giữ chắc thanh xà người ta còn làm một cột đỡ có chiều cao 4m, song song với bức tường và cách bức tường 0,5m như hình bên. Hỏi thanh xà hợp với mặt đất góc bao nhiêu độ thì chiều dài thanh xà là bé nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



.....**HẾT**.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị số 1: Chữ kí của giám thị số 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM

Năm học: 2026 – 2027

Môn thi: TOÁN

(Dành cho tất cả các thí sinh)

Ngày thi: 05/4/2026

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm, gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
D	B	C	A	A	B	C	A

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (1,5 điểm)

a) (0,75 điểm) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 1 = 0$.

b) (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$.

Hướng dẫn

a) Ta có $\Delta = 25 - 4 = 21$ nên tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{21}}{2}; \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right\}$.

b) Ta có $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình đã cho là $S = \{(1; -1)\}$.

Câu 10. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}-4}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Hướng dẫn

Với $x \geq 0; x \neq 1$ thì $P = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x-1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{x-1} + \frac{2\sqrt{x}-4}{x-1} \right) \cdot (\sqrt{x}-1)$ 0,5điểm

$P = \left(\frac{x - \sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 4}{x-1} \right) \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{-4}{x-1} \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{-4}{\sqrt{x}+1}$ 0,5điểm

Vậy với $x \geq 0; x \neq 1$ thì $P = \frac{-4}{\sqrt{x}+1}$.

Câu 11. (1,0 điểm) Tìm m sao cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + 2)x_2 = 2m + 8$.

Hướng dẫn

Ta có: $\Delta' = 4 - m$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 4$ (*) 0,25điểm

Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

Theo đề bài $x_1^2 + (x_1 + 2)x_2 = m + 8 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + 2x_2 = m + 8 \Leftrightarrow 4x_1 + 2x_2 = m + 8$

$$\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 = \frac{m}{2} + 4 \quad 0,25 \text{ điểm}$$

Kết hợp $x_1 + x_2 = 4$ ta có $x_1 = \frac{m}{2}$, $x_2 = 4 - \frac{m}{2}$.

Do $x_1 x_2 = m$ ta có $m(8 - m) = 4m \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = 0$; $m = 4$. 0,25 điểm

Kết hợp với điều kiện (*) tìm được $m = 0$ 0,25 điểm.

Câu 12. (1,0 điểm) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) sau 40 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao lâu?

Hướng dẫn.

Gọi x (phút) là thời gian chỉ riêng vòi thứ nhất chảy đầy bể nước.

y (phút) là thời gian chỉ riêng vòi thứ hai chảy đầy bể nước. Điều kiện $x, y > 0$.

Mỗi phút vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể nước).

Mỗi phút vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể nước)

Vì cả hai vòi cùng chảy sau 40 phút thì đầy bể nên mỗi phút cả hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{40}$ (bể nước).

Từ đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40}$ (1) 0,25 điểm

Khi mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước nên ta có phương trình

$$15 \cdot \frac{1}{x} + 20 \cdot \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \quad (2) \quad 0,25 \text{ điểm}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \\ 15 \cdot \frac{1}{x} + 20 \cdot \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{120} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).} \quad 0,25 \text{ điểm}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 120 \end{cases}$$

Vậy nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để vòi thứ nhất chảy đầy bể là 60 (phút), thời gian để vòi thứ hai chảy đầy bể là 120 (phút). 0,25 điểm

Câu 13. (1,0 điểm) Mỗi lon coca loại nhỏ có dạng hình trụ, bán kính đáy 2,5cm và chiều cao bằng 11cm. Người ta dùng các thùng giấy carton dạng hình hộp chữ nhật có nắp, mỗi thùng chứa vừa đủ 24 lon (xếp thành 4 hàng, mỗi hàng 6 lon) như hình bên.

a) Tính diện tích xung quanh và thể tích của mỗi lon coca (lấy $\pi = 3,14$).

b) Tính thể tích phần không gian trống của thùng giấy carton.

Hướng dẫn.

a) Diện tích xung quanh của một lon coca là: $2\pi rh = 2 \times 3,14 \times 2,5 \times 11 = 172,7\text{cm}^2$. 0,25 điểm

Thể tích của mỗi lon coca là: $\pi r^2 h = 3,14 \times 2,5^2 \times 11 = 215,875\text{cm}^3$. 0,25 điểm

b) Chiều cao của thùng giấy là 11cm, chiều dài sẽ là $2,5 \times 2 \times 6 = 30\text{cm}$,
chiều rộng là $2,5 \times 2 \times 4 = 20\text{cm}$,

Thể tích phần không gian trống của thùng giấy carton bằng

$$11.30.20 - 24.215,875 = 1419\text{cm}^3 \quad 0,5 \text{ điểm}$$

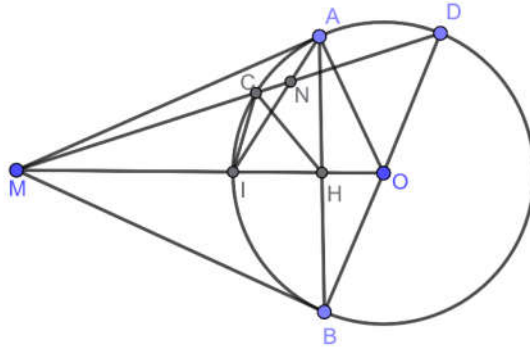
Câu 14. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đoạn thẳng MD cắt đường tròn (O) tại C . Đường thẳng OM cắt AB và (O) lần lượt tại H và I (I nằm giữa M và H). Gọi N là giao điểm của AI và CD .

a) Chứng minh rằng 4 điểm M, C, H, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NI^2 = NC.NM$

c) Chứng minh rằng CI là tia phân giác trong của góc $\widehat{MCH}$.

