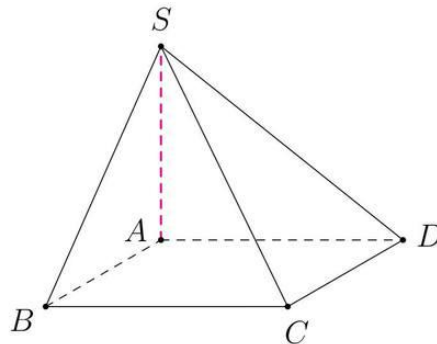


Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

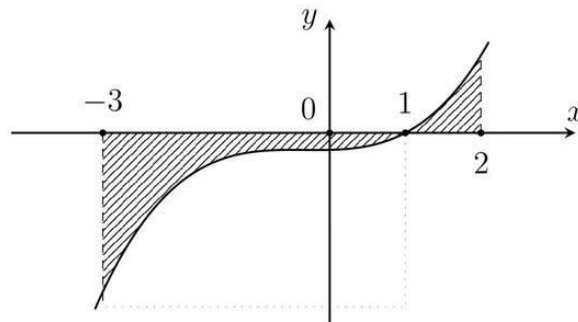
**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng



- A.  $a^3\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 2.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 2$ , như hình vẽ bên dưới. Đặt  $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$ ,  $b = \int_1^2 f(x) dx$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.  $S = -a - b$ .      B.  $S = a + b$ .      C.  $S = b - a$ .      D.  $S = a - b$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$ :  $x + 5y - 2z - 2 = 0$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $2x + 10y - 4z + 1 = 0$ .      B.  $x - 5y + 2z + 2 = 0$ .  
C.  $x + 5y - 2z - 2 = 0$ .      D.  $-x - 5y - 2z + 2 = 0$ .

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ . Công sai của  $(u_n)$  là

- A.  $d = -3$ .      B.  $d = 3$ .      C.  $d = 6$ .      D.  $d = 5$ .

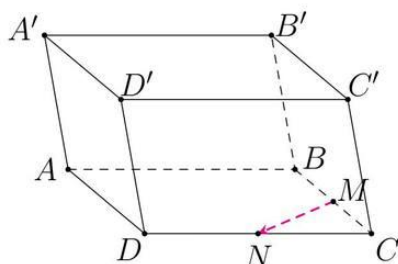
**Câu 5.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 5x + 7) = 0$  bằng

- A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

**Câu 6.** Hàm số  $F(x)$  được gọi là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

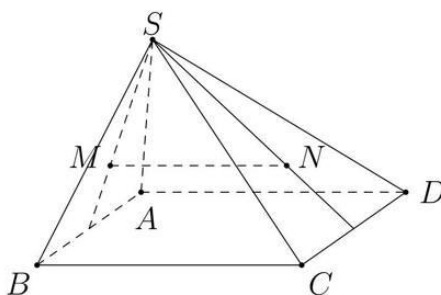
- A.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$ . B.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .  
C.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ . D.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$ .

**Câu 7.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình bên dưới). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Vectơ nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$ ?



- A.  $\overrightarrow{A'C'}$ . B.  $\overrightarrow{AD}$ . C.  $\overrightarrow{B'D'}$ . D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật (tham khảo hình bên dưới). Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trọng tâm tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCD$ . Khi đó  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A.  $(SBD)$ . B.  $(SAB)$ . C.  $(SAC)$ . D.  $(ABCD)$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2;1;-4)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$  có phương trình là

- A.  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 25$ . B.  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 25$ .  
C.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 25$ . D.  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 25$ .

**Câu 10.** Thống kê cân nặng của học sinh lớp 12A ở một trường THPT ta có bảng số liệu sau:

|             |              |              |              |              |              |              |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cân nặng    | [40,5; 45,5) | [45,5; 50,5) | [50,5; 55,5) | [55,5; 60,5) | [60,5; 65,5) | [65,5; 70,5) |
| Số học sinh | 10           | 7            | 16           | 4            | 2            | 3            |

Tìm số trung bình của bảng số liệu.

- A. 51,80. B. 51,81. C. 51,809. D. 52.

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$  là

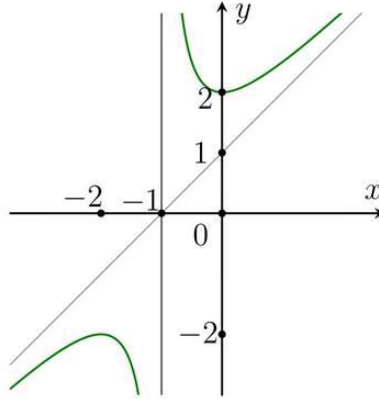
A.  $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D.  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 12.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}.$

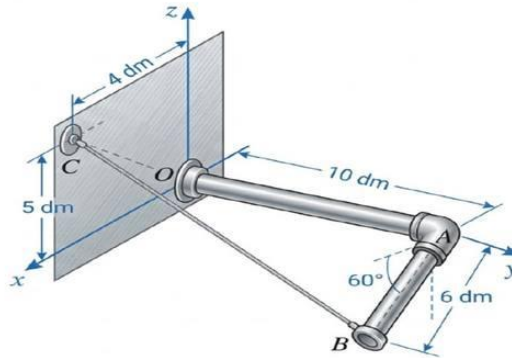
B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}.$

C.  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}.$

D.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}.$

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

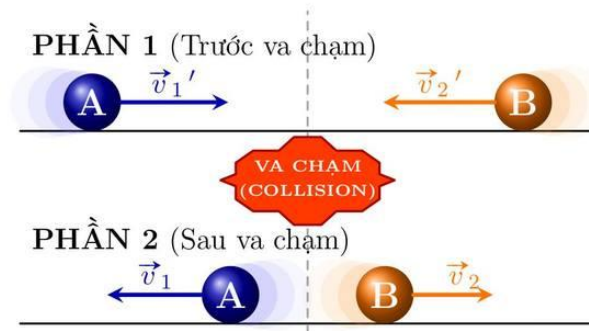
**Câu 1.** Một ống dẫn nước  $OAB$  được cố định vào một bức tường đồng thời được đặt trong hệ toạ độ  $Oxyz$  và có các kích thước như hình vẽ.



