

Lớp	Chủ đề	Cấp Độ Tư Duy						Tổng	Tỉ lệ
		Phần I		Phần II			Phần III		
		Biết	Hiểu	Biết	Hiểu	VD	VD		
10	Hệ bất phương trình bậc nhất nhiều ẩn						1	1	5%
11	Lượng Giác			2	2			4	10%
11	Dãy Số-Cấp Số Cộng-Cấp Số Nhân	1						1	2,5%
11	Mũ-Logarit	1		-				1	2,5%
11	Hình Học Không Gian	1					1	2	7,5%
12	Ứng Dụng Đạo Hàm Để Khảo Sát Và Vẽ Đồ Thị Hàm Số	4					1	5	15%
12	Vecto Và Hệ Trục Tọa Độ Trong Không Gian	1						1	2,5%
12	Các Số Đặc Trưng Đo Mức Độ Phân Tán Của Mẫu Số Liệu Ghép Nhóm	1						1	2,5%
12	Nguyên Hàm -Tích Phân	1		1	3		1	7	17,5%
12	Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	2		1	2	1	1	7	20%
12	Xác Suất Có Điều Kiện				2	2	1	5	15%
Tổng		12		4	9	3	6	34	
Tỉ lệ		30%		40%			30%	100%	100%
Điểm Tối Đa		3		4			3	10	

Hoàng Thanh, ngày 08 tháng 3 năm 2026
Tổ Trưởng Chuyên Môn

Lê Thị Hiền

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 90 phút

(Đề thi gồm có 04 trang)

(Không kể thời gian phát đề)

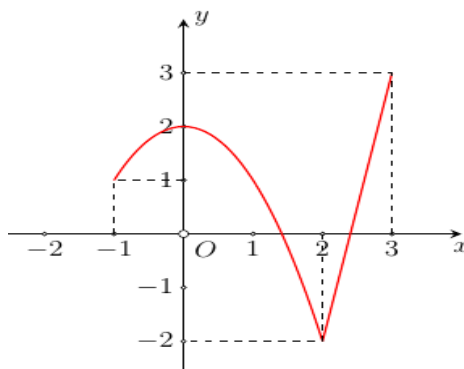
Mã đề thi

Họ và tên:..... Lớp:..... SBD:

112

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. 3.

B. -2.

C. 0.

D. 1.

Câu 2: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2 - 2x + 3}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

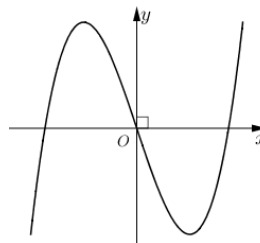
A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-3; 1; -3)$.

B. $(-2; 2; 0)$.

C. $(1; 3; 3)$.

D. $(-1; 3; 3)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{3}{\cos^2 x (1 - \sqrt{3} \cdot \tan x)^2}$

b) Với $x = 0$ thì $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot f'(x) - f(x) = 0$

c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{3}$

d) Gọi M là giá trị lớn nhất của $\frac{1}{f'(x)}$ thì $M \in (0; 1)$

Câu 2: Một vật chuyển động đều với vận tốc có phương trình $v(t) = t^2 - 2t + 1$, trong đó t được tính bằng giây, quãng đường $s(t)$ được tính bằng mét.

a) Quãng đường đi được của vật sau 2 giây là: $\frac{2}{3}(m)$

b) Quãng đường vật đi được khi gia tốc bị triệt tiêu là $\frac{1}{3}(m)$

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt $9(m/s)$ là: $\frac{26}{3}(m)$

d) Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng $10(m/s^2)$ là $44(m)$

Câu 3: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

a) Xác suất nhận được một email rác là 0,05

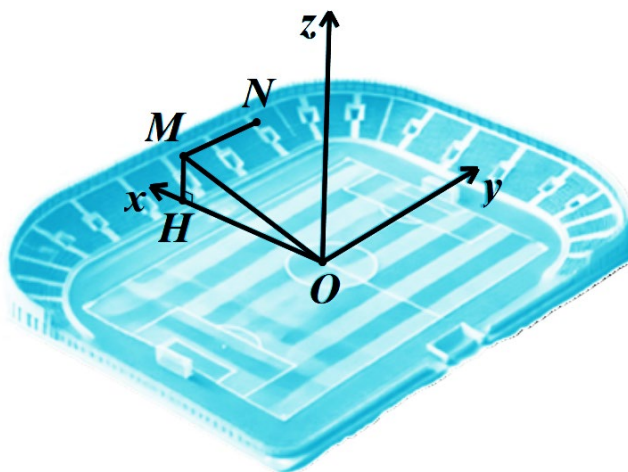
b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$

Câu 4: Một sân vận động với sân bóng phẳng hình chữ nhật có chấm trắng trung tâm là nơi giao bóng, một đường kẻ vạch chia đôi sân và các khán đài. Khán đài A gồm những dãy ghế nằm vuông góc với vạch chia đôi sân có độ cao tăng dần (các ghế cùng hàng thì cùng độ cao so với mặt sân). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với điểm giao bóng, mặt phẳng Oxy trùng với mặt sân, trục Ox trùng với vạch chia đôi sân, tia Oz vuông góc với mặt sân (đơn vị đo lấy theo mét).

