

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 0101

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 3), B(2; -2; -1)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(2; -1; 0)$. C. $(-2; -1; 0)$. D. $(2; 1; 0)$.

Câu 2. Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $\log(1000a)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $1000 + \log a$. B. $3 + \log a$. C. $3 \log a$. D. $1000 \log a$.

Câu 3. Một cửa hàng quần áo khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua quần áo cho trẻ em với mức giá nào (đơn vị: nghìn đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$	$[180; 210)$	$[210; 240)$	$[240; 270)$	$[270; 300)$
Số khách hàng	20	65	40	25	12	10	8	5

Khoảng $[a; b), (a, b \in \mathbb{R})$ chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Tính tổng $S = a + b$ được kết quả là

- A. 120. B. 90. C. 150. D. 210.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -2. C. -1. D. 2.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A. (BCD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (ACD) .

Câu 6. Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ n là $u_n = 3 + 5n$ thì công sai d bằng

- A. 5. B. -2. C. 8. D. 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; -1; 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với AB là

- A. $x - 3y - 2z + 13 = 0$. B. $x + 3y - 2z + 1 = 0$. C. $x - 3y - 2z + 11 = 0$. D. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 9. Có bao nhiêu nghiệm nguyên trong đoạn $[-8;8]$ của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq 3$.

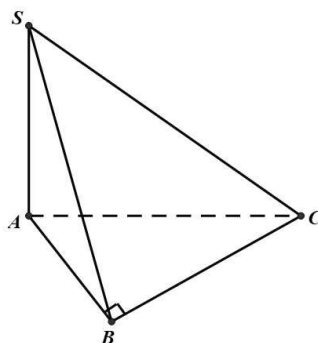
A. 9.

B. 8.

C. 10.

D. 16.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Biết $SA = AB = 4a, BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là



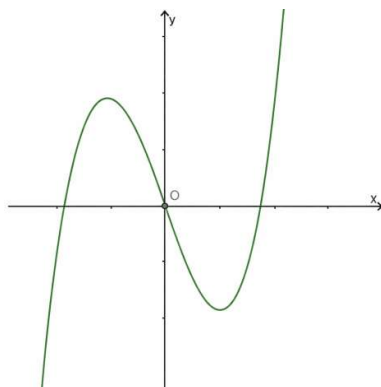
A. $4a^3$.

B. $8a^3$.

C. $16a^3$.

D. $24a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ và a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào sau đây là đúng



A. $a + d < 0$.

B. $ad < 0$.

C. $a + d > 0$.

D. $ad > 0$.

Câu 12. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ quanh trục Ox . Khi đó V bằng

A. $\pi \int_0^3 e^{2x} dx$.

B. $\int_0^3 e^{2x} dx$.

C. $\int_0^3 e^x dx$.

D. $\pi \int_0^3 e^x dx$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (3; 2; -6)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 2z - 3 = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 5.

c) Gọi α là góc giữa giá của $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) . Khi đó $\cos \alpha = \frac{4}{21}$.

d) Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) . Biết đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\vec{u}$. Khi đoạn MN đạt giá trị lớn nhất thì tọa độ $M(a; b; c)$ với $a - 2b + 3c = 4$.

Câu 2. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 3 + at$ (đơn vị m/s), với $a > 0$ và t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu chạy đà. Biết rằng sau 30 giây thì máy bay đạt vận tốc $280,8 \text{ km/h}$ và cất cánh.

- a) Khi bắt đầu chạy đà, vận tốc của máy bay là $10,8 \text{ km/h}$.
- b) Giá trị của a là 3.
- c) Trước khi cất cánh, máy bay đã chạy một quãng đường 1200 mét trên đường băng.
- d) Biết rằng máy bay có thể cất cánh nếu đạt vận tốc tối thiểu là 270 km/h . Sau khi chạy được 1150 mét trên đường băng, máy bay đã đủ điều kiện cất cánh.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Khi đó

- a) $y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x - 1)^2}; \forall x \neq 1$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = x + 3$.
- c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $6\sqrt{5}$.
- d) Gọi M là một điểm trên đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 18.

Câu 4. Một tổ cắt vải của một công ty may mặc có hai chiếc máy. Xác suất để máy thứ nhất, máy thứ hai hoạt động ổn định lần lượt là 0,95 và 0,98. Biết việc hoạt động ổn định hay không ổn định của hai chiếc máy là độc lập với nhau và tổ cắt vải hoạt động bình thường được khi ít nhất một máy hoạt động ổn định.

- a) Xác suất máy thứ nhất hoạt động không ổn định là 0,05.
- b) Xác suất chỉ có một máy hoạt động ổn định là 0,06.
- c) Xác suất cả hai máy đều không hoạt động ổn định là 0,01.
- d) Xác suất để tổ cắt vải hoạt động bình thường là 0,999.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (1,5 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với 1 km . Một máy bay đang ở vị trí $A(-506; -35; 8)$, chuyển động theo đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}(91; 75; 0)$ và bay theo hướng về phía đài kiểm soát không lưu. Máy bay sẽ được hiển thị trên màn hình ra-đa nếu nằm trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu không quá 417 km . Gọi M là vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra-đa. Thời gian máy bay di chuyển từ vị trí A đến M là bao nhiêu biết rằng vận tốc của máy bay là 800 km/h . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của phút)

Câu 2. Anh An có số vốn tự có là 1 tỷ đồng. Để mua một căn hộ chung cư tiềm năng, anh vay thêm ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất 10,5%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh dùng toàn bộ số tiền 2 tỷ đồng để mua căn hộ với đơn giá $40 \text{ triệu đồng/m}^2$. Sau đúng 2 năm đầu tư, giá chung cư khu vực đó tăng lên, anh bán lại với giá $52 \text{ triệu đồng/m}^2$. Ngay sau khi nhận tiền bán nhà, anh thực hiện tất toán toàn bộ khoản nợ (gốc và lãi) cho ngân hàng. Hỏi sau khi trừ đi các chi phí nợ vay, anh An còn lại số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng so với số vốn 1 tỷ đồng ban đầu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị triệu đồng).