- Đoạn ống  $OA$  nằm trên tia  $Oy$  (vuông góc với tường), có chiều dài  $OA = 10$  dm.
- Đoạn ống  $AB$  nối tiếp với  $OA$ , có chiều dài  $AB = 6$  dm. Ống  $AB$  vuông góc với  $OA$  và hướng xuống dưới, tạo với mặt phẳng nằm ngang ( $Oxy$ ) một góc  $60^\circ$ .
- Đầu  $B$  của ống được giữ cố định bởi một thanh sắt nối với điểm  $C$  trên tường. Biết điểm  $C(4; 0; 5)$ . (Đơn vị trên các trục là dm).

- Hình chiếu vuông góc của điểm  $B$  lên mặt phẳng ( $Oyz$ ) là điểm  $H(0; 10; -3\sqrt{3})$ .
- Tọa độ của điểm  $A(0; 10; 0)$ .
- Cao độ của điểm  $B$  là  $-3$ .
- Độ dài thanh sắt  $BC$  là  $14,1$  dm.

**Câu 2.** Có hai chất điểm  $A, B$  đang chuyển động thì xảy ra va chạm (tham khảo hình vẽ bên dưới). Biết rằng sau khi va chạm hai chất điểm di chuyển về hai hướng ngược nhau, chất điểm  $A$  di chuyển tiếp với tốc độ  $v_1(t) = 6 - 3t$  (m/s), chất điểm  $B$  di chuyển với tốc độ  $v_2(t) = 12 - 4t$  (m/s) trước khi cả hai dừng lại,  $t$  là thời gian tính bằng giây, thời điểm ban đầu  $t = 0$  là lúc xảy ra va chạm.



- Quãng đường chất điểm  $A$  di chuyển được kể từ khi va chạm đến khi dừng lại là 18 m.
- Sau va chạm chất điểm  $A$  dừng lại sau 2 s.
- Quãng đường chất điểm  $A$  di chuyển sau khi va chạm đến khi dừng hẳn được biểu diễn bởi hàm số  $s_1(t) = 6t - \frac{3}{2}t^2$  (m).
- Khoảng cách hai chất điểm sau khi đã dừng hẳn là 23 m.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

- $f'(x) = 3x^2 - 3$ .
- $f(1) = f(-2) = -1$ .
- $f'(x) = 0$  có đúng 1 nghiệm trên  $[-2; 1]$ .
- Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên  $[-2; 1]$  bằng 3.

**Câu 4.** Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

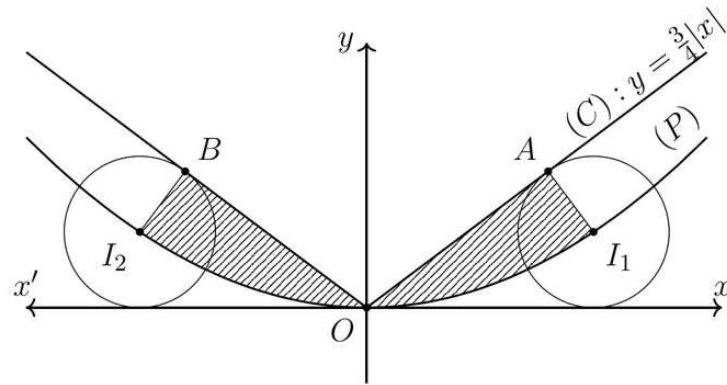
- Xác suất lấy được 4 bi có đủ 3 màu là  $\frac{9}{20}$ .
- Số phần tử của không gian mẫu là  $A_{16}^4$ .
- Xác suất lấy được 4 bi có đúng 2 màu là  $\frac{11}{20}$ .
- Xác suất lấy được 4 bi cùng màu trắng là  $\frac{1}{52}$ .

**PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho:

- Đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = \frac{3}{4}|x|$ .
- Đường tròn  $(C_1)$  có tâm  $I_1$ , bán kính 1 tiếp xúc với  $(C)$  tại  $A$  và tiếp xúc với tia  $Ox$ .
- Đường tròn  $(C_2)$  có tâm  $I_2$ , bán kính 1 tiếp xúc với  $(C)$  tại  $B$  và tiếp xúc với tia  $Ox'$ .
- Parabol  $(P)$  có đỉnh là  $O$ , qua  $I_1$  và  $I_2$ .

(tham khảo hình vẽ dưới đây)



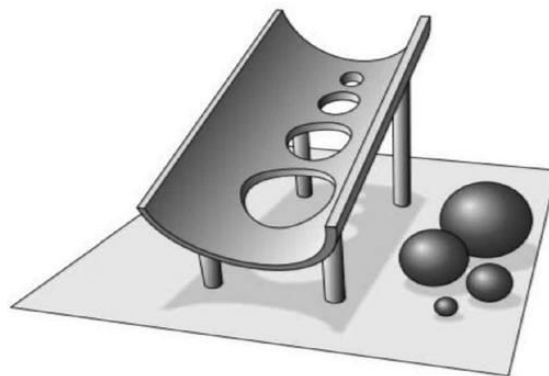
Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), (P) và các đường thẳng  $I_1A$ ,  $I_2B$ .

**Câu 2.** Một vật chuyển động theo quy luật  $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, tốc độ lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu mét/giây?

