

Họ và tên:.....Số báo danh:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là:

- A. $\frac{1}{2} \cos x + C$. B. $-\frac{1}{2} \cos x + C$. C. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 2. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = 2$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 48. B. 6. C. 24. D. 9.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	0	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 3z + 5 = 0$.

Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

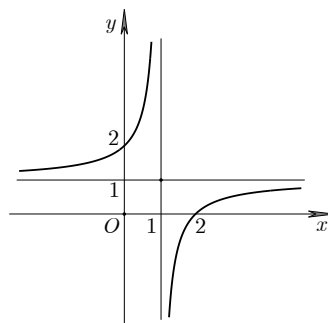
- A. $\vec{n}_2(1; -2; -3)$. B. $\vec{n}_1(1; -3; -2)$. C. $\vec{n}_4(-1; 2; -3)$. D. $\vec{n}_3(1; 2; 3)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 3; 1)$, $C(-1; 1; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - bc \neq 0$; $c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường

tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là:



- A. $x = 1, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$. C. $x = -1, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $6a^3$. D. $2a^3$.

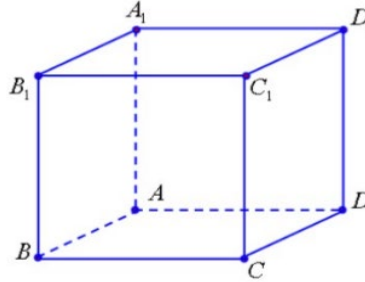
Câu 8. Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A đầu năm học của một trường THPT như sau:

Chiều cao	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. $\sqrt{71}$. B. $\frac{\sqrt{287}}{3}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{285}}{3}$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD_1}$. D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=1$ là:

- A. $x=3$. B. $x=\log_3 5$. C. $x=5$. D. $x=1$.

Câu 11. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quay quanh trục Ox là

- A. $\int_0^2 x dx$. B. $\pi \int_0^2 x dx$. C. $\int_0^2 \sqrt{x} dx$. D. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$.

Câu 12. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng ?

- A. $\frac{9}{17}$. B. $\frac{7}{34}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{9}{34}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

- a) Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.
 b) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.
 c) Giá trị của b là 20.
 d) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.

Câu 3. Nghiên cứu số bệnh nhân bị bệnh X trong một bệnh viện, người ta thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bệnh X là do nhiễm một trong hai chủng virus V19 và virus V20. Bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 chiếm 70% số bệnh nhân và nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là 30%. Trong những bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị nhiễm bệnh X do chủng virus V20 thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án của bệnh nhân nhiễm bệnh X, các phát biểu sau đúng hay sai?

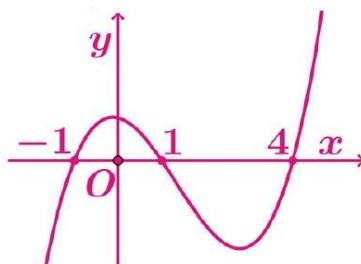
a) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V19 bị biến chứng là 0,3.

b) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $\frac{7}{12}$.

c) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V20 bị biến chứng là 0,5.

d) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như sau:



a) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

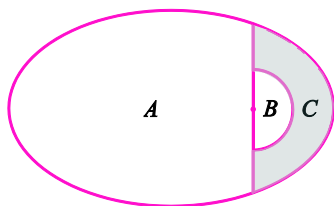
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

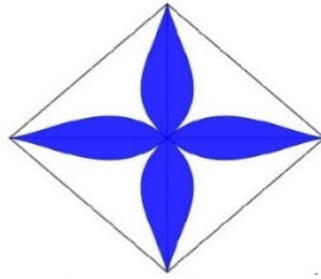
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một khu vườn hình elip (E) , có độ dài trục lớn bằng 10m và trục nhỏ bằng 8m (như hình vẽ). Khu vực A để trồng hoa; khu vực B để trồng cỏ, là nửa hình tròn có tâm là một tiêu điểm của elip (E) , bán kính bằng 1m; còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch.