Một khán giả ngồi tại vị trí M của khán đài A, có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng chứa sân là một điểm thuộc Ox . Góc hợp bởi OM và mặt sân là α với $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, nếu người này di chuyển 10 (m) trên hàng ngang đó đến ngồi tại một vị trí N thì góc hợp bởi ON và mặt sân là β với $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$. Gọi $h(m)$ là độ cao tại M so với mặt sân.



- a) Điểm M có cao độ bằng 0.
- b) $OM = 3h$.
- c) Điểm N có cùng tung độ với điểm M .
- d) $h = 10m$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ được viết dưới dạng $d = \frac{a\sqrt{m}}{n}$, $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó tổng $m + n$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Phòng chăm sóc khách hàng của công ty A làm việc từ 8h00 sáng đến 20h00 mỗi ngày. Nhân viên trực tổng đài làm việc theo 2 ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 8h00 đến 16h00 và ca II từ 12h00 đến 20h00. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng dưới đây):

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
8h00 – 16h00	32 000 đồng
12h00 – 20h00	30 000 đồng

Để chăm sóc khách hàng tốt nhất thì cần tối thiểu 2 nhân viên trong khoảng từ 12h00 – 20h00, tối thiểu 10 nhân viên trong giờ cao điểm từ 12h00 – 16h00 và không quá 9 nhân viên trong khoảng từ 8h00 – 16h00. Do lượng khách hàng trong khoảng 8h00 – 16h00 thường đông hơn nên phòng chăm sóc khách hàng cần số nhân viên ca I ít nhất phải gấp 1,5 lần số nhân viên của ca II. Em hãy giúp công ty A chỉ ra cách huy động số lượng nhân viên cho mỗi ca sao cho chi

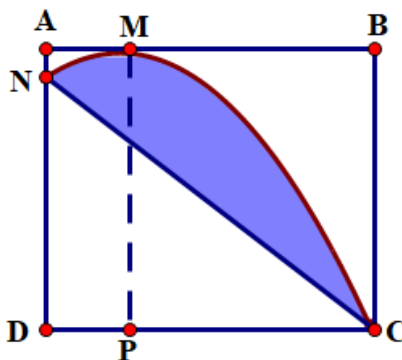
phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất. Khi đó chi phí tiền lương ít nhất mà công ty A phải trả cho nhân viên mỗi ngày là a (nghìn đồng). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cần trục chân đế là kiểu cột quay được sử dụng để phục vụ công việc xếp dỡ hàng hóa chủ yếu ngoài các cảng bến, bãi (hình ảnh minh họa).

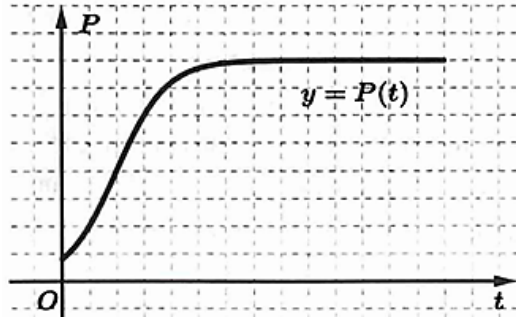


Ta chọn hệ trục $Oxyz$ thỏa mãn (Oxy) song song với mặt đất, trục Ox trùng với trục chân đế, trục Oz trùng với trục cần cẩu và trục Oy như hình vẽ. Gọi M là vị trí tại đỉnh cần cẩu, H là hình chiếu của M lên (Oxy) . Biết tay cần KM của cần trục dài 50 m, trục cần OK dài 50 m, $(\vec{k}; \overrightarrow{KM}) = 60^\circ$, $(\vec{i}; \overrightarrow{OH}) = 45^\circ$. Biết điểm M có tọa độ $M(a; b; c)$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ trên, giá trị của $a + b + c$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 4: Ông Duy có một mảnh vườn hình vuông cạnh bằng 8 m. Ông dự định xây một cái bể bơi đặc biệt (phần kẻ sọc trong hình vẽ bên). Biết $AM = \frac{AB}{4}$, phần đường cong đi qua các điểm C, M, N là một phần của đường Parabol có trục đối xứng là MP ($MP \parallel AD$) và chi phí để làm bể bơi là 5 triệu đồng / 1 m^2 . Số tiền ông Duy phải trả để xây cái bể bơi đó là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 5: Một hồ nước ở Bắc Ontario đã phục hồi sau một vụ tràn axit khiến tất cả cá hồi ở đó chết. Một chương trình tái thả cá đã thả 800 con cá hồi vào hồ. Ba năm sau, số lượng được ước tính là 6000 con. Sức chứa của hồ được cho là 8000 con. Để đánh giá khả năng tăng trưởng, người ta mô phỏng số lượng cá trong hồ qua từng năm thông qua hàm số $P(t) = \frac{c}{1 + a \cdot b^{-t}}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới (trong đó t tính theo năm kể từ lúc bắt đầu thả cá vào hồ).