**Câu 3.** Hệ thống gồm các vật như sau được gọi là **máng  $n$** :

- Một máng nghiêng có  $n$  lỗ dọc theo đáy. Tính từ trên cao xuống, các lỗ lần lượt có đường kính là  $1, 2, 3, \dots, n$ .
- $n$  quả bóng có đường kính là các số nguyên dương không lớn hơn  $n$ , trong đó có thể có nhiều quả bóng có cùng đường kính.

(hình vẽ dưới đây mô tả **máng 4**)

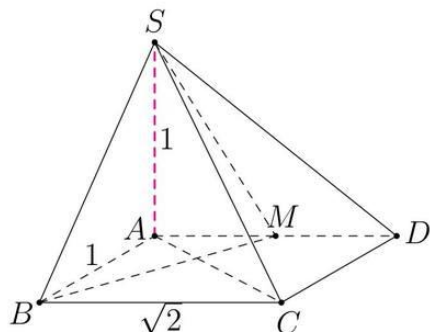


Xét **máng  $n$** , thả lần  $n$  quả bóng từ đỉnh máng xuống, lần lượt từng quả. Đối với mỗi quả bóng, khi lăn đến lỗ có đường kính lớn hơn hoặc bằng đường kính của nó thì nó sẽ lọt vào đồng thời đóng lỗ này lại. Đối với một thứ tự các quả bóng sau khi thả lần, nếu các quả bóng đều lọt vào lỗ thì thứ tự các quả bóng ấy được gọi là **dãy đẹp**.

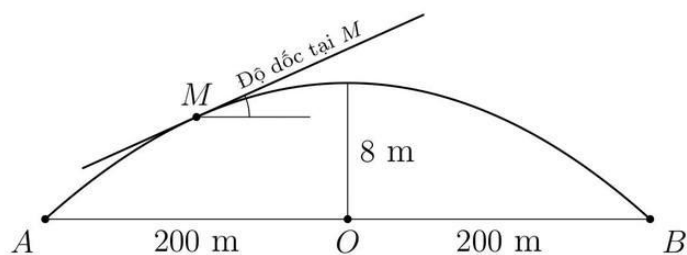
Hai **dãy đẹp** giống nhau khi và chỉ khi thứ tự bán kính của bóng lọt lỗ là như nhau.

Có thể tạo được bao nhiêu **dãy đẹp** khác nhau đối với **máng 5** biết rằng có đúng một quả có đường kính là 4 và một quả có đường kính là 5?

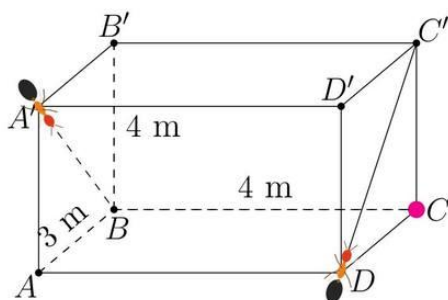
**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 1$ ,  $AD = \sqrt{2}$ ,  $SA = 1$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách từ điểm  $C$  tới mặt phẳng  $(SBM)$  bằng bao nhiêu?



**Câu 5.** Hình vẽ dưới đây mô tả một cây cầu vượt có mặt cắt đứng là một phần parabol nối hai điểm  $A, B$  và nhận đường trung trực của đoạn  $AB$  làm trục đối xứng,  $AB = 400$  m. Khoảng cách từ đỉnh cây cầu đến  $AB$  bằng 8 m. Xét tiếp tuyến  $d$  tại điểm  $M$  trên mặt cầu, người ta quy ước  $\tan(\Delta, d)$  là độ dốc tại  $M$  của mặt cầu, với  $\Delta$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$ . Độ dốc lớn nhất của mặt cầu là bao nhiêu?



**Câu 6.** Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AB = 3$  m,  $BB' = BC = 4$  m, tại  $C$  có một tổ kiến.



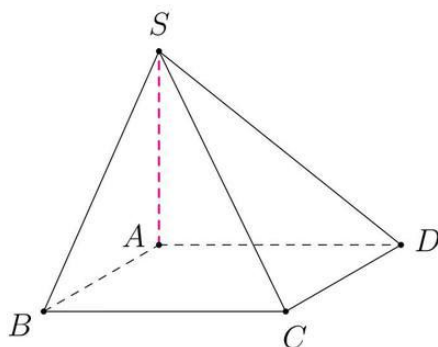
Kiến 1 xuất phát từ  $A'$  bò về tổ với vận tốc  $0,02$  m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp  $A'B, BC$ . Kiến 2 xuất phát từ  $D$  bò về tổ với vận tốc  $0,06$  m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp  $DC', C'C$ . Biết rằng, hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi, khi kiến 2 còn cách tổ 1 m thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu m? (làm tròn đến hàng phần trăm).

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

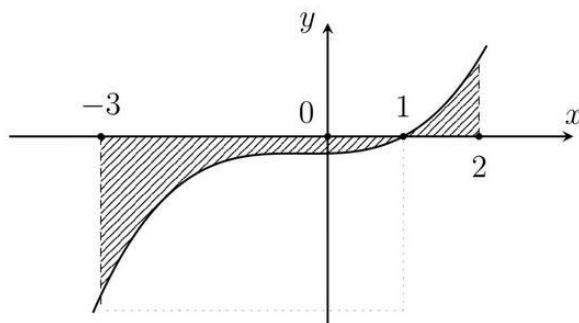


- A.  $a^3\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{a^3}{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $a^3$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**Câu 2.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 2$ , như hình vẽ bên dưới. Đặt  $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$ ,  $b = \int_1^2 f(x) dx$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.  $S = -a - b$ .      B.  $S = a + b$ .      C.  $S = b - a$ .      D.  $S = a - b$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$ :  $x + 5y - 2z - 2 = 0$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A.  $2x + 10y - 4z + 1 = 0$ .