Diện tích phần lát gạch bằng bao nhiêu m^2 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

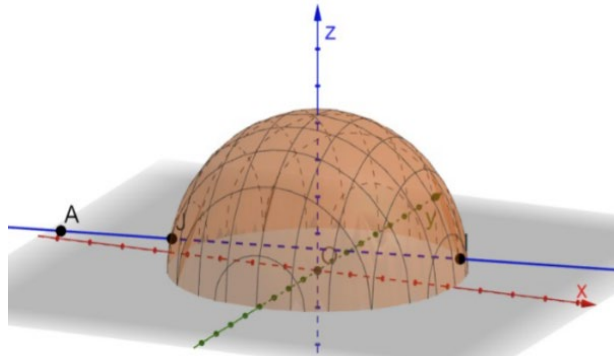
Câu 2. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo.



Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập $2/3$, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + b$.

Câu 3. Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 2 triệu đồng chi phí cố định; 0,5 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0.005x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa $36(m^3)$ sản phẩm. Tìm chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất mà xí nghiệp cần bỏ ra (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với $1 km$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $317 km$ sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay X đang bay ở vị trí $A(-688;-185;11)$, chuyển động theo đường thẳng hướng đến điểm $E(677;940;11)$ (xem hình vẽ minh họa).



Biết rằng vận tốc máy bay là $900 km/h$, hãy tính số phút máy bay xuất hiện trên màn hình radar của đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB = 3$, $BC = 7$, $CA = 8$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn, xác suất để đó là thư rác bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

---HẾT---

Họ và tên:.....Số báo danh:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;3;1)$, $C(-1;1;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $x-2y+z=0$. C. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quay quanh trục Ox là

A. $\pi \int_0^2 x dx$. B. $\int_0^2 \sqrt{x} dx$. C. $\int_0^2 x dx$. D. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$.

Câu 3. Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A đầu năm học của một trường THPT như sau:

Chiều cao	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $\frac{\sqrt{287}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{285}}{3}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\sqrt{71}$.

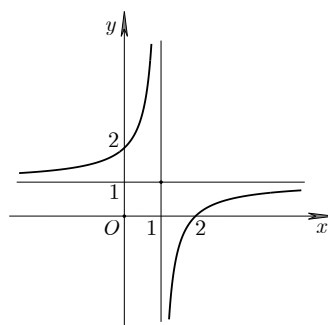
Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là:

A. $\frac{1}{2} \cos x + C$. B. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \cos x + C$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=1$ là:

A. $x=1$. B. $x=5$. C. $x=\log_3 5$ D. $x=3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$; $c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là:



A. $x=-1$, $y=1$. B. $x=1$, $y=2$. C. $x=1$, $y=1$. D. $x=2$, $y=1$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$. Cạnh bên SA

vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$. D. $6a^3$.

Câu 8. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = 2$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 6. B. 9. C. 48. D. 24.

Câu 9. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng ?

- A. $\frac{9}{17}$. B. $\frac{7}{34}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{9}{34}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 3z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4(-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_1(1; -3; -2)$. C. $\vec{n}_3(1; 2; 3)$. D. $\vec{n}_2(1; -2; -3)$.

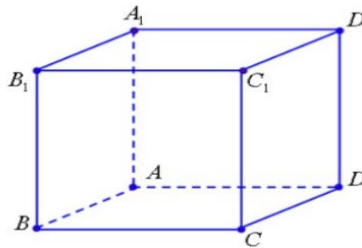
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.

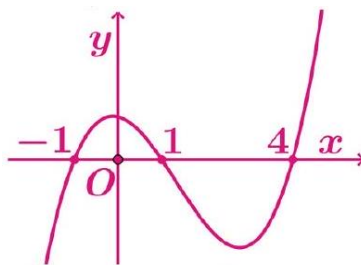


Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD_1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
b) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.
c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

d) $f(1) > f(2) > f(4)$.

Câu 2. Nghiên cứu số bệnh nhân bị bệnh X trong một bệnh viện, người ta thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bệnh X là do nhiễm một trong hai chủng virus V19 và virus V20. Bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 chiếm 70% số bệnh nhân và nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là 30%. Trong những bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị nhiễm bệnh X do chủng virus V20 thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án của bệnh nhân nhiễm bệnh X, các phát biểu sau đúng hay sai?

- a) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V20 bị biến chứng là 0,5.
- b) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V19 bị biến chứng là 0,3.
- c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.
- d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $\frac{7}{12}$.