Sử dụng mô hình trên, hãy tính tốc độ tăng trưởng tối đa (đơn vị con/năm) của đàn cá (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6: Có một kho chứa bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 2 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ thùng đó chọn ngẫu nhiên 10 lon thì thấy trong 10 lon đó có hai lon quá hạn sử dụng. Tính xác suất 10 lon được lấy là bia loại I (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

HẾT

PHẦN I

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
B	C	A	D	C	A	D	D	B	D	A	B

PHẦN II

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Đúng	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng
c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

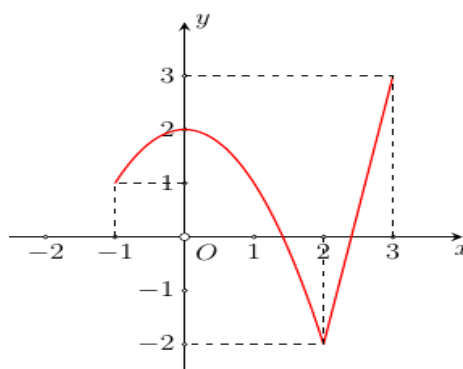
PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
14	2496	136	95	2197	0,71

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. 3.

B. -2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+3}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

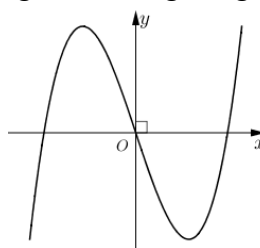
Ta có $y' = (2x-2) \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+3} \cdot \ln\left(\frac{3}{5}\right) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{3}{4}$	0

Do đó hàm số $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+3}$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-3; 1; -3)$.

B. $(-2; 2; 0)$.

C. $(1; 3; 3)$.

D. $(-1; 3; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1;$$

Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Câu 6: Cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_P = (2; -1; -1); \vec{n}_Q = (1; 0; -1)$

$$\cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ((P); (Q)) = 30^\circ.$$

Câu 7: Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$[3; 5)$	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A. $\Delta_Q = \frac{87}{8}$. B. $\Delta_Q = \frac{206}{29}$. C. $\Delta_Q = \frac{4171}{232}$. D. $\Delta_Q = \frac{875}{232}$.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu $n = 130$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{130}$ là mẫu số liệu tuổi thọ của các bóng đèn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_{11} \in [3; 5)$; $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{31} \in [5; 7)$; $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{60} \in [7; 9)$; $x_{61}, x_{62}, \dots, x_{100} \in [9; 11)$; $x_{101}, x_{102}, \dots, x_{130} \in [11; 13)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{33} \in [7; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{130}{4} - (11 + 20)}{29} \cdot (9 - 7) = \frac{206}{29}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{98} \in [9; 11)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{130 \cdot 3}{4} - (11 + 20 + 29)}{40} \cdot (11 - 9) = \frac{87}{8}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{87}{8} - \frac{206}{29} = \frac{875}{232}.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$. Toạ độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

A. $I(1; -4; 0)$, $r = 9$.

B. $I(1; 4; 0)$, $r = 3$.

C. $I(-1; 4; 0)$, $r = 9$.

D. $I(1; -4; 0)$, $r = 3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. -8 .

B. 2 .

C. 8 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = -3 + 5 = 2.$$

$$\text{Vậy } \int_1^5 f(x) dx = 2.$$

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 3$ và $u_4 = 9$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 31.

B. 33.

C. 29.

D. 87.

Lời giải

Chọn A

Có $u_1 = 3$ và $u_4 = 9$.

Suy ra $u_4 = u_1 + 3d \Leftrightarrow d = 2$.

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 31$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5$ là

A. $(\log_3 5; +\infty)$.

B. $[\log_3 5; +\infty)$.

C. $(\log_5 3; +\infty)$.

D. $[\log_5 3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \log_3 5$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $[\log_3 5; +\infty)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. (1 điểm) Cho hàm số $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{3}{\cos^2 x (1 - \sqrt{3} \cdot \tan x)^2}$

b) Với $x = 0$ thì $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot f'(x) - f(x) = 0$

c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{3}$

d) Gọi M là giá trị lớn nhất của $\frac{1}{f'(x)}$ thì $M \in (0; 1)$

Lời giải:

a) Sai.

Dùng công thức: $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)}$

Hoặc bấm máy:

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\tan \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right|_{x=x} - \frac{3}{\cos^2 x (1 - \sqrt{3} \tan x)^2} \quad \text{Calc: } x = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow kq := 1 \neq 0$$

b) Đúng.