B.  $x - 5y + 2z + 2 = 0$ .

C.  $x + 5y - 2z - 2 = 0$ .

D.  $-x - 5y - 2z + 2 = 0$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ . Công sai của  $(u_n)$  là

A.  $d = -3$ .

B.  $d = 3$ .

C.  $d = 6$ .

D.  $d = 5$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**Câu 5.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 5x + 7) = 0$  bằng

A. 6.

B. 7.

C. 13.

D. 5.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**Câu 6.** Hàm số  $F(x)$  được gọi là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

A.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$ .

B.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .

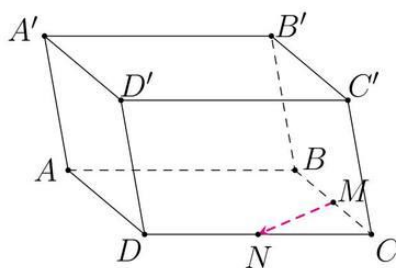
C.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .

D.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**Câu 7.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình bên dưới). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Vectơ nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$ ?



A.  $\overrightarrow{A'C'}$ .

B.  $\overrightarrow{AD}$ .

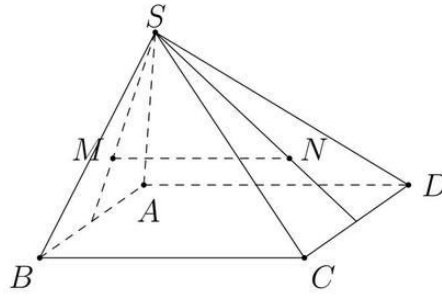
C.  $\overrightarrow{B'D'}$ .

D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật (tham khảo hình bên dưới). Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trọng tâm tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCD$ . Khi đó  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A.**  $(SBD)$ .                      **B.**  $(SAB)$ .                      **C.**  $(SAC)$ .                      **D.**  $(ABCD)$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $I(2;1;-4)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha) : x - 2y + 2z - 7 = 0$  có phương trình là

- A.**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 25$ .                      **B.**  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 25$ .  
**C.**  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 25$ .                      **D.**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 4)^2 = 25$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**Câu 10.** Thống kê cân nặng của học sinh lớp 12A ở một trường THPT ta có bảng số liệu sau:

|             |                |                |                |                |                |                |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Cân nặng    | $[40,5; 45,5)$ | $[45,5; 50,5)$ | $[50,5; 55,5)$ | $[55,5; 60,5)$ | $[60,5; 65,5)$ | $[65,5; 70,5)$ |
| Số học sinh | 10             | 7              | 16             | 4              | 2              | 3              |

Tìm số trung bình của bảng số liệu.

- A.** 51,80.                      **B.** 51,81.                      **C.** 51,809.                      **D.** 52.

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

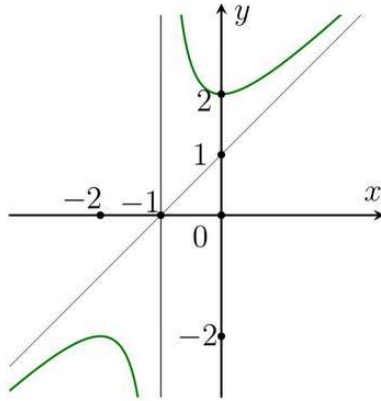
**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$  là

- A.**  $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .                      **B.**  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
**C.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      **D.**  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**Câu 12.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ .

C.  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .

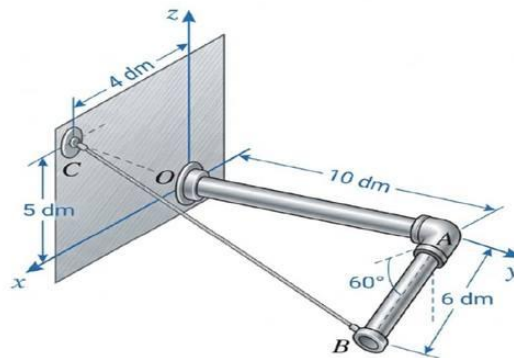
D.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

**Lời giải.**

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

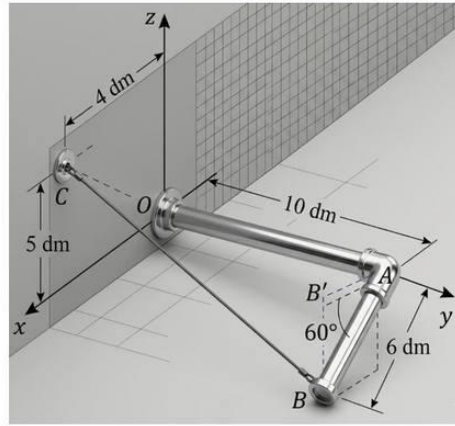
**Câu 1.** Một ống dẫn nước  $OAB$  được cố định vào một bức tường đồng thời được đặt trong hệ tọa độ  $Oxyz$  và có các kích thước như hình vẽ.



- Đoạn ống  $OA$  nằm trên tia  $Oy$  (vuông góc với tường), có chiều dài  $OA = 10$  dm.
- Đoạn ống  $AB$  nối tiếp với  $OA$ , có chiều dài  $AB = 6$  dm. Ống  $AB$  vuông góc với  $OA$  và hướng xuống dưới, tạo với mặt phẳng nằm ngang ( $Oxy$ ) một góc  $60^\circ$ .
- Đầu  $B$  của ống được giữ cố định bởi một thanh sắt nối với điểm  $C$  trên tường. Biết điểm  $C(4; 0; 5)$ . (Đơn vị trên các trục là dm).