Câu 3. Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

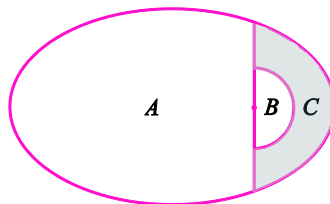
- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.
- b) Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.
- c) Giá trị của b là 20.
- d) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

- a) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.
- b) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.
- c) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$
- d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

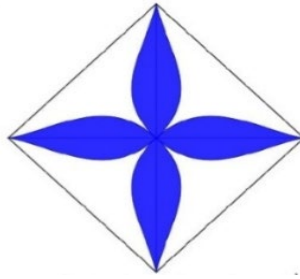
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một khu vườn hình elip (E), có độ dài trục lớn bằng 10m và trục nhỏ bằng 8m (như hình vẽ). Khu vực A để trồng hoa; khu vực B để trồng cỏ, là nửa hình tròn có tâm là một tiêu điểm của elip (E), bán kính bằng 1m; còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch.



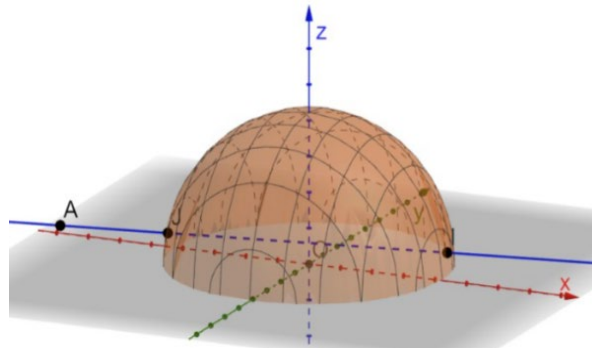
Diện tích phần lát gạch bằng bao nhiêu m^2 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo.



Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập $2/3$, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + b$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km . Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 317 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay X đang bay ở vị trí $A(-688; -185; 11)$, chuyển động theo đường thẳng hướng đến điểm $E(677; 940; 11)$ (xem hình vẽ minh họa).



Biết rằng vận tốc máy bay là 900 km/h , hãy tính số phút máy bay xuất hiện trên màn hình radar của đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 4. Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 2 triệu đồng chi phí cố định; 0,5 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0.005x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa $36(m^3)$ sản phẩm. Tìm chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất mà xí nghiệp cần bỏ ra (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn, xác suất để đó là thư rác bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB = 3$, $BC = 7$, $CA = 8$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

---HẾT---

Câu hỏi	Mã đề thi					
	121	122	123	124	125	126
1	D	A	D	C	D	C
2	C	A	C	A	C	A
3	B	B	C	A	B	D
4	A	C	C	D	A	C
5	C	B	D	B	D	C
6	A	C	C	D	B	D
7	D	C	D	B	C	C
8	D	D	D	D	B	B
9	A	B	D	D	A	A
10	C	D	A	D	D	C
11	B	A	C	D	C	B
12	B	B	B	C	C	B
13	SĐĐS	SĐSĐ	ĐĐSS	ĐĐSS	SĐSĐ	SSĐĐ
14	ĐSSĐ	ĐĐSĐ	ĐĐĐS	ĐĐSS	ĐSSĐ	SsĐĐ
15	ĐĐĐS	ĐSĐS	SSĐĐ	ĐĐSĐ	SĐĐS	ĐĐĐS
16	ĐSĐS	ĐSĐS	SSĐĐ	ĐĐSS	ĐSĐĐ	ĐĐSS
17	7,38	7,38	0,7	15,5	15,5	0,4
18	0,4	0,4	0,4	0,4	0,75	0,7
19	0,7	15,5	0,75	2,97	2,97	0,75
20	15,5	0,7	2,97	0,75	7,38	15,5
21	2,97	0,75	15,5	0,7	0,4	2,97
22	0,75	2,97	7,38	7,38	0,7	7,38

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	A	C	C	C	B	C	D	C	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,97	7,38	0,7	0,75	15,5	0,4

Lời giải chi tiết

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là:

- A. $\frac{1}{2} \cos x + C$. **B.** $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox là

- A. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$. **B.** $\pi \int_0^2 x dx$. C. $\int_0^2 \sqrt{x} dx$. D. $\int_0^2 x dx$.