Bấm máy

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)} - \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{Calc: } x = 0 \quad \Rightarrow kq := 0$$

Hoặc bấm máy

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left. \frac{d}{dx} \left(\tan \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right|_{x=x} - \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{Calc: } x = 0 \quad \Rightarrow kq := 0$$

c) Đúng.

$$f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{2\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Với } k = -1 \quad \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} - \pi = -\frac{\pi}{3}$$

d) Sai.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f'(x)} = \cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \Rightarrow M = 1 \notin (0; 1)$$

Câu 2. Một vật chuyển động đều với vận tốc có phương trình $v(t) = t^2 - 2t + 1$, trong đó t được tính bằng giây, quãng đường $s(t)$ được tính bằng mét.

a) Quãng đường đi được của vật sau 2 giây là: $\frac{2}{3}(m)$

b) Quãng đường vật đi được khi gia tốc bị triệt tiêu là $\frac{1}{3}(m)$

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt $9(m/s)$ là: $\frac{26}{3}(m)$

d) Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng $10(m/s^2)$ là $44(m)$

Lời giải:

a) Đúng.

$$\text{Quãng đường vật đi được có phương trình: } s(t) = \int v(t).dt = \int (t^2 - 2t + 1).dt = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t + C$$

$$\text{Vì } s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t$$

$$\text{Quãng đường vật đi được sau 2 giây là: } s(2) = \frac{2}{3}(m)$$

b) Đúng.

Gia tốc của vật có phương trình: $a(t) = v'(t) = (t^2 - 2t + 1)' = 2t - 2$

Khi gia tốc bị triệt tiêu: $a(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Quãng đường vật đi được sau khi gia tốc bị triệt tiêu là: $s(1) = \frac{1}{3}(m)$

c) Đúng.

Thời gian vật đạt vận tốc $9(m/s)$ là: $v(t) = t^2 - 2t + 1 = 9 \Leftrightarrow t = 4$

Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt $9(m/s)$ là:

$$s = \int_2^4 v(t).dt = \int_2^4 (t^2 - 2t + 1).dt = \frac{26}{3}(m)$$

d) Sai.

Thời gian vật đạt gia tốc $10(m/s^2)$ là: $a(t) = 2t - 2 = 10 \Leftrightarrow t = 6$

Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng $10(m/s^2)$ là

$$s = \int_0^6 v(t).dt = \int_0^6 (t^2 - 2t + 1).dt = 42(m)$$

Câu 3. Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

a) Xác suất nhận được một email rác là 0,05

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$

Lời giải:

a) Đúng.

Gọi A: “Email nhận được là email rác”

B: “Email bị lọc đúng email rác của hệ thống lọc email rác”

Vì 5% email nhận được là rác nên xác suất nhận được một email rác là $P(A) = 5\% = 0,05$

b) Sai.

Xác suất bị lọc của email rác là $P(B|A) = 95\% = 0,95$

c) Đúng.

Xác suất email nhận được không phải là email rác là: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$

Xác suất email bị lọc của email không phải email rác là: $P(B|\bar{A}) = 10\% = 0,1$

Vậy xác suất chọn một email bị lọc bất kể là rác hay không là:

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,95.0,05 + 0,1.0,95 = 0,1425$$

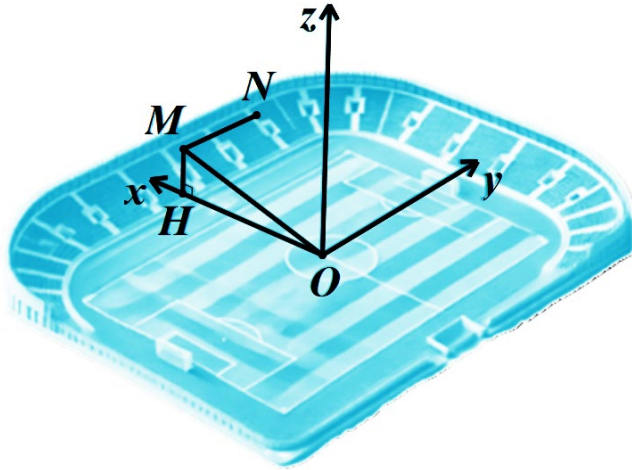
d) Sai.

Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,95 \cdot 0,05}{0,1425} = \frac{1}{3}$$

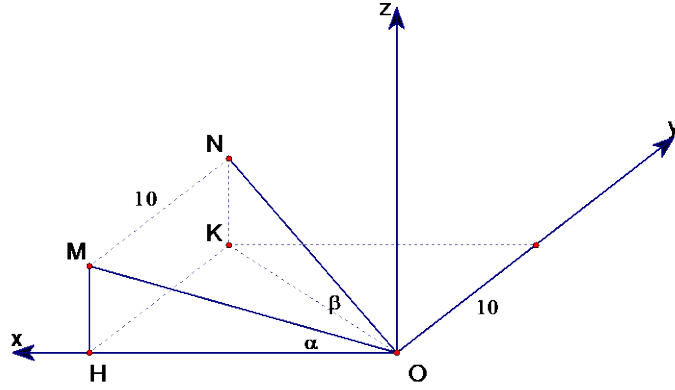
Câu 4. Một sân vận động với sân bóng phẳng hình chữ nhật có chấm trắng trung tâm là nơi giao bóng, một đường kẻ vạch chia đôi sân và các khán đài. Khán đài A gồm những dãy ghế nằm vuông góc với vạch chia đôi sân có độ cao tăng dần (các ghế cùng hàng thì cùng độ cao so với mặt sân). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với điểm giao bóng, mặt phẳng Oxy trùng với mặt sân, trục Ox trùng với vạch chia đôi sân, tia Oz vuông góc với mặt sân (đơn vị đo lấy theo mét).