Câu 3. Trong một kỳ thi bằng hình thức vấn đáp, ban tổ chức chuẩn bị một bộ câu hỏi gồm 12 câu hỏi khác nhau, mỗi câu được đựng trong một phong bì kín giống hệt nhau. Có ba thí sinh A, B và C cùng tham gia. Quy tắc chọn câu hỏi như sau: mỗi thí sinh lần lượt chọn ngẫu nhiên 4 phong bì từ bộ 12 câu hỏi đó để xác định phần thi của mình (sau khi mỗi thí sinh chọn xong, các câu hỏi được hoàn trả lại để thí sinh tiếp theo vẫn chọn từ bộ 12 câu ban đầu).

Biết rằng xác suất để xảy ra đồng thời hai điều kiện:

+ Có ít nhất một câu hỏi mà cả ba thí sinh A, B, C đều chọn giống nhau.

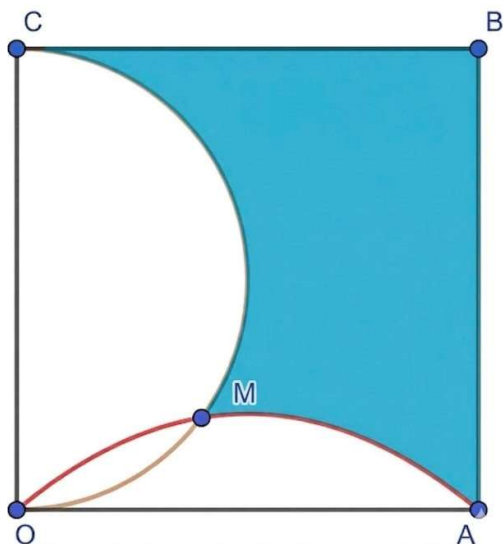
+ Tổng số câu hỏi khác nhau mà cả ba thí sinh đã chọn được là đúng 9 câu.

được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương). Tính giá trị của biểu thức:

$$S = a + b.$$

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB là bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 5. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Hãy tính diện tích phần cần phủ men sứ màu xanh để đơn vị sản xuất báo giá chính xác chi phí vật liệu. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Câu 6. Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số: $C(x) = 0,1x^2 + 100x + 20000$ (USD).

Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm.

Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

----- HẾT -----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0102

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.)**Câu 1.** Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A. (ABC) . B. (ACD) . C. (ABD) . D. (BCD) .

Câu 2. Một cửa hàng quần áo khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua quần áo cho trẻ em với mức giá nào (đơn vị: nghìn đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)	[180;210)	[210;240)	[240;270)	[270;300)
Số khách hàng	20	65	40	25	12	10	8	5

Khoảng $[a;b), (a, b \in \mathbb{R})$ chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Tính tổng $S = a + b$ được kết quả là

- A. 120. B. 150. C. 210. D. 90.

Câu 3. Có bao nhiêu nghiệm nguyên trong đoạn $[-8;8]$ của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq 3$.

- A. 9. B. 8. C. 16. D. 10.

Câu 4. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ quanh trục Ox . Khi đó V bằng

- A. $\int_0^3 e^x dx$. B. $\int_0^3 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^3 e^x dx$. D. $\pi \int_0^3 e^{2x} dx$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;3), B(2;-2;-1)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ là

- A. $(2;-1;0)$. B. $(-2;-1;0)$. C. $(2;1;0)$. D. $(2;-1;1)$.

Câu 6. Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $\log(1000a)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $1000 + \log a$. B. $1000 \log a$. C. $3 \log a$. D. $3 + \log a$.

Câu 7. Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ n là $u_n = 3 + 5n$ thì công sai d bằng

- A. 3. B. -2. C. 5. D. 8.

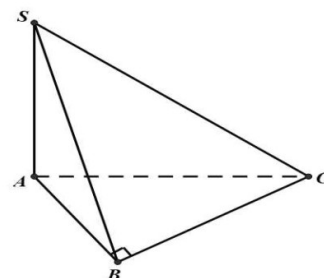
Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

- C. $S = \{ k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B .Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Biết $SA = AB = 4a, BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $24a^3$. B. $16a^3$.
C. $8a^3$. D. $4a^3$.



Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

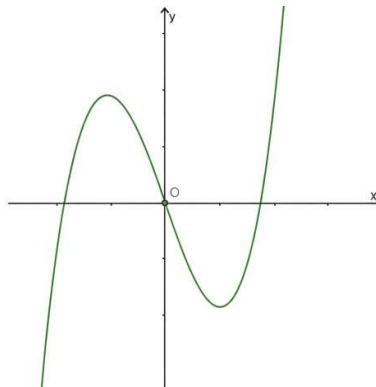
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;-1;1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với AB là

- A. $x-3y-2z+11=0$. B. $x-3y+2z-1=0$. C. $x-3y-2z+13=0$. D. $x+3y-2z+1=0$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ và a,b,c,d là các số thực. Khẳng định nào sau đây là đúng



- A. $a+d < 0$. B. $ad < 0$. C. $ad > 0$. D. $a+d > 0$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

Câu 1. Một tổ cắt vải của một công ty may mặc có hai chiếc máy. Xác suất để máy thứ nhất, máy thứ hai hoạt động ổn định lần lượt là 0,95 và 0,98. Biết việc hoạt động ổn định hay không ổn định của hai chiếc máy là độc lập với nhau và tổ cắt vải hoạt động bình thường được khi ít nhất một máy hoạt động ổn định.