Hướng dẫn.



a) (1,0 điểm) Chứng minh bốn điểm M, C, H, B cùng thuộc một đường tròn.

Do MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn nên $HB \perp OM$.

0,25 điểm

và BD là đường kính nên $BD \perp CD$.

Suy ra: $\triangle MHB$ vuông tại H , nên M, H, B thuộc đường tròn đường kính MB (1). 0,25 điểm

$\triangle MBC$ vuông tại C , nên M, B, C thuộc đường tròn đường kính MB (2). 0,25 điểm

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm M, C, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính MC . 0,25 điểm

b) * $NI^2 = NC.NM$

Ta có tứ giác $MCHB$ nội tiếp nên góc $\widehat{CMH} = \widehat{CBH}$, hay góc $\widehat{CMI} = \widehat{CBA}$

Mà góc $\widehat{CBA} = \widehat{CIA}$ nên góc $\widehat{CMI} = \widehat{CIA} = \widehat{CIN}$.

0,25 điểm

Tam giác $\triangle NIC$ và tam giác $\triangle NMI$ có chung góc $\widehat{N}$, góc $\widehat{CMI} = \widehat{CIN}$ nên 2 tam giác đồng dạng, từ đó

$NI/NM = NC/NI$. Suy ra $NI^2 = NC.NM$.

0,25 điểm

* CI là tia phân giác trong của góc $\widehat{MCH}$.

Chứng minh $\triangle HAM$ đồng dạng $\triangle AOM$ suy ra $MA^2 = MH.MO$

Chứng minh $\triangle MAC$ đồng dạng $\triangle MDA$ suy ra $MA^2 = MC.MD$

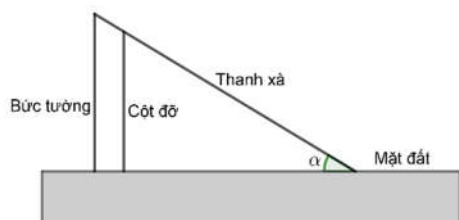
$$\Rightarrow MH.MO = MC.MD \Rightarrow \frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}, \widehat{DMO} \text{ chung}$$

$$\text{suy ra } \Delta MCH \sim \Delta MOD \Rightarrow \frac{MC}{MO} = \frac{CH}{OD} \Rightarrow \frac{CM}{CH} = \frac{OM}{OD} = \frac{OM}{OA} \quad (1) \quad 0,25 \text{ điểm}$$

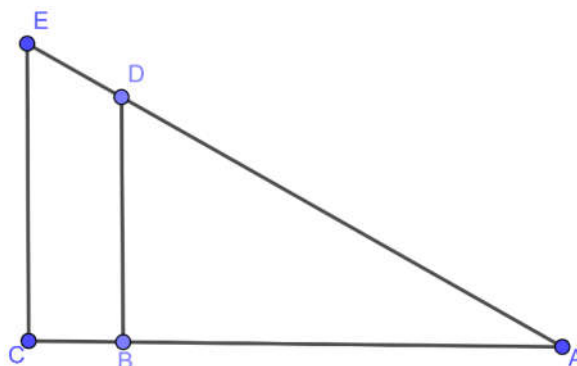
$$\text{Ta lại có } AO.AM = AH.MO \quad (= 2S_{\Delta MAO}) \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{AM}{AH} = \frac{IM}{IH} \quad (2) \quad (\text{do } \widehat{MAI} = \widehat{IAB})$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{CM}{CH} = \frac{IM}{IH} \Rightarrow CI \text{ là tia phân giác của góc } \widehat{MCH}. (\text{đpcm}) \quad 0,25 \text{ điểm}$$

Câu 15. (0,5 điểm) Một thanh xà dựa vào bức tường và mặt đất. Để giữ chắc thanh xà người ta còn làm một cột đỡ có chiều cao 4m, song song với bức tường và cách bức tường 0,5m như hình bên. Hỏi thanh xà hợp với mặt đất góc bao nhiêu độ thì chiều dài thanh xà là bé nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Hướng dẫn.



Kí hiệu các điểm như hình vẽ.

Đặt $AB = x$ (mét), $AC = x + 0,5$. Theo định lí Thales thì $\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}$, suy ra $CE = 4 \cdot \frac{x + 0,5}{x}$.

Ta có chiều dài thanh xà là AE. Áp dụng định lí Pythagore

$$AE^2 = AC^2 + CE^2 = (x + 0,5)^2 + \frac{16(x + 0,5)^2}{x^2} = x^2 + \frac{4}{x^2} + x + \frac{16}{x} + \frac{65}{4} \quad 0.25 \text{ điểm}$$

Đề ý rằng

$$x^2 + \frac{4}{x^2} + x + \frac{16}{x} = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{4}{x^2} \right) + \left(x + \frac{4}{x} \right) + \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{6}{x} + \frac{6}{x} \right)$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{x^2}{4} \cdot \frac{4}{x^2}} + 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} + 3\sqrt{\frac{3x^2}{4} \cdot \frac{6}{x} \cdot \frac{6}{x}} = 2 + 4 + 9 = 15 \quad (\text{theo BĐT Cauchy}).$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } x = 2. \text{ Khi đó } \tan \alpha = \frac{BD}{BA} = 2 \text{ nên } \alpha \approx 63^\circ. \quad 0,25 \text{ điểm}$$