Một khán giả ngồi tại vị trí M của khán đài A, có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng chứa sân là một điểm thuộc Ox . Góc hợp bởi OM và mặt sân là α với $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, nếu người này di chuyển 10 (m) trên hàng ngang đó đến ngồi tại một vị trí N thì góc hợp bởi ON và mặt sân là β với $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$. Gọi $h(m)$ là độ cao tại M so với mặt sân.



- a) Điểm M có cao độ bằng 0.
- b) $OM = 3h$.
- c) Điểm N có cùng tung độ với điểm M .
- d) $h = 10m$.

Lời giải



a) Sai.

b) Đúng. Ta có: Ta có $\sin \widehat{MOH} = \frac{MH}{OM} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{h}{OM} \Rightarrow OM = 3h$

c) Sai. $\cos \widehat{MOH} = \frac{OH}{OM} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{OH}{3h} \Rightarrow OH = 2\sqrt{2}h \Rightarrow \begin{cases} M(2\sqrt{2}h; 0; h) \\ N(2\sqrt{2}h; 10; h) \end{cases}$

d) Đúng. $ON = \sqrt{9h^2 + 100}$

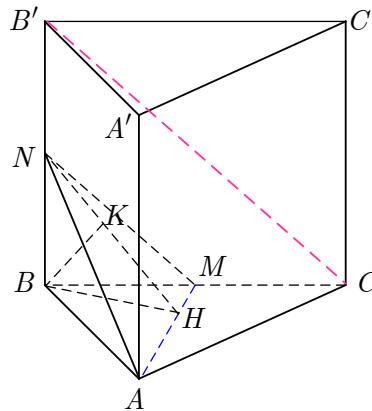
$$\sin \widehat{NOK} = \frac{NK}{ON} \Leftrightarrow \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{h}{\sqrt{9h^2 + 100}} \Rightarrow h = 10$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ được viết dưới dạng

$$d = \frac{a\sqrt{m}}{n}, m; n \in \mathbb{Z}. \text{ Khi đó tổng } m+n \text{ bằng bao nhiêu?}$$

Lời giải



Do $\triangle ABC$ vuông và có $AB = BC$ nên $\triangle ABC$ vuông cân tại B .

Gọi N là trung điểm của BB' , ta có: $B'C // (AMN)$.

$$\text{Khi đó: } d(AM, B'C) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN)).$$

Kẻ $BH \perp AM$ tại H và kẻ $BK \perp NH$ tại K .

Ta có: $BH \perp AM, BN \perp AM \Rightarrow AM \perp (NBH) \Rightarrow BK \perp AM$.

Do $BK \perp NH$, $BK \perp AM$ nên $BK \perp (AMN)$.

Suy ra: $d(B, (AMN)) = BK$.

$$\text{Mặt khác: } BH = \frac{BM \cdot BA}{\sqrt{BM^2 + BA^2}} = \frac{\sqrt{5}a}{5}; \quad BK = \frac{BH \cdot BN}{\sqrt{BH^2 + BN^2}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(AM, B'C) = d(B, (AMN)) = BK = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

Vậy $m = n = 7$. Tổng $m + n = 14$

Câu 2: Phòng chăm sóc khách hàng của công ty A làm việc từ 8h00 sáng đến 20h00 mỗi ngày. Nhân viên trực tổng đài làm việc theo 2 ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 8h00 đến 16h00 và ca II từ 12h00 đến 20h00. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng dưới đây):

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
8h00 – 16h00	32 000 đồng
12h00 – 20h00	30 000 đồng

Để chăm sóc khách hàng tốt nhất thì cần tối thiểu 2 nhân viên trong khoảng từ 12h00 – 20h00, tối thiểu 10 nhân viên trong giờ cao điểm từ 12h00 – 16h00 và không quá 9 nhân viên trong khoảng từ 8h00 – 16h00. Do lượng khách hàng trong khoảng 8h00 – 16h00 thường đông hơn nên phòng chăm sóc khách hàng cần số nhân viên ca I ít nhất phải gấp 1,5 lần số nhân viên của ca II. Em hãy giúp công ty A chỉ ra cách huy động số lượng nhân viên cho mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất. Khi đó chi phí tiền lương ít nhất mà công ty A phải trả cho nhân viên mỗi ngày là a (nghìn đồng). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