- Hình chiếu vuông góc của điểm  $B$  lên mặt phẳng ( $Oyz$ ) là điểm  $H(0; 10; -3\sqrt{3})$ .
- Tọa độ của điểm  $A(0; 10; 0)$ .
- Cao độ của điểm  $B$  là  $-3$ .
- Độ dài thanh sắt  $BC$  là  $14,1$  dm.

**Lời giải.**



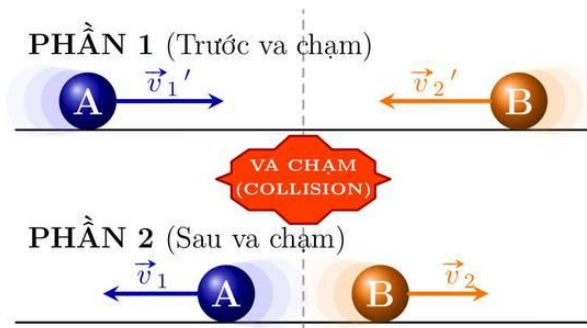
- a) Tọa độ của điểm  $A(0; 10; 0)$ : **Đúng**  
 Xác định tọa độ điểm  $A$ :  
 Vì  $OA$  nằm trên tia  $Oy$  và có độ dài bằng 10 nên tọa độ của  $A$  là  $A(0; 10; 0)$ .
- b) Cao độ của điểm  $B$  là  $-3$ : **Sai**  
 Xác định tọa độ điểm  $B$ :  
 Đoạn  $AB$  vuông góc với  $OA$  (tức là vuông góc với trục  $Oy$ ), nên điểm  $B$  nằm trong mặt phẳng  $y = 10$  (song song với mặt phẳng  $Oxz$ ).  
 Ta có  $AB' = AB \cos \widehat{BAB'} = 6 \cos 60^\circ = 3$  và  $BB' = AB \sin \widehat{BAB'} = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$ .  
 Suy ra tọa độ điểm  $B$  là  $B(3; 10; -3\sqrt{3})$ .
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $B$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $H(0; 10; -3\sqrt{3})$ : **Đúng**
- d) Độ dài thanh sắt  $BC$  là 14,1 dm: **Sai**  
 Tọa độ điểm  $C$  là  $C(4; 0; 5)$  nên  $BC = 15,5$  dm.

Chọn đáp án 

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| a đúng | b đúng | c sai | d sai |
|--------|--------|-------|-------|

 ..... ☐

**Câu 2.** Có hai chất điểm  $A, B$  đang chuyển động thì xảy ra va chạm (tham khảo hình vẽ bên dưới). Biết rằng sau khi va chạm hai chất điểm di chuyển về hai hướng ngược nhau, chất điểm  $A$  di chuyển tiếp với tốc độ  $v_1(t) = 6 - 3t$  (m/s), chất điểm  $B$  di chuyển với tốc độ  $v_2(t) = 12 - 4t$  (m/s) trước khi cả hai dừng lại,  $t$  là thời gian tính bằng giây, thời điểm ban đầu  $t = 0$  là lúc xảy ra va chạm.



- a) Quãng đường chất điểm  $A$  di chuyển được kể từ khi va chạm đến khi dừng lại là 18 m.
- b) Sau va chạm chất điểm  $A$  dừng lại sau 2 s.
- c) Quãng đường chất điểm  $A$  di chuyển sau khi va chạm đến khi dừng hẳn được biểu diễn bởi hàm số  

$$s_1(t) = 6t - \frac{3}{2}t^2 \text{ (m)}.$$

d) Khoảng cách hai chất điểm sau khi đã dừng hẳn là 23 m.

**Lời giải.**

a) Sau va chạm chất điểm A dừng lại sau 2 giây: Đúng.

b) Quãng đường chất điểm A di chuyển được sau va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} \text{ (mét): Đúng}$$

$$\text{Ta có } s_1(t) = \int v_1(t) dt = \int (6 - 3t) dt = 6t - \frac{3t^2}{2} + C_1 \text{ suy ra } s_1(t) = 6t - \frac{3}{2}t^2 \text{ (m).}$$

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển được kể từ khi va chạm đến khi dừng lại là 18 m: Sai

Thời gian để chất điểm thứ nhất dừng lại sau va chạm là  $6 - 3t = 0 \Rightarrow t = 2$  (giây).

Chất điểm này di chuyển được đoạn đường

$$S_1 = \int_0^2 (6 - 3t) dt = \left( 6t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 6 \text{ (mét).}$$

d) Khoảng cách hai chất điểm sau khi đã dừng hẳn là 23 m: Sai

Thời gian để chất điểm thứ hai dừng lại sau va chạm là  $12 - 4t = 0 \Rightarrow t = 3$  (giây).

Chất điểm này di chuyển được đoạn đường

$$S_2 = \int_0^3 (12 - 4t) dt = (12t - 2t^2) \Big|_0^3 = 18 \text{ (m)}$$

Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn là:  $S = S_1 + S_2 = 6 + 18 = 24$  (m).

Chọn đáp án 

|       |        |        |       |
|-------|--------|--------|-------|
| a sai | b đúng | c đúng | d sai |
|-------|--------|--------|-------|

 ..... □

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

a)  $f'(x) = 3x^2 - 3$ .

b)  $f(1) = f(-2) = -1$ .

c)  $f'(x) = 0$  có đúng 1 nghiệm trên  $[-2; 1]$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên  $[-2; 1]$  bằng 3.