Câu 3. Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A đầu năm học của một trường THPT như sau:

Chiều cao	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.** $\frac{\sqrt{285}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{287}}{3}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\sqrt{71}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 3; 1)$, $C(-1; 1; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$. **C.** $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

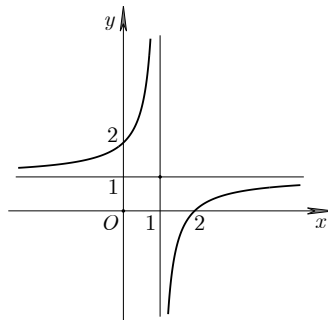
Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC} = (-2; -2; 4)$ làm vectơ chỉ phương, suy ra $\vec{u} = (1; 1; -2)$ cũng là vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$; $c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là:



A. $x = -1, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$. **C. $x = 1, y = 1$.** D. $x = 2, y = 1$.

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng ?

A. $\frac{9}{17}$. B. $\frac{8}{17}$. **C. $\frac{7}{34}$** D. $\frac{9}{34}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “chọn được hai số chẵn”.

Ta có: $n(\Omega) = C_{17}^2$.

Trong 17 số nguyên dương đầu tiên, có 8 số chẵn và 9 số lẻ, để chọn được hai số chẵn có số cách chọn là: $n(A) = C_8^2$.

Vậy xác suất để chọn được hai số chẵn là: $P = \frac{C_8^2}{C_{17}^2} = \frac{7}{34}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 3z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1(1; -3; -2)$. **B. $\vec{n}_2(1; -2; -3)$.** C. $\vec{n}_3(1; 2; 3)$. D. $\vec{n}_4(-1; 2; -3)$.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. B. a^3 . **C. $2a^3$** D. $6a^3$.

Lời giải

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a.2a = 2a^3$.

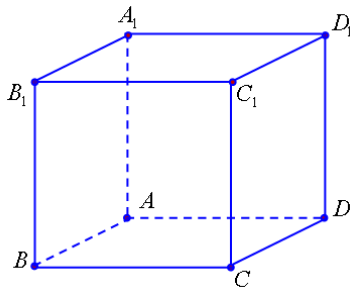
Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=1$ là:

- A. $x=3$. B. $x=1$. C. $x=\log_3 5$. **D.** $x=5$.

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $q=2$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 6. B. 9. **C.** 24. D. 48.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD_1}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

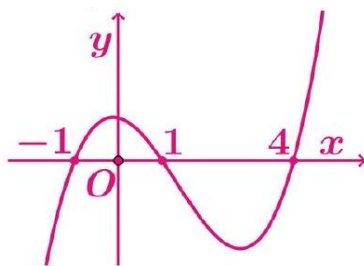
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$	
		4		0	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;0)$. B. $(4;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. **D.** $(-2;-1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như sau:



- a) Trên đoạn $[-1;4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ là $f(1)$.
b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
d) $f(1)>f(2)>f(4)$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có bảng xét dấu của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$	-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$f(1)$				$+\infty$
			$f(-1)$			$f(4)$		

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

Dựa vào bảng biến thiên ta có trên $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

b) Sai

Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là $x = \pm 1$ và $x = 4$.

c) Sai

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$ và đồng biến trên $(4; +\infty)$.

d) Đúng

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4) \Rightarrow f(1) > f(2) > f(4)$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.

d) Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.

Lời giải

a) Tốc độ ban đầu của ô tô là 72 km/h = 20 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 giây đầu tiên là: $S_1 = 5 \cdot 20 = 100\text{m}$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn là: $S_2 = 300 - 100 = 200\text{m}$

Do đó **a đúng**.

b) Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có $t = 0 \Rightarrow v(0) = b = 20$. Do đó **b đúng**.

c) Ta có $v(t) = at + 20$ (m/s)

Biết xe tách làn sau 12 giây kể từ khi giảm tốc, nên ta có $200 = \int_0^{12} (at + 20) dt = 72a + 240 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$

$\Rightarrow v(t) = -\frac{5}{9}t + 20$ (m/s). Quãng đường ô tô đi được trong 16 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc là

$$\int_0^{16} \left(-\frac{5}{9}t + 20\right) dt = \frac{2240}{9} \approx 248,88\text{ m}, \text{ do đó c sai.}$$

d) Ta có $v(t) = -\frac{5}{9}t + 20$ (m/s) $\Rightarrow v(18) = -\frac{5}{9} \cdot 18 + 20 = 10$ (m/s) = 36(km/h). Do đó **d sai**.