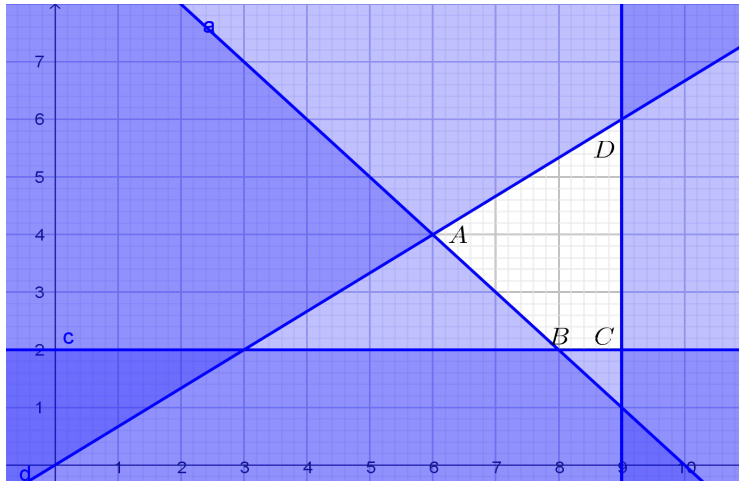
Gọi x là số nhân viên cần huy động làm ca I và y là số nhân viên cần huy động làm ca II (

$$x, y \in \mathbb{N}^*).$$

Theo giả thiết ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 < x \leq 9 \\ y \geq 2 \\ x + y \geq 10 \\ x \geq 1,5y \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được:



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ trong đó $A(6;4)$, $B(8;2)$, $C(9;2)$, $D(9;6)$.

Ta có chi phí tiền lương mỗi ngày $T(x;y) = 256x + 240y$ (nghìn đồng).

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $T(x;y)$ sẽ đạt tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Ta có: $T(9;2) = 2784$, $T(6;4) = 2496$, $T(8;2) = 2528$, $T(9;6) = 3744$.

Do đó chi phí tiền lương mỗi ngày ít nhất khi huy động 6 nhân viên ca I và 4 nhân viên ca II là: 2496 (nghìn đồng).

Câu 3: Cần trục chân đế là kiểu cột quay được sử dụng để phục vụ công việc xếp dỡ hàng hóa chủ yếu ngoài các cảng bến, bãi (hình ảnh minh họa).

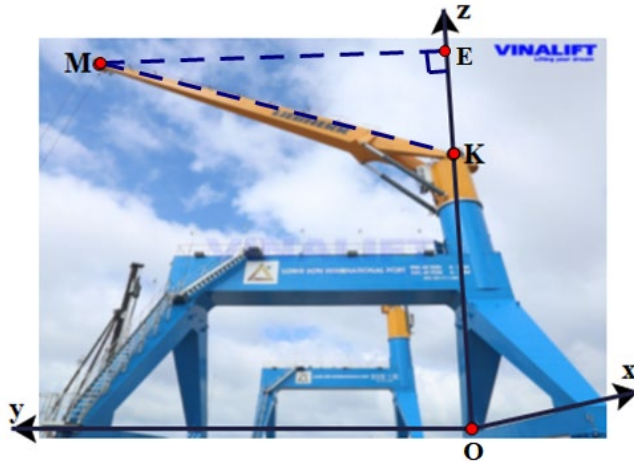


Ta chọn hệ trục $Oxyz$ thỏa mãn (Oxy) song song với mặt đất, trục Ox trùng với trục chân đế, trục Oz trùng với trục cần cẩu và trục Oy như hình vẽ. Gọi M là vị trí tại đỉnh cần cẩu, H là hình chiếu của M lên (Oxy) . Biết tay cần KM của cần trục dài 50 m, trục cần OK dài 50 m, $(\vec{k}; \overrightarrow{KM}) = 60^\circ$, $(\vec{i}; \overrightarrow{OH}) = 45^\circ$. Biết điểm M có tọa độ $M(a;b;c)$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ trên, giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 136.

Ta gọi E là hình chiếu của M lên Oz .



Ta có: $EK = MK \cdot \cos 60^\circ = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ m} \Rightarrow z_M = OE = OK + KE = 50 + 25 = 75 \text{ m}.$

Ta có: $ME = MK \cdot \sin 60^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}.$ Suy ra $OH = ME = 25\sqrt{3} \text{ m}.$

Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của M lên Ox, Oy.