**Lời giải.**

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $-1$ | $+\infty$ |     |

Ta có:  $y' = 3x^2 - 3$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 1$ .

a)  $f(1) = f(-2) = -1$ : Đúng.

b)  $f'(x) = 3x^2 - 3$ : Đúng.

c)  $f'(x) = 0$  có đúng 1 nghiệm trên  $[-2; 1]$ : Sai, vì có 2 nghiệm là 1 và -1.

- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2; 1]$  bằng 3: Đúng.  $y(-2) = -1$ ,  $y(-1) = 3$ ,  $y(1) = -1$ .  
 Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-2; 1]$  bằng 3.

Chọn đáp án 

|        |        |       |        |
|--------|--------|-------|--------|
| a đúng | b đúng | c sai | d đúng |
|--------|--------|-------|--------|

 ..... □

**Câu 4.** Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

- a) Xác suất lấy được 4 bi có đủ 3 màu là  $\frac{9}{20}$ .  
 b) Số phần tử của không gian mẫu là  $A_{16}^4$ .  
 c) Xác suất lấy được 4 bi có đúng 2 màu là  $\frac{11}{20}$ .  
 d) Xác suất lấy được 4 bi cùng màu trắng là  $\frac{1}{52}$ .

**Lời giải.**

- a) Số phần tử của không gian mẫu là  $A_{16}^4$ : **Sai**  
 Số phần tử của không gian mẫu là  $C_{16}^4$ .

- b) Xác suất lấy được 4 bi cùng màu trắng là  $\frac{1}{52}$ : **Đúng**  
 Gọi  $A$  là biến cố: “Lấy được đúng 4 viên bi màu trắng”.  
 Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là  $C_7^4$ . Vậy  $P(A) = \frac{C_7^4}{C_{16}^4} = \frac{1}{52}$ .

- c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là  $\frac{9}{20}$ : **Đúng**  
 Gọi  $B$  là biến cố: “Lấy được đủ 3 màu”.  
 Lấy được 1 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 2 bi màu đỏ có  $C_7^1 C_6^1 C_3^2$  cách.  
 Lấy được 1 bi màu trắng, 2 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có  $C_7^1 C_6^2 C_3^1$  cách.  
 Lấy được 2 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có  $C_7^2 C_6^1 C_3^1$  cách.  
 Do đó  $n(B) = C_7^1 C_6^1 C_3^2 + C_7^1 C_6^2 C_3^1 + C_7^2 C_6^1 C_3^1 = 819$ .  
 Vậy  $P(B) = \frac{819}{C_{16}^4} = \frac{9}{20}$ .

- d) Xác suất lấy được đúng 2 màu là  $\frac{11}{20}$ : **Sai**  
 Gọi  $C$  là biến cố: “Lấy được đúng 2 màu”.  
 Lấy được đúng 1 màu có  $C_7^4 + C_6^4$  cách.  
 Lấy được đủ 3 màu có  $C_7^1 C_6^1 C_3^2 + C_7^1 C_6^2 C_3^1 + C_7^2 C_6^1 C_3^1$  cách.  
 Do đó  $n(C) = C_{16}^4 - (C_7^4 + C_6^4 + C_7^1 C_6^1 C_3^2 + C_7^1 C_6^2 C_3^1 + C_7^2 C_6^1 C_3^1) = 951$ .  
 Vậy  $P(C) = \frac{951}{C_{16}^4} = \frac{951}{1820}$ .

Chọn đáp án 

|        |       |       |        |
|--------|-------|-------|--------|
| a đúng | b sai | c sai | d đúng |
|--------|-------|-------|--------|

 ..... □

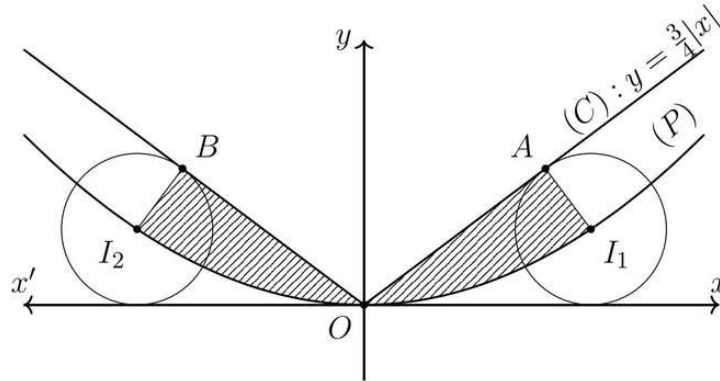
### PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho:

- Đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = \frac{3}{4}|x|$ .

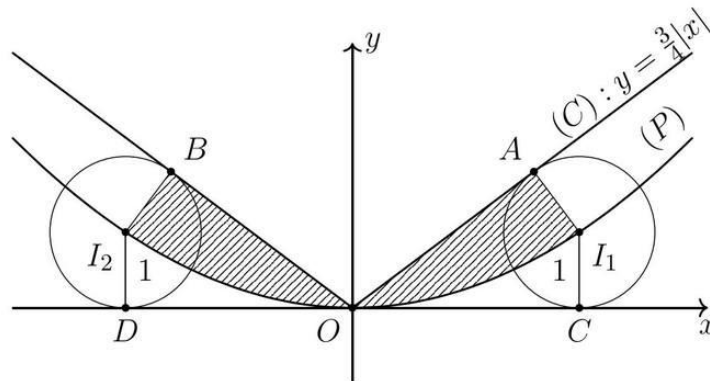
- Đường tròn  $(C_1)$  có tâm  $I_1$ , bán kính 1 tiếp xúc với  $(C)$  tại  $A$  và tiếp xúc với tia  $Ox$ .
- Đường tròn  $(C_2)$  có tâm  $I_2$ , bán kính 1 tiếp xúc với  $(C)$  tại  $B$  và tiếp xúc với tia  $Ox'$ .
- Parabol  $(P)$  có đỉnh là  $O$ , qua  $I_1$  và  $I_2$ .