Câu 3. Nghiên cứu số bệnh nhân bị bệnh X trong một bệnh viện, người ta thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bệnh X là do nhiễm một trong hai chủng virus V19 và virus V20. Bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 chiếm 70% số bệnh nhân và nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là 30%. Trong những bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị nhiễm bệnh X do

chủng virus V20 thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án của bệnh nhân nhiễm bệnh X, các phát biểu sau đúng hay sai?

- a)** Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V19 bị biến chứng là 0,3 .
b) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V20 bị biến chứng là 0,5 .
c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32% .
d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Đáp án : A Đúng, B Đúng, C Sai, D Đúng.

Gọi A là biến cố bệnh án rút ra bị biến chứng.

Gọi B là biến cố bệnh án rút ra của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19.

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố bệnh án rút ra của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V20.

Theo đề:

- Xác suất bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là : $P(B) = 0,7$.
- Xác suất bị biến chứng trong nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $30\% = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = 0,3 \Rightarrow A$ đúng.
- Xác suất bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là $P(\overline{B}) = 0,3$.
- Xác suất bị biến chứng trong nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là $50\% = 0,5 \Rightarrow P(A|\overline{B}) = 0,5 \Rightarrow B$ đúng.

Xác suất biến bệnh án bị biến chứng:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,3.0,7 + 0,5.0,3 = 36\% \Rightarrow C \text{ sai.}$$

Xác suất của bệnh án bị biến chứng là của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,3}{0,36} = \frac{7}{12} \Rightarrow D \text{ đúng.}$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Sai

a) Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(10; 3; 0)$ và có VTCP

$$\vec{u} = (2; -2; 1) \text{ là: } \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Ta có độ dài $AM = vt$. Vì M thuộc đường thẳng d nên $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$, Vậy $\overrightarrow{AM} = (2m; -2m; m)$ mà $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}$ có $m \geq 0$. Suy ra $AM = 3m$.

Vậy $3m = 4,5t$ suy ra $m = 1,5t$. Vậy $(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$

c) Từ ý b, thấy khi $x_B = 550$ tức là $3t + 10 = 550$ suy ra $t = 180$ (s)

Vậy $AB = vt = 4,5.180 = 810 \text{ (m)}$

d) Ta có $\vec{u}_{AB} = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ suy ra VTPT $\vec{n} (0; 0; 1)$

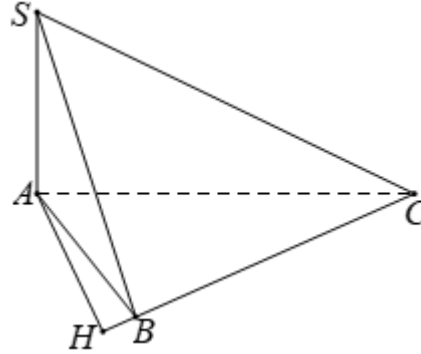
Gọi α là góc giữa và (Oxy) ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|} = \frac{1}{3}$

PHẦN III

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB = 3$, $BC = 7$, $CA = 8$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

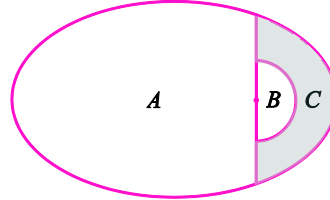
Trả lời: 2,97



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

Khi đó ta có $\begin{cases} AH \perp SA \\ AH \perp BC \end{cases}$ nên suy ra $d(SA, BC) = AH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{2\sqrt{9.6.2.1}}{7} = \frac{12\sqrt{3}}{7} \approx 2,97$.

Câu 2: Một khu vườn hình elip (E) , có độ dài trục lớn bằng 10m và trục nhỏ bằng 8m (như hình vẽ). Khu vực A để trồng hoa; khu vực B để trồng cỏ, là nửa hình tròn có tâm là một tiêu điểm của elip (E) , bán kính bằng 1m; còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch.