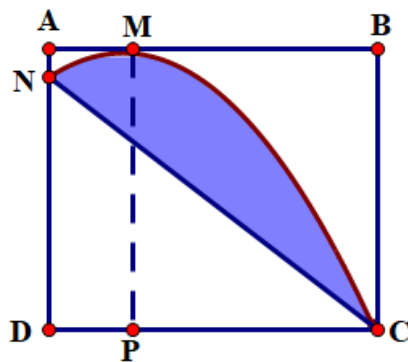
Vì $(\vec{i}; \overrightarrow{OH}) = 45^\circ \Rightarrow OP = OQ = OH \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{6}}{2}.$

Vậy điểm H có tọa độ $\left(\frac{25\sqrt{6}}{2}; \frac{25\sqrt{6}}{2}, 0\right).$

Ta có: $\begin{cases} H\left(\frac{25\sqrt{6}}{2}; \frac{25\sqrt{6}}{2}, 0\right) \Rightarrow M\left(\frac{25\sqrt{6}}{2}; \frac{25\sqrt{6}}{2}, 75\right). \\ OE = 75 \end{cases}$

Suy ra $a + b + c \approx 136.$

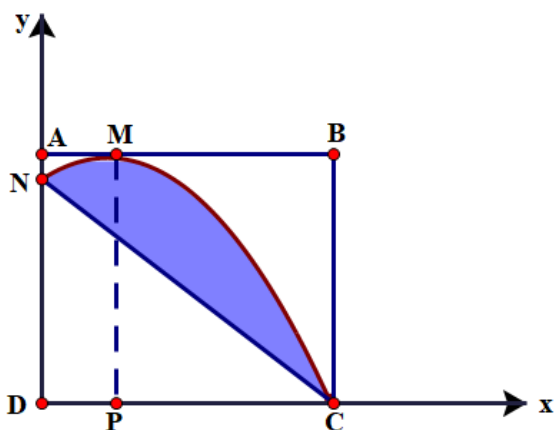
Câu 4: Ông Duy có một mảnh vườn hình vuông cạnh bằng 8 m. Ông dự định xây một cái bể bơi đặc biệt (phần kẻ sọc trong hình vẽ bên). Biết $AM = \frac{AB}{4}$, phần đường cong đi qua các điểm C, M, N là một phần của đường Parabol có trục đối xứng là MP (MP // AD) và chi phí để làm bể bơi là 5 triệu đồng / 1 m^2 . Số tiền ông Duy phải trả để xây cái bể bơi đó là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 95.

Gắn trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Gọi phương trình parabol đi qua 3 điểm C, M, N là $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$)

Trục đối xứng của parabol là $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Leftrightarrow b = -4a$.

Ta có parabol đi qua các điểm $M(2;8), C(8;0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a \cdot 2^2 + 2b + c = 8 \\ a \cdot 8^2 + 8b + c = 0 \\ b = -4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 8 \\ 64a + 8b + c = 0 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{9} \\ c = \frac{64}{9} \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ Phương trình của parabol là $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{64}{9}$.

Ta có $y(0) = -\frac{2}{9} \cdot 0^2 + \frac{8}{9} \cdot 0 + \frac{64}{9} = \frac{64}{9} \Rightarrow N\left(0; \frac{64}{9}\right)$.

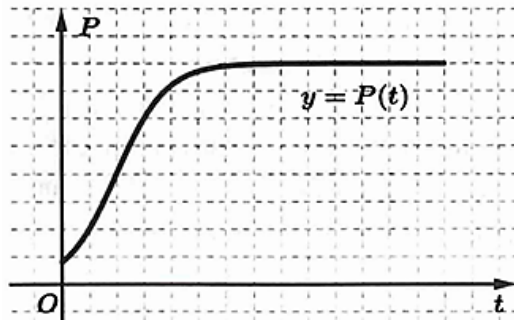
Phương trình đường thẳng đi qua điểm $N\left(0; \frac{64}{9}\right), C(8;0)$ là $\frac{x}{8} + \frac{y}{64/9} = 1$

$$\Rightarrow \frac{y}{64/9} = 1 - \frac{x}{8} \Rightarrow y = \frac{64}{9} - \frac{x}{8} \cdot \frac{64}{9} \Rightarrow y = \frac{64}{9} - \frac{8}{9}x.$$

Suy ra diện tích bể bơi bằng $\int_0^8 \left[-\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{64}{9} - \left(\frac{64}{9} - \frac{8}{9}x \right) \right] dx = \int_0^8 \left(-\frac{2}{9}x^2 + \frac{16}{9}x \right) dx = \frac{512}{27}.$

Vậy số tiền cần trả để xây bể bơi là $5 \cdot \frac{512}{27} \approx 95$ triệu đồng.

Câu 5: Một hồ nước ở Bắc Ontario đã phục hồi sau một vụ tràn axit khiến tất cả cá hồi ở đó chết. Một chương trình tái thả cá đã thả 800 con cá hồi vào hồ. Ba năm sau, số lượng được ước tính là 6000 con. Sức chứa của hồ được cho là 8000 con. Để đánh giá khả năng tăng trưởng, người ta mô phỏng số lượng cá trong hồ qua từng năm thông qua hàm số $P(t) = \frac{c}{1+a \cdot b^{-t}}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới (trong đó t tính theo năm kể từ lúc bắt đầu thả cá vào hồ).