(tham khảo hình vẽ dưới đây)



Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ ,  $(P)$  và các đường thẳng  $I_1A$ ,  $I_2B$ .

**Lời giải.**



Gọi  $I_1(a, 1)$ , ta có  $I_1A = 1$  nên  $a = 3$  suy ra  $I_1(3; 1)$ . Mặt khác  $S_{OAI_1C} = 2S_{OI_1C} = 3$ . Dễ thấy  $(P) : y = \frac{1}{9}x^2$  suy ra

$$S_H = \int_0^3 \frac{x^2}{9} dx = 1.$$

Trong đó  $H$  là miền tạo bởi parabol  $(P)$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 3$ .  
Suy ra diện tích cần tìm là  $2 \times (S_{OAI_1C} - S_H) = 4$ .

**Câu 2.** Một vật chuyển động theo quy luật  $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, tốc độ lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu mét/giây?

**Lời giải.**

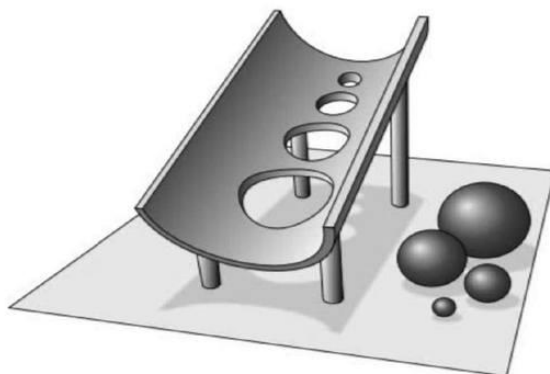
•  $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 12t.$

- Khảo sát:  $v_{\max} = v(4) = 24 \text{ m/s}$ .

**Câu 3.** Hệ thống gồm các vật như sau được gọi là **máng  $n$** :

- Một máng nghiêng có  $n$  lỗ dọc theo đáy. Tính từ trên cao xuống, các lỗ lần lượt có đường kính là  $1, 2, 3, \dots, n$ .
- $n$  quả bóng có đường kính là các số nguyên dương không lớn hơn  $n$ , trong đó có thể có nhiều quả bóng có cùng đường kính.

(hình vẽ dưới đây mô tả **máng 4**)



Xét **máng  $n$** , thả lần  $n$  quả bóng từ đỉnh máng xuống, lần lượt từng quả. Đối với mỗi quả bóng, khi lăn đến lỗ có đường kính lớn hơn hoặc bằng đường kính của nó thì nó sẽ lọt vào đồng thời đóng lỗ này lại. Đối với một thứ tự các quả bóng sau khi thả lần, nếu các quả bóng đều lọt vào lỗ thì thứ tự các quả bóng ấy được gọi là **dãy đẹp**.

Hai **dãy đẹp** giống nhau khi và chỉ khi thứ tự bán kính của bóng lọt lỗ là như nhau.

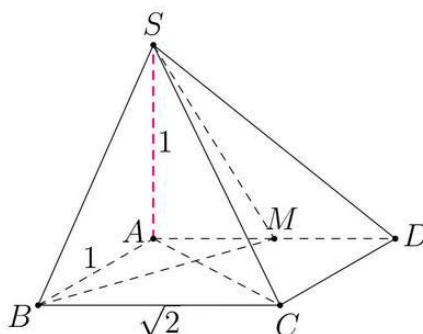
Có thể tạo được bao nhiêu **dãy đẹp** khác nhau đối với **máng 5** biết rằng có đúng một quả có đường kính là 4 và một quả có đường kính là 5?

**Lời giải.**

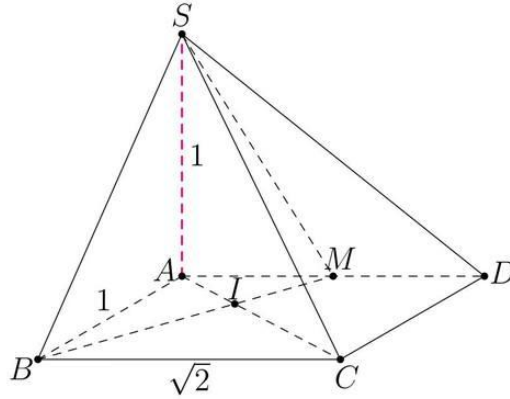
Bằng cách liệt kê ta có số **dãy đẹp** của **máng 3** là 16.

Số **dãy đẹp** của **máng 5** thỏa mãn yêu cầu là  $A_5^2 \times 16 = 320$ . Trong đó  $A_5^2$  là số cách chọn ra 2 lượt có thứ tự để lần **bóng 4** và **bóng 5**.

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 1$ ,  $AD = \sqrt{2}$ ,  $SA = 1$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách từ điểm  $C$  tới mặt phẳng  $(SBM)$  bằng bao nhiêu?