- a) Xác suất máy thứ nhất hoạt động không ổn định là 0,05.
b) Xác suất chỉ có một máy hoạt động ổn định là 0,06.
c) Xác suất cả hai máy đều không hoạt động ổn định là 0,01.
d) Xác suất để tổ cắt vải hoạt động bình thường là 0,999.

Câu 2. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t)=3+at$ (đơn vị m/s), với $a>0$ và t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu chạy đà. Biết rằng sau 30 giây thì máy bay đạt vận tốc $280,8 km/h$ và cất cánh.

- a) Khi bắt đầu chạy đà, vận tốc của máy bay là $10,8 km/h$.
b) Giá trị của a là 3.
c) Trước khi cất cánh, máy bay đã chạy một quãng đường 1200 mét trên đường băng.
d) Biết rằng máy bay có thể cất cánh nếu đạt vận tốc tối thiểu là $270 km/h$. Sau khi chạy được 1150 mét trên đường băng, máy bay đã đủ điều kiện cất cánh.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Khi đó

a) $y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x - 1)^2}; \forall x \neq 1$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = x + 3$.

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $6\sqrt{5}$.

d) Gọi M là một điểm trên đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 18.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (3; 2; -6)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 2z - 3 = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$.

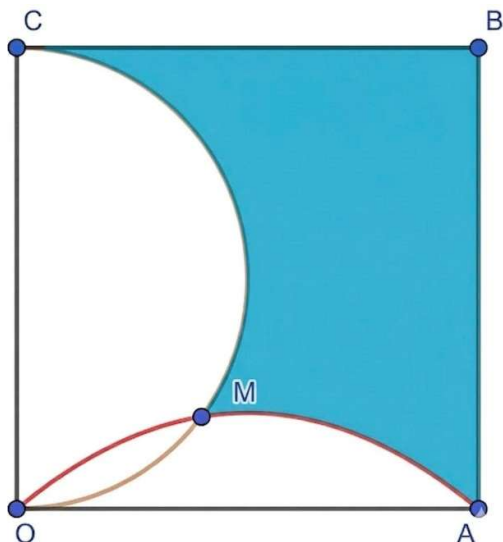
b) Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 5.

c) Gọi α là góc giữa giá của $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) . Khi đó $\cos \alpha = \frac{4}{21}$.

d) Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) . Biết đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\vec{u}$. Khi đoạn MN đạt giá trị lớn nhất thì tọa độ $M(a; b; c)$ với $a - 2b + 3c = 4$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (1,5 điểm). (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.)

Câu 1. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $20mm$. Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là $4mm$ và cách cạnh bên trái OC là $8mm$, cạnh vòm là một cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Hãy tính diện tích phần cần phủ men sứ màu xanh để đơn vị sản xuất báo giá chính xác chi phí vật liệu. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Câu 2. Trong một kỳ thi bằng hình thức vấn đáp, ban tổ chức chuẩn bị một bộ câu hỏi gồm 12 câu hỏi khác nhau, mỗi câu được đựng trong một phong bì kín giống hệt nhau. Có ba thí sinh A, B và C cùng tham gia. Quy tắc chọn câu hỏi như sau: mỗi thí sinh lần lượt chọn ngẫu nhiên 4 phong bì từ bộ 12 câu hỏi đó để xác định phần thi của mình (sau khi mỗi thí sinh chọn xong, các câu hỏi được hoàn trả lại để thí sinh tiếp theo vẫn chọn từ bộ 12 câu ban đầu).

Biết rằng xác suất để xảy ra đồng thời hai điều kiện:

- + Có ít nhất một câu hỏi mà cả ba thí sinh A, B, C đều chọn giống nhau.
- + Tổng số câu hỏi khác nhau mà cả ba thí sinh đã chọn được là đúng 9 câu.

được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương). Tính giá trị của biểu thức:

$$S = a + b.$$

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB là bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4. Anh An có số vốn tự có là 1 tỷ đồng. Để mua một căn hộ chung cư tiềm năng, anh vay thêm ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất 10,5%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh dùng toàn bộ số tiền 2 tỷ đồng để mua căn hộ với đơn giá 40 triệu đồng/ m^2 . Sau đúng 2 năm đầu tư, giá chung cư khu vực đó tăng lên, anh bán lại với giá 52 triệu đồng/ m^2 . Ngay sau khi nhận tiền bán nhà, anh thực hiện tất toán toàn bộ khoản nợ (gốc và lãi) cho ngân hàng. Hỏi sau khi trừ đi các chi phí nợ vay, anh An còn lại số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng so với số vốn 1 tỷ đồng ban đầu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị triệu đồng).

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với 1 km . Một máy bay đang ở vị trí $A(-506; -35; 8)$, chuyển động theo đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}(91; 75; 0)$ và bay theo hướng về phía đài kiểm soát không lưu. Máy bay sẽ được hiển thị trên màn hình ra-đa nếu nằm trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu không quá 417 km . Gọi M là vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra-đa. Thời gian máy bay di chuyển từ vị trí A đến M là bao nhiêu biết rằng vận tốc của máy bay là 800 km/h . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của phút)

Câu 6. Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số: $C(x) = 0,1x^2 + 100x + 20000$ (USD).

Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm.

Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

----- HẾT -----

PHẦN I. 3 điểm

Phần II. 4 điểm

Phần III. 3 điểm

Đề câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0000	A	A	B	D	C	D	C	D	C	A	A	A							
0101	B	B	D	A	A	A	C	A	A	B	C	A							
0102	D	C	A	D	A	D	C	D	C	A	A	D							
0103	B	A	C	D	A	B	B	C	A	B	C	D							
0104	B	A	B	D	C	B	A	D	A	A	B	C							
0105	C	D	D	B	B	D	D	B	D	A	D	C							
0106	B	A	B	D	B	A	B	D	D	D	D	A							
0107	D	C	A	D	B	A	D	A	A	C	B	D							
0108	A	A	D	B	C	C	D	A	C	A	A	B							

[illegible]

1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c
S	D	D	D	S	S	D	D	S	S	D	S	D	S	S							
D	S	S	D	S	S	D	D	S	D	D	D	S	S	D							
S	S	D	D	S	S	D	D	S	D	D	S	D	S	S							
S	S	D	D	S	D	D	S	D	S	S	D	S	S	D							
S	S	D	D	S	S	D	S	D	S	S	D	S	D	D							
S	S	D	D	S	S	D	D	S	D	D	S	D	S	S							
S	D	D	S	D	S	S	D	S	S	D	D	S	S	D							
S	S	D	S	D	S	S	D	S	D	D	D	S	S	D							
S	S	D	D	S	D	D	D	S	S	D	S	D	S	S							

6d	7a	7b	7c	7d	8a	8b	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
									1375.	197.	5893.	2,6.	9.	379.		
									9.	379.	5893.	2,6.	197.	1375.		
									197.	5893.	2,6.	379.	9.	1375.		
									9.	197.	379.	1375.	2,6.	5893.		
									197.	379.	9.	5893.	2,6.	1375.		
									1375.	2,6.	5893.	197.	9.	379.		
									1375.	5893.	2,6.	197.	379.	9.		
									5893.	9.	197.	1375.	379.	2,6.		
									379.	197.	5893.	1375.	9.	2,6.		

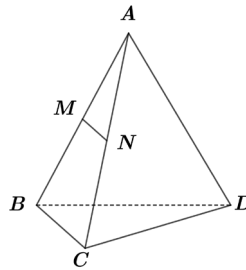
HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh trả lời một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A. (ACD) . B. (ABD) . C. (ABC) . **D. (BCD) .**

Lời giải



Xét tam giác ABC , ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC , suy ra $MN \parallel BC$.

Mà $BC \subset (BCD)$ và $MN \not\subset (BCD)$.

Vậy $MN \parallel (BCD)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2 . **C. 3.** D. -1 .

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;3), B(2;-2;-1)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ là

- A. $(2;-1;0)$.** B. $(-2;-1;0)$. C. $(2;1;0)$. D. $(2;-1;1)$.

Lời giải

$$x_M = \frac{x_A + 3x_B}{1+3} = \frac{2+3 \cdot 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + 3y_B}{1+3} = \frac{2+3 \cdot (-2)}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$z_M = \frac{z_A + 3.z_B}{1+3} = \frac{3+3.(-1)}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Vậy tọa độ điểm $M(2; -1; 0)$.

Câu 4: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ quanh trục Ox . Khi đó V bằng

A. $\int_0^3 e^{2x} dx$.

B. $\int_0^3 e^x dx$.

C. $\pi \int_0^3 e^x dx$.

D. $\pi \int_0^3 e^{2x} dx$.

Lời giải

$$V = \pi \int_0^3 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^3 e^{2x} dx.$$

Câu 5: Có bao nhiêu nghiệm nguyên trong đoạn $[-8; 8]$ của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq 3$.

A. 8.

B. 9.

C. 16.

D. 10.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \leq 3 \Leftrightarrow 3^{-(x-1)} \leq 3 \Leftrightarrow -x+1 \leq 1 \Leftrightarrow x \geq 0.$$

Kết hợp với điều kiện đề bài là $x \in \mathbb{Z}$ và $x \in [-8; 8]$, ta suy ra $x \in \{0; 1; 2; \dots; 8\}$.

Số nghiệm nguyên trong đoạn $[-8; 8]$ là: 9.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = 4a$, $BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

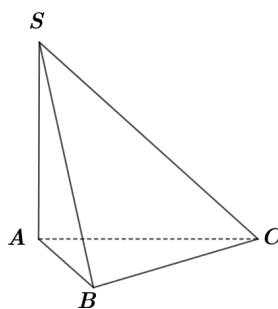
A. $8a^3$.

B. $4a^3$.

C. $16a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải



$$V = \frac{1}{3} . S_{ABC} . SA = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} . AB . BC . SA = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} . 4a . 3a . 4a = 8a^3.$$

Câu 7: Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $\log(1000a)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $1000 \log a$.

B. $3 \log a$.

C. $1000 + \log a$.

D. $3 + \log a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log(1000a) = \log 1000 + \log a = 3 + \log a.$$

Câu 8: Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ n là $u_n = 3 + 5n$ thì công sai d bằng

A. 5.

B. 3.

C. -2.

D. 8

Lời giải

Ta có $d = u_{n+1} - u_n = [3 + 5(n+1)] - (3 + 5n) = 5$, với mọi n .

Câu 9: Một cửa hàng quần áo khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua quần áo cho trẻ em với mức nào (đơn vị: nghìn đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)	[180;210)	[210;240)	[240;270)	[270;300)
Số khách hàng	20	65	40	25	12	10	8	5

Khoảng $[a;b), (a, b \in \mathbb{R})$ chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 210.