Sử dụng mô hình trên, hãy tính tốc độ tăng trưởng tối đa (đơn vị con/năm) của đàn cá (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 2197.

Dựa vào dữ kiện đề bài, ta có:

$$+) P(0) = 800 \Leftrightarrow \frac{c}{1+a \cdot b^{-0}} = 800 \Leftrightarrow \frac{c}{1+a} = 800$$

$$+) P(3) = 6000 \Leftrightarrow \frac{c}{1+a \cdot b^{-3}} = 6000$$

$$+) \text{ Sức chứa của hồ là 8000 con } \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = 8000$$

$$\text{Khi } t \rightarrow +\infty \Rightarrow \begin{cases} b < 1 \Rightarrow b^{-t} \rightarrow +\infty(L) \\ b > 1 \Rightarrow b^{-t} \rightarrow 0(tm) \end{cases} \Rightarrow P(t) \rightarrow c.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = c = 8000. \text{ Mà } \frac{c}{1+a} = 800 \Leftrightarrow \frac{8000}{1+a} = 800 \Rightarrow a = 9$$

Thay vào $c = 8000$ và $a = 9$ phương trình $\frac{c}{1 + a.b^{-3}} = 6000$ ta được $\frac{8000}{1 + 9.b^{-3}} = 6000$

$$\Leftrightarrow 1 + 9.b^{-3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow b^{-3} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow b = 3.$$

Suy ra $P(t) = \frac{8000}{1 + 9.3^{-t}}.$

Hàm số $P'(t)$ là tốc độ tăng trưởng của đàn cá.

Suy ra tốc độ tăng trưởng tối đa của đàn cá $= P'(t)_{\max}.$

$$P'(t) = -8000 \cdot \frac{-9 \cdot 3^{-t} \cdot \ln 3}{(1 + 9 \cdot 3^{-t})^2} = 79100 \cdot \frac{3^{-t}}{(1 + 9 \cdot 3^{-t})^2}$$

Ta tìm max của $g(t) = \frac{3^{-t}}{(1 + 9 \cdot 3^{-t})^2}.$

Đặt $3^{-t} = a (a > 0) \Rightarrow g(t) = \frac{a}{(1 + 9a)^2} = \frac{a}{1 + 18a + 81a^2} = \frac{1}{\frac{1}{a} + 18 + 81a}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{a} = 81a \Leftrightarrow 81a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{9}.$ Khi đó $P'(t)_{\max} = 79100 \cdot \frac{1}{36} \approx 2197$

.

Câu 6: Có một kho chứa bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 2 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ thùng đó chọn ngẫu nhiên 10 lon thì thấy trong 10 lon đó có hai lon quá hạn sử dụng. Tính xác suất 10 lon được lấy là bia loại I (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,71.

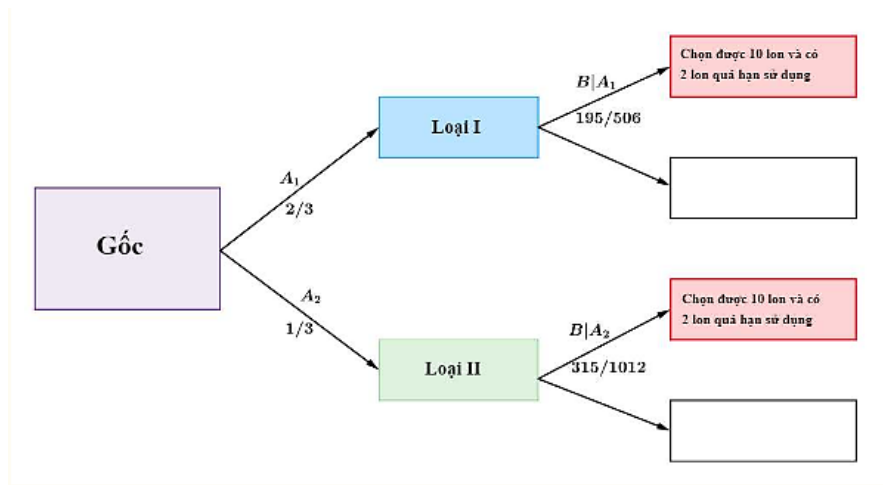
Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại $i. (i = I, II)$ B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Từ đó, ta có $P(A_1) = \frac{2}{3}; P(A_2) = \frac{1}{3}$

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện, ta có: $P(B | A_1) = \frac{C_5^2 C_{19}^8}{C_{24}^{10}} = \frac{195}{506};$

$$P(B | A_2) = \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} = \frac{315}{1012}$$

Ta có sơ đồ cây sau:



Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B | A_1) + P(A_2) \cdot P(B | A_2) = \frac{2}{3} \times \frac{195}{506} + \frac{1}{3} \times \frac{315}{1012} = \frac{365}{1012}$$

Suy ra xác suất bia được lấy thuộc loại I là: $P(A_1 | B) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{195}{506}}{\frac{365}{1012}} = \frac{52}{73} \approx 0,71$.