**Lời giải.**



Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  và  $AC$ . Khi đó

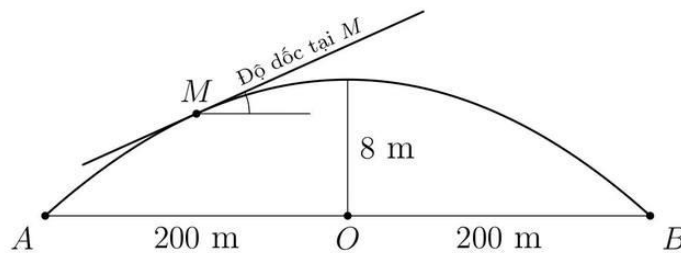
- $\frac{d(C, (SMB))}{d(A, (SMB))} = \frac{CI}{AI} = 2.$

- $d(A, (SMB)) = \frac{AS \cdot d(A, BM)}{\sqrt{AS^2 + d^2(A, BM)}} = \frac{1}{2},$  trong đó

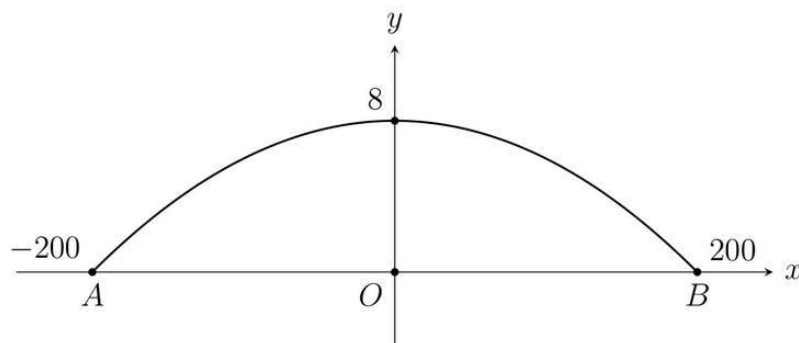
$$d(A, BM) = \frac{AM \cdot AB}{\sqrt{AM^2 + AB^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy  $d(C, (SMB)) = 1.$

**Câu 5.** Hình vẽ dưới đây mô tả một cây cầu vượt có mặt cắt đứng là một phần parabol nối hai điểm  $A, B$  và nhận đường trung trực của đoạn  $AB$  làm trục đối xứng,  $AB = 400$  m. Khoảng cách từ đỉnh cây cầu đến  $AB$  bằng 8 m. Xét tiếp tuyến  $d$  tại điểm  $M$  trên mặt cầu, người ta quy ước  $\tan(\Delta, d)$  là độ dốc tại  $M$  của mặt cầu, với  $\Delta$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$ . Độ dốc lớn nhất của mặt cầu là bao nhiêu?



**Lời giải.**



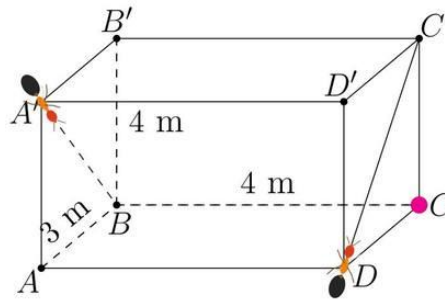
Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ. Vì  $O$  là trung điểm  $AB$ , trục  $Oy$  đi qua đỉnh Parabol. Giả sử  $(P) : y = ax^2 + 8$  ( $a < 0$ ).

Vì  $(P)$  qua  $B(200; 0)$  nên  $0 = a \cdot 200^2 + 8 \Rightarrow a = -\frac{8}{200^2}$ , do đó  $(P) : y = -\frac{8}{200^2}x^2 + 8$ . Ta có  $y' = -\frac{16}{200^2}x$ . Với  $M(x_0, y_0) \in (P)$  thì hệ số góc tiếp tuyến  $k = y'(x_0) = -\frac{16}{200^2}x_0$ , suy ra

$$\tan \alpha = |k| = |y'(x_0)| = \frac{16}{200^2}|x_0|.$$

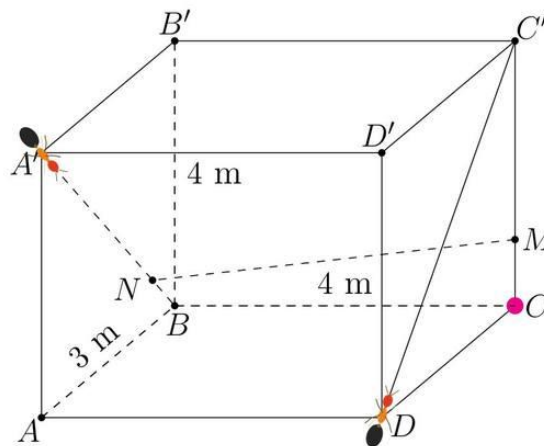
Vì  $|x_0| \leq 200$  nên  $\tan \alpha \leq \frac{16}{200^2} \cdot 200 = \frac{8}{100} = 0,08$ . Vậy độ dốc lớn nhất của mặt cầu là 0,08.

**Câu 6.** Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  với  $AB = 3$  m,  $BB' = BC = 4$  m, tại  $C$  có một tổ kiến.



Kiến 1 xuất phát từ  $A'$  bò về tổ với vận tốc 0,02 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp  $A'B, BC$ . Kiến 2 xuất phát từ  $D$  bò về tổ với vận tốc 0,06 m/s trên hai đoạn thẳng liên tiếp  $DC', C'C$ . Biết rằng, hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi, khi kiến 2 còn cách tổ 1 m thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu m? (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải.**



Giả sử  $M$  là điểm kiến 2 cách tổ 1 (m). Khi đó quãng đường kiến 2 đi được là:  $DC' + C'M = 8$  (m). Do đó thời gian đi tới  $M$  của kiến 2 là:

$$t_2 = \frac{8}{0,06} = \frac{400}{3} (s).$$

Vì 2 con kiến xuất phát cùng lúc nên lúc đó kiến 1 đi được:

$$A'N = \frac{400}{3} \cdot 0,02 = \frac{8}{3} (m).$$

Chọn hệ trục  $Oxyz$  với gốc  $O$  trùng với điểm  $B$ ,  $Ox \equiv BA$ ,  $Oy \equiv BC$ ,  $Oz \equiv BB'$ . Khi đó

$$M(0, 4, 1) \text{ và } N\left(\frac{21}{15}, 0, \frac{28}{15}\right).$$

Vậy

$$MN = 4,33 \text{ m.}$$

———— HẾT ————