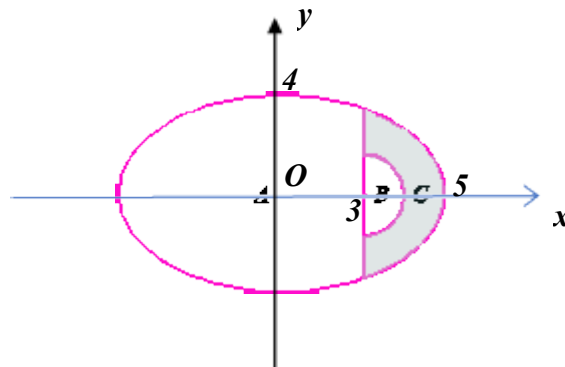


Diện tích phần lát gạch bằng bao nhiêu m^2 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 7,38

Gắn tình huống bài toán vào mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ:



Phương trình elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

Có thể xem phần elip nằm phía trên trục Ox là đồ thị hàm số: $y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}; (C)$

Gọi S_1 là diện tích phần B nằm phía trên trục Ox , vậy nó là diện tích của $\frac{1}{4}$ hình tròn:

$$S_1 = \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{4} (m^2)$$

Tổng diện tích phần B và phần C nằm phía trên trục Ox có thể xem là diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$; trục hoành và hai đường thẳng $x = 3; x = 5$

$$S_2 = \int_3^5 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} dx \approx 4,47 (m^2)$$

Diện tích phần C nằm phía trên trục Ox : $S = S_2 - S_1 = 3,69 (m^2)$

Diện tích khu vực C người ta lát gạch. $2S = 7,38 (m^2)$

Câu 3: Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất $x (m^3)$ sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 2 triệu đồng chi phí cố định; 0,5 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,005x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa $36 (m^3)$ sản phẩm. Tìm chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất mà xí nghiệp cần bỏ ra (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải:

Đáp án: 0,70.

Tổng chi phí (triệu đồng) để xí nghiệp sản xuất $x (m^3)$ sản phẩm trong một ngày là:

$C(x) = 2 + 0,5x + 0,005x^2$ với $0 \leq x \leq 36$.

Chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm là:

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2 + 0,5x + 0,005x^2}{x} = \frac{2}{x} + 0,5 + 0,005x.$$

$$\bar{C}'(x) = -\frac{2}{x^2} + 0,005 = \frac{0,005x^2 - 2}{x^2}.$$

$$\bar{C}'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = \sqrt{400} = 20.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{400}$	$+\infty$
y'		- 0 +	
y	$+\infty$	$\searrow$ 0.70 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy chi phí trung bình thấp nhất là:

$\bar{C}(20) \approx 0,70$ đạt được khi $x = 20$.

Câu 4: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn, xác suất để đó là thư rác bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”;

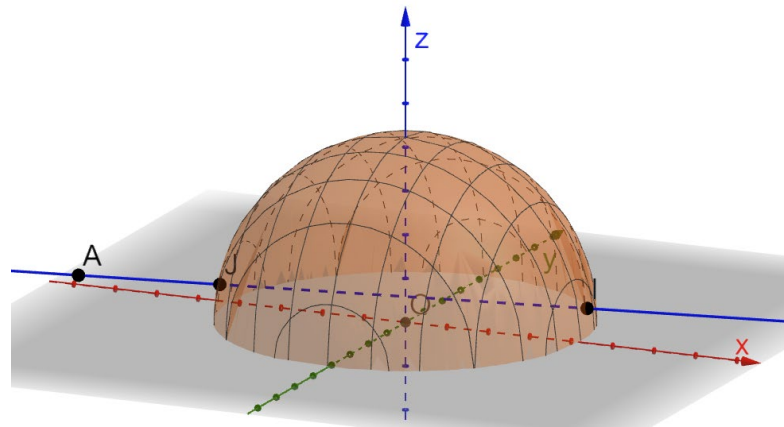
B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta cần phải tính $P(A|B)$. Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,03.0,95}{0,03.0,95 + 0,97.0,01} \approx 0,75.$$

Vậy khi chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn thì xác suất để đó là thư rác khoảng 0,75.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 317 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay X đang bay ở vị trí $A(-688;-185;11)$, chuyển động theo đường thẳng hướng đến điểm $E(677;940;11)$ (xem hình vẽ minh họa).