B. 90.

C. 150.

D. 120

Lời giải

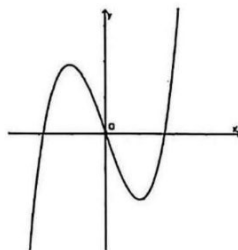
Cỡ mẫu $n = 20 + 65 + 40 + 25 + 12 + 10 + 8 + 5 = 185$

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{185}{4} = 46,25$

Vậy tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm $[90;120)$.

Vậy $a = 90, b = 120 \Rightarrow a + b = 210$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào sau đây đúng



A. $ad > 0$.

B. $a + d < 0$.

C. $a + d > 0$.

D. $ad < 0$.

Lời giải

Nhánh phải đi lên, do đó $a > 0$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $d = 0$.

Vậy A sai, B sai, D sai, C đúng.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;-1;1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với AB là

A. $x - 3y - 2z + 13 = 0$.

B. $x - 3y - 2z + 11 = 0$.

C. $x - 3y + 2z - 11 = 0$.

D. $x + 3y - 2z + 1 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng cần tìm: $\begin{cases} \text{Qua } A(1;2;3) \\ VTPT \overrightarrow{AB} = (1;-3;-2) \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng $1(x-1) - 3(y-2) - 2(z-3) = 0$

Hay $x - 3y - 2z + 11 = 0$.

Câu 12: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là

- A. $S = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
B. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một tổ cắt vải của một công ty may mặc có hai chiếc máy. Xác suất để máy thứ nhất, máy thứ hai hoạt động ổn định lần lượt là 0,95 và 0,98. Biết việc hoạt động ổn định hay không ổn định của hai chiếc máy là độc lập với nhau và tổ cắt vải hoạt động bình thường được khi ít nhất một máy hoạt động ổn định.

- a) Xác suất máy thứ nhất hoạt động không ổn định là 0,05.
b) Xác suất chỉ có một máy hoạt động ổn định là 0,06.
c) Xác suất cả hai máy đều không hoạt động ổn định là 0,01.
d) Xác suất để tổ cắt vải hoạt động bình thường là 0,999.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố “Máy thứ nhất hoạt động ổn định”, ta có $P(A_1) = 0,95$.

Gọi A_2 là biến cố “Máy thứ hai hoạt động ổn định”, ta có $P(A_2) = 0,98$.

Vì hai máy hoạt động độc lập nên các biến cố A_1, A_2 độc lập với nhau.

a) Đúng.

Xác suất máy thứ nhất hoạt động không ổn định là: $P(\overline{A_1}) = 1 - P(A_1) = 1 - 0,95 = 0,05$.

b) Sai.

Xác suất chỉ có một máy hoạt động ổn định là

$$P(A_1 \overline{A_2}) + P(\overline{A_1} A_2) = 0,95 \cdot (1 - 0,98) + (1 - 0,95) \cdot 0,98 = 0,068.$$

c) Sai.

Xác suất cả hai máy đều không hoạt động ổn định là

$$P(\overline{A_1} \overline{A_2}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 0,05 \cdot 0,02 = 0,001.$$

d) Đúng.

Xác suất để tổ cắt vải hoạt động bình thường (ít nhất một máy hoạt động ổn định) là biến cố đối của biến cố cả hai máy đều không hoạt động ổn định:

$$1 - P(\overline{A_1} \overline{A_2}) = 1 - 0,001 = 0,999.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (3; 2; -6)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 10 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 2z - 3 = 0$.

- a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$.
b) Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 5.
c) Gọi α là góc giữa giá của $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) . Khi đó $\cos \alpha = \frac{4}{21}$.
d) Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) . Biết đường thẳng MN có vector chỉ phương là $\vec{u}$. Khi đoạn MN đạt giá trị lớn nhất thì tọa độ $M(a; b; c)$ với $a - 2b + 3c = 4$.

Lời giải

a) Sai.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2} = 3$.

b) Đúng.

$$\text{Ta có: } d(I, (P)) = \frac{|2(-2) + 2(-1) + 1 - 10|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|-15|}{3} = 5.$$

c) Sai.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + (-6) \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{7 \cdot 3} = \frac{4}{21}.$$

$$\text{Suy ra: } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{21}\right)^2} = \frac{5\sqrt{17}}{21}.$$

d) Sai.

Đường thẳng MN có vector chỉ phương $\vec{u}$, suy ra góc giữa MN và (P) là α .

Ta có: $d(M, (P)) = MN \cdot \sin \alpha \Rightarrow MN = \frac{d(M, (P))}{\sin \alpha}$. Vì $\sin \alpha$ không đổi nên MN đạt giá trị lớn nhất khi $d(M, (P))$ lớn nhất.

Do $d(I, (P)) = 5 > R = 3$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

Khoảng cách từ $M \in (S)$ đến (P) lớn nhất bằng $d(I, (P)) + R = 5 + 3 = 8$.

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của đường thẳng qua I vuông góc với (P) và mặt cầu (S) , đồng thời M nằm khác phía với (P) so với I .

$$\text{Đường thẳng } d \text{ qua } I \text{ vuông góc với } (P) \text{ có phương trình tham số } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Thay vào phương trình mặt cầu (S) ta được $(2t)^2 + (2t)^2 + t^2 = 9 \Leftrightarrow 9t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow M_1(0; 1; 2) \Rightarrow d(M_1, (P)) = \frac{|2(0) + 2(1) + 2 - 10|}{3} = 2.$$

$$\text{Với } t = -1 \Rightarrow M_2(-4; -3; 0) \Rightarrow d(M_2, (P)) = \frac{|2(-4) + 2(-3) + 0 - 10|}{3} = 8.$$

Vậy $M(-4; -3; 0)$ là điểm cần tìm. Suy ra $a = -4, b = -3, c = 0$.

Khi đó $a - 2b + 3c = -4 - 2(-3) + 3(0) = 2 \neq 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Khi đó

$$\text{a) } y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1.$$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = x + 3$.

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) bằng $6\sqrt{5}$.

d) [Gọi M là một điểm trên đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 18.

Lời giải

a) Đúng

Điều kiện xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Với } x \neq 1, \text{ ta có } y' = \frac{(2x+3)(x-1) - (x^2+3x+5)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-8}{(x-1)^2} = 1 - \frac{9}{(x-1)^2}.$$

Vậy **a)** đúng

b) SAI

$$\text{Ta có } y = \frac{x^2+3x+5}{x-1} = x+4 + \frac{9}{x-1}.$$

$$\text{Ta thấy } \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x+4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9}{x-1} \right) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x+4)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{9}{x-1} \right) = 0.$$

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = x + 4$.

Vậy **b)** sai.

c) ĐÚNG

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x-8}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2-2x-8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Với $x = 4$ thì $y(4) = 11$. Suy ra $A(4; 11)$.

Với $x = -2$ thì $y(-2) = -1$. Suy ra $B(-2; -1)$.

$$\text{Khi đó } AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-11)^2} = 6\sqrt{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) bằng $6\sqrt{5}$.

Vậy **c)** đúng.

d) ĐÚNG

$$\text{Vì } M \in (C): y = x + 4 + \frac{9}{x-1} \Rightarrow M \left(m; m + 4 + \frac{9}{m-1} \right).$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M là

$$y = y'(m)(x-m) + m + 4 + \frac{9}{m-1} = \left[1 - \frac{9}{(m-1)^2} \right] (x-m) + m + 4 + \frac{9}{m-1}.$$

* Giao điểm giữa đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x + 4$ là điểm $I(1; 5)$.

$$\text{* Với } x = 1 \text{ thì } y(1) = \left[1 - \frac{9}{(m-1)^2} \right] (1-m) + m + 4 + \frac{9}{m-1} = 5 + \frac{18}{m-1}.$$

Vậy giao điểm giữa đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M là

$$E \left(1; 5 + \frac{18}{m-1} \right).$$

* Giao điểm giữa đường tiệm cận xiên $y = x + 4$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M là F .

Khi đó M là trung điểm của EF . Ta có $x_F = 2x_M - x_A = 2m - 1 \Rightarrow y_F = 2m - 1 + 4 = 2m + 3$.

Vậy $F(2m-1; 2m+3)$.

Ta có $\overrightarrow{IE} = \left(0; \frac{18}{m-1}\right)$, $\overrightarrow{IF} = (2m-2; 2m-2)$.

Vậy $S_{IEF} = \frac{1}{2} \left| 0 \cdot (2m-2) + (2m-2) \cdot \frac{18}{m-1} \right| = 18$ (đvdt).

Vậy **d)** đúng.

Câu 4: Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 3 + at$ (đơn vị m/s), với $a > 0$ và t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu chạy đà. Biết rằng sau 30 giây thì máy bay đạt vận tốc $280,8 \text{ km/h}$ và cất cánh.

a) Khi bắt đầu chạy đà, vận tốc của máy bay là $10,8 \text{ km/h}$.

b) Giá trị của a là 3.

c) Trước khi cất cánh, máy bay đã chạy một quãng đường 1200 m trên đường băng.

d) Biết rằng máy bay có thể cất cánh nếu đạt vận tốc tối thiểu là 270 km/h . Sau khi chạy được 1150 m trên đường băng, máy bay đã đủ điều kiện cất cánh.

Lời giải

a) ĐÚNG

Khi bắt đầu chạy đà, vận tốc của máy bay là $v(0) = 3 + a \cdot 0 = 3 \text{ m/s} = 10,8 \text{ km/h}$.

Vậy **a)** đúng.

b) SAI

Sau 30 giây thì máy bay đạt vận tốc $280,8 \text{ km/h} = 78 \text{ m/s}$ nên

$$v(30) = 3 + 30a = 78 \Leftrightarrow a = 2,5.$$

Vậy **b)** sai.

c) SAI

Trước khi cất cánh, máy bay đã chạy một quãng đường là $\int_0^{30} v(t) dt = \int_0^{30} (3 + 2,5t) dt = 1215 \text{ m}$.

Vậy **c)** sai.

d) ĐÚNG

Máy bay có thể cất cánh nếu đạt vận tốc tối thiểu là $270 \text{ km/h} = 75 \text{ m/s}$.

$$\text{Khi đó, } 3 + 2,5t = 75 \Leftrightarrow t = 28,8.$$

Thời gian để máy bay có thể cất cánh là 28,8 giây.

Khi đó quãng đường tối thiểu máy bay đi được là

$$\int_0^{28,8} v(t) dt = \int_0^{28,8} (3 + 2,5t) dt = 1123,2 \text{ m} < 1150 \text{ m}.$$

Vậy **d)** đúng.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong một kỳ thi bằng hình thức vấn đáp, ban tổ chức chuẩn bị một bộ câu hỏi gồm 12 câu hỏi khác nhau, mỗi câu được đựng trong một phong bì kín giống hệt nhau. Có ba thí sinh A, B và C cùng tham gia. Quy tắc chọn câu hỏi như sau: mỗi thí sinh lần lượt chọn ngẫu nhiên 4 phong bì

từ bộ 12 câu hỏi đó để xác định phần thi của mình (sau khi mỗi thí sinh chọn xong, các câu hỏi được hoàn trả lại để thí sinh tiếp theo vẫn chọn từ bộ 12 câu ban đầu).