Biết rằng vận tốc máy bay là 900 km/h, hãy tính số phút máy bay xuất hiện trên màn hình radar của đài kiểm soát không lưu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải

Trả lời: 15,5

Vì đài kiểm soát có thể phát hiện ra máy bay cách đài kiểm soát 317 km nên vùng kiểm soát không lưu là một phần của khối cầu có phương trình:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 317^2.$$

Đường thẳng d đi qua $A(-688;-185;11)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (91;75;0)$ nên có

$$\text{phương trình: } \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 11 \end{cases}$$

Để xác định thời gian máy bay đi vào vùng kiểm soát của đài thì trước hết chúng ta cần tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt cầu (S) . Trong hai giao điểm đó có một điểm chính là điểm xuất hiện đầu tiên trên màn hình radar và một điểm chính là điểm cuối cùng máy bay xuất hiện trên màn hình radar. Trong suốt quá trình máy bay xuất hiện trên màn hình radar nó đi theo đoạn thẳng nối hai điểm nói trên. Gọi hai điểm đó là J, I .

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt cầu (S) thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 11 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 317^2 \end{cases} \Rightarrow (-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 121 = 317^2 \Rightarrow \begin{cases} t \approx 6,483669 \\ t \approx 4,516331 \end{cases}.$$

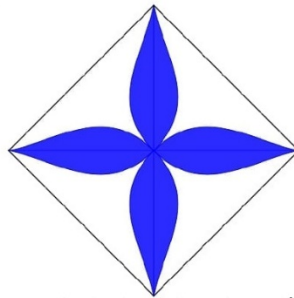
Do đó ta có $I(-97,986;301,2752;11)$, $J(-277,0139;153,7249;11)$.

Độ dài đoạn thẳng IJ là $IJ \approx 231,9959\text{km}$.

Đơn vị đo: $900 \text{ km} / \text{h} = 15 \text{ km} / \text{phút}$

Khoảng thời gian máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $\frac{231,9959}{15} \approx 15,5$ phút.

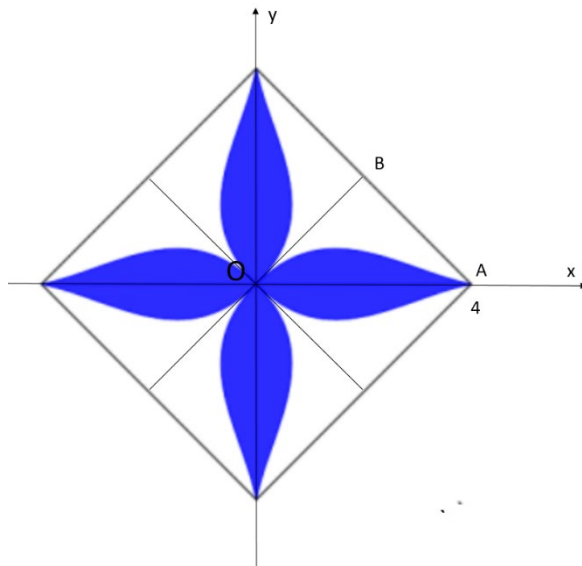
Câu 6: Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo.



Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập $2/3$, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + b$.

Hướng dẫn giải

Trả lời: 0,4



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ, diện tích tam giác OAB vuông cân tại B .

Theo giả thiết ta có $OA = 4$, $A(4;0)$. Hình vuông có nửa đường chéo bằng 4 nên diện tích hình vuông là 32. Diện tích tô màu là $\frac{64}{5}$.

Xét riêng trong tam giác OAB có diện tích phần tô màu bằng $\frac{8}{5}$.

Theo giả thiết, diện tích phần tô màu trong tam giác OAB được tính bởi công thức

$$\int_0^4 |ax^3 + bx^2 - x| dx = \frac{8}{5}. \text{ Từ đó ta có hệ}$$

$$\begin{cases} \int_0^4 |ax^3 + bx^2 - x| dx = \frac{8}{5} \\ 64a + 16b - 4 = 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{21}{20} \\ a = -\frac{1}{20} \\ b = \frac{9}{20} \end{cases}$$

Trường hợp $\begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{21}{20} \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm là $0, \frac{5}{4}, 4$ (đồ thị cắt Ox trong $(0; 4)$ - loại)

Trường hợp $\begin{cases} a = -\frac{1}{20} \\ b = \frac{9}{20} \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm $0, 4, 5$ thoả mãn. Vậy, $a + b = \frac{2}{5} = 0,4$.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>