Biết rằng xác suất để xảy ra đồng thời hai điều kiện:

+ Có ít nhất một câu hỏi mà cả ba thí sinh A, B, C đều chọn giống nhau.

+ Tổng số câu hỏi khác nhau mà cả ba thí sinh đã chọn được là đúng 9 câu.

được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương). Tính giá trị của biểu

thức: $S = a + b$.

Lời giải

Đáp số: 5893

Ta có: $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_{12}^4 \cdot C_{12}^4 = 121287375$.

Gọi E là biến cố cần tìm

Vì E thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên ta suy ra

+ Có đúng 1 câu xuất hiện 3 lần

+ Có đúng 1 câu xuất hiện 2 lần

+ 7 câu còn lại đều xuất hiện mỗi câu 1 lần

Chọn 1 câu trong 12 câu để cả 3 thí sinh đều chọn có 12 cách

Trong 11 câu còn lại chọn 1 câu để phân cho 2 trong 3 bạn có $11 \cdot C_3^2$ cách

Tiếp theo 1 bạn chọn 2 trong 10 câu còn lại có C_{10}^2 cách

Bạn thứ 2 chọn 2 trong 8 câu còn lại có C_8^2 cách

Bạn thứ 3 chọn 3 trong 6 câu còn lại có C_6^3 cách.

Do đó $n(E) = 12 \cdot 11 \cdot C_3^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 = 9979200$

Suy ra $P(E) = \frac{9979200}{121287375} = \frac{448}{5445}$.

Vậy $S = a + b = 448 + 5445 = 5893$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với $1km$. Một máy bay đang ở vị trí $A(-506;-35;8)$, chuyển động theo đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}(91;75;0)$ và bay theo hướng về phía đài kiểm soát không lưu. Máy bay sẽ được hiển thị trên màn hình ra-đa nếu nằm trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu không quá $417km$. Gọi M là vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra-đa. Thời gian máy bay di chuyển từ vị trí A đến M là bao nhiêu biết rằng vận tốc của máy bay là $800 km/h$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của phút)?

Lời giải

Đáp số: 9

Máy bay xuất phát từ $A(-506;-35;8)$ và bay theo đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (91;75;0)$ nên phương trình tham số của đường thẳng biểu diễn quỹ đạo máy bay là:

$$\begin{cases} x = -506 + 91t \\ y = -35 + 75t \\ z = 8 \end{cases} \quad (\text{Với } t > 0 \text{ do máy bay đang tiến về phía đài kiểm soát không lưu theo hướng của } \vec{u}).$$

Giả sử M là vị trí đầu tiên máy bay bị phát hiện. Khi đó M thuộc Δ nên tọa độ của M có dạng: $M(-506 + 91t; -35 + 75t; 8)$.

Đài kiểm soát không lưu đặt tại $O(0;0;0)$. Máy bay bắt đầu xuất hiện trên ra-đa khi khoảng cách từ nó đến O vừa đúng bằng ranh giới quét là 417 km.

$$OM = 417 \Leftrightarrow (-506 + 91t)^2 + (-35 + 75t)^2 + 8^2 = 417^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}$$

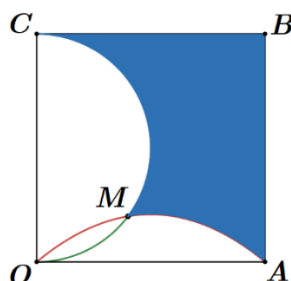
- $t = 1$ tương ứng với thời điểm máy bay bắt đầu bay vào vùng phủ sóng của ra-đa.
- $t = 6$ tương ứng với thời điểm máy bay bay ra khỏi vùng phủ sóng của ra-đa (ở phía đối diện).

So sánh độ dài AM nhỏ hơn, ta chọn $t = 1$. Quãng đường máy bay đã di chuyển từ A đến M là: $AM = \sqrt{91^2 + 75^2 + 0^2} = \sqrt{8281 + 5625} = \sqrt{13906} \approx 117.92$ (km)

Với vận tốc máy bay $v = 800$ km/h, thời gian bay là $T = \frac{\sqrt{13906}}{800}$ (giờ).

Làm tròn đến hàng đơn vị của phút ta được 9 phút.

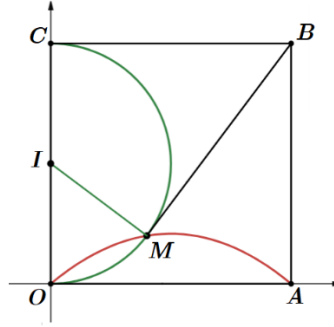
Câu 3: Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $20mm$. Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là $4mm$ và cách cạnh bên trái OC là $8mm$, cạnh vòm là một cung tròn đi qua ba điểm O , M , C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O , M , A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa.



Hãy tính diện tích phần cần phủ men sứ màu xanh để đơn vị sản xuất báo giá chính xác chi phí vật liệu. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).

Lời giải

Đáp số: 197



Ta chọn $OC \equiv Oy$ và $OA \equiv Ox$, khi đó $A(20;0)$, $B(20;20)$, $C(0;20)$ và $M(8;4)$.

Ta có: $\overrightarrow{MC} = (8; -16)$, $\overrightarrow{MO} = (-8; -4)$. Do $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MO} = 0$ nên tam giác COM vuông tại M hay tam giác COM nội tiếp đường tròn (C) tâm $I(0;10)$ là trung điểm CO và $R = \frac{CO}{2} = 10$.

$$\Rightarrow (C): x^2 + (y - 10)^2 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100 - (y - 10)^2}.$$

Gọi (P) là parabol qua ba điểm $O(0;0)$, $M(8;4)$, $A(20;0)$. Khi đó: $(P): y = kx(x - 20)$.

$$\text{Mà } (P) \text{ qua } M(8;4) \Rightarrow 4 = k \cdot 8 \cdot (8 - 20) \Rightarrow k = \frac{-1}{24} \Rightarrow (P): y = \frac{-1}{24}x(x - 20).$$

Ta có: $\overrightarrow{MI} = (8; -6)$, $\overrightarrow{MB} = (-12; -16) \Rightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ nên MB là tiếp tuyến của (C) , khi đó:

$$\begin{aligned} S &= S_{ABCD} - \int_4^{20} \sqrt{100 - (y - 10)^2} dy - \int_8^{20} \frac{-1}{24}x(x - 20) dx - x_M \cdot y_M. \\ &= 20^2 - \int_4^{20} \sqrt{100 - (y - 10)^2} dy - \int_8^{20} \frac{-1}{24}x(x - 20) dx - 8 \cdot 4 \approx 197 (mm^2). \end{aligned}$$

Câu 4: Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số: $C(x) = 0,1x^2 + 100x + 20000(USD)$.

Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm.

Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 1375

Theo đề bài, ta có:

$$\text{Hàm doanh thu: } D(x) = 1000 \cdot 650 + (x - 1000) \cdot 450$$

$$\text{Hàm thuế } T(x) = (x - 1000)t.$$

Khi đó hàm lợi nhuận là

$$L(x) = D(x) - C(x) - T(x)$$

$$\begin{aligned}
&= 1000 \cdot 650 + (x - 1000) \cdot 450 - (0,1x^2 + 100x + 20000) - (x - 1000)t \\
&= -0,1x^2 + (350 - t)x + 180000 + 1000t.
\end{aligned}$$

Khi lợi nhuận càng lớn thì số tiền thuế sẽ càng lớn, nên ta cần tìm điều kiện để lợi nhuận lớn nhất và ta thấy được lợi nhuận lớn nhất khi $x = \frac{350 - t}{2(-0,1)} = 1750 - 5t$.

Khi đó, số tiền thuế phải nộp cho cơ quan thuế là $(x - 1000)t = (1750 - 5t - 1000)t$.

Xét hàm số $g(t) = (1750 - 5t - 1000)t = (750 - 5t)t = -5t^2 + 750t \Rightarrow \max g(t) = g(75)$.

Vậy giá trị t cần tìm là 75 và số sản phẩm cần sản xuất là $x = 1375$.

Câu 5: Anh An có số vốn tự có là 1 tỷ đồng. Để mua một căn hộ chung cư tiềm năng, anh vay thêm ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất 10,5%/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh dùng toàn bộ số tiền 2 tỷ đồng để mua căn hộ với đơn giá 40 triệu đồng/m². Sau đúng 2 năm đầu tư, giá chung cư khu vực đó tăng lên, anh bán lại với giá 52 triệu đồng/m². Ngay sau khi nhận tiền bán nhà, anh thực hiện tất toán toàn bộ khoản nợ (gốc và lãi) cho ngân hàng. Hỏi sau khi trừ đi các chi phí nợ vay, anh An còn lại số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng so với số vốn 1 tỷ đồng ban đầu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Đáp số: 379

Số tiền anh An phải trả cho ngân hàng sau 2 năm là

$$N_2 = N_0(1 + r)^2 = 1000(1 + 10,5\%)^2 = 1221,025 \text{ (triệu đồng)}.$$

Diện tích căn hộ đã mua là $S = \frac{2000}{40} = 50 \text{ (m}^2\text{)}.$

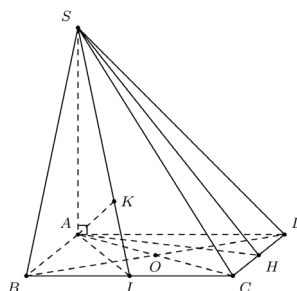
Sau đúng 2 năm đầu tư, giá chung cư khu vực đó tăng lên, anh bán lại với giá 50.52 = 2600 (triệu đồng).

Sau khi trừ đi các chi phí nợ vay, anh An còn lại số tiền lãi so với số vốn 1 tỷ đồng ban đầu là 2600 - 1000 - 1221,025 ≈ 379 (triệu đồng).

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = 3\sqrt{3}$ cm và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB là bao nhiêu cm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp số: 2,6



Do $\begin{cases} AB = AC \\ \widehat{ABC} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều.}$

Gọi O, H, I lần lượt là trung điểm AC, CD và BC . Suy ra $AH \perp CD$ và $AI \perp BC$.
Do $A'A = A'B = A'C$ nên $A'H \perp (ABC)$.

Vậy $[S, CD, B] = [S, CD, A] = \widehat{SHA} = 60^\circ$.

Trong ΔSAH vuông tại A ta có $\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} \Rightarrow AH = \frac{SA}{\tan \widehat{SHA}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3 = AI$.

Trong (SAI) , kẻ $AK \perp SI$ (1) với $K \in SI$.

Khi đó $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AK \perp (SBC)$.

Do $AD \parallel BC$ nên ta có $d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AK$.

Trong ΔSAI vuông tại A ta có $AK = \frac{SA \cdot AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 3}{\sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6$.