

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 5)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -3. D. 3.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x-3)$ là

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = [3; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $D = (-\infty; 3)$.

Câu 6. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (SAC)$. B. $AB \perp (SBC)$. C. $AB \perp (SCD)$. D. $AB \perp (SAD)$.

Câu 8. Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. π .

Câu 9. Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng -1 và công sai bằng 3. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. 550. B. 1100. C. -550. D. 55.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k \overrightarrow{DG}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 11. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 8$. D. $S = 6$.

Câu 12. Khi thống kê điểm môn toán của 30 học sinh lớp 11, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được trình bày ở bảng sau:

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[2; 4)$ B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10]$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1 + \sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0; 0)$.

Câu 2. Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

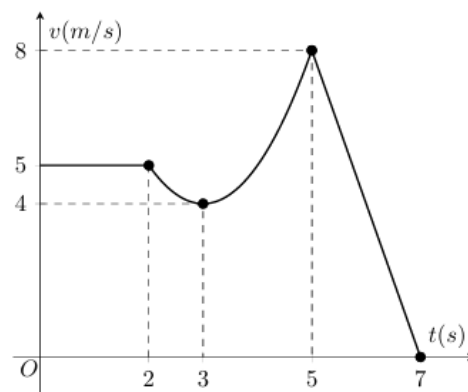
a) Sau 2 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 90,25%.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.

c) Sau 5 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.

d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

Câu 3. Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0;2],[5;7]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2;5]$ nó có dạng đường parabol.

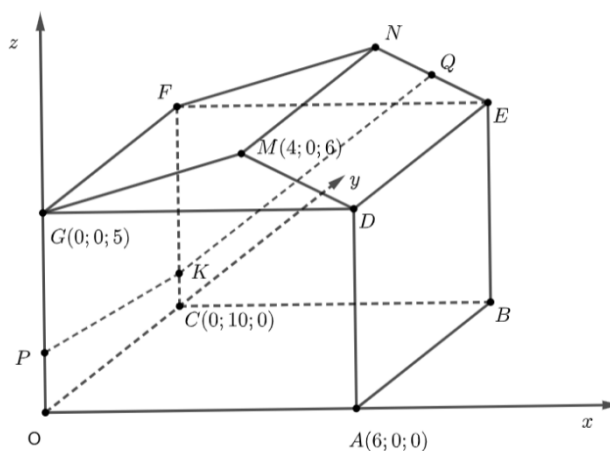


- Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s)
- Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ là $v(4) = 4,5$ (m/s)
- Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 3$ đến $t = 7$ bằng 18 m (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 7$ là 4,6 (m/s)

Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMGC.BENF$ có $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG

sao cho $OP = \frac{1}{5}OG$ và Q là trung điểm của

NE . Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị dài trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(6;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;5)$; $M(4;0;6)$ (tham khảo hình vẽ).



- Toạ độ của N là $(4;10;6)$.
- Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) lớn hơn 3 m.
- Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ lớn 30° .
- Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 15 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản có giá trị kinh tế bền vững. Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp giảm 1,5 tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án

không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tấn chỉ từ dự án A và y tấn chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của y là bao nhiêu?

Câu 2. Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số lẻ, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

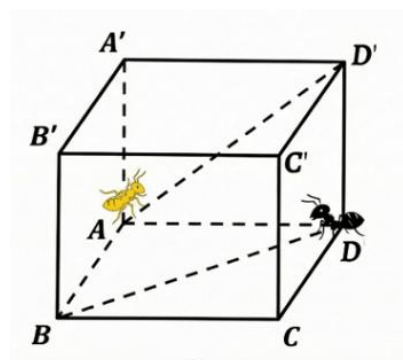
Câu 3. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Thể tích khối chóp $A.BCC'B$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1000}{(1+0,2t)^2}$ (con/ngày),

$t \geq 0$. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 5. Cho tập $S = \{1;2;...;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S . Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $b - a$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 30 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- Hết -----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; -5)$. B. $\vec{n} = (3; 1; 5)$. C. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 1; -2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -3. D. 4.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-5)$ là

- A. $D = (5; +\infty)$. B. $D = [5; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. D. $D = (-\infty; 5)$.

Câu 6: Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và b ?

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 7. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình vuông, SM vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \perp (SMP)$. B. $MN \perp (SNP)$. C. $MP \perp (SNQ)$. D. $NQ \perp (SMP)$.

Câu 8. Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ bằng

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{6}$. C. π . D. $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 9. Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25 và công sai bằng -3. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. -820. B. 820. C. -70. D. 70.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 3$. C. $k = 2$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 11. Biết $\int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = a - b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 27$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 8$. D. $S = 6$.

Câu 12. Khi thống kê điểm môn toán của 30 học sinh lớp 11, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

- A. $[2; 4)$ B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10]$

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 + \sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0; 0)$.

Câu 2 : Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

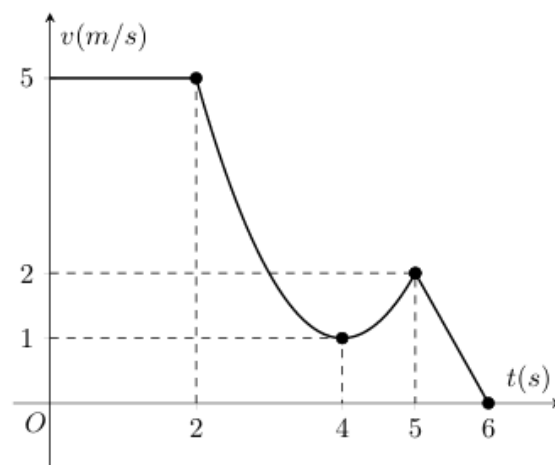
a) Sau 3 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 85,7375%.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.

c) Sau 6 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.

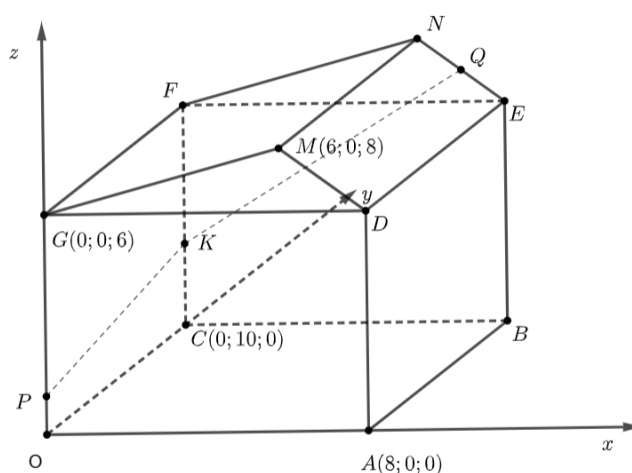
d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

Câu 3. Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0;2],[5;6]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2;5]$ nó có dạng đường parabol.



- Vận tốc của vật tại thời điểm $t=1$ là $v(1)=5$ (m/s).
- Vận tốc của vật tại thời điểm $t=3$ là $v(3)=2$ (m/s).
- Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=4$ bằng 13 m (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t=2$ đến $t=6$ là 1,75 (m/s)

Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMGC.BENF$ với $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG sao cho $OP = \frac{1}{6}OG$ và Q là trung điểm của NE . Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị đại trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(8;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;6)$; $M(6;0;8)$.



- Toạ độ của N là $(6;10;8)$.
- Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) bé hơn 5 m.
- Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ bằng 45° .
- Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 17 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

PHẦN III: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản có giá trị kinh tế bền vững. Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp

giảm 1,5 tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tín chỉ từ dự án A và y tín chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của x là bao nhiêu?

Câu 2: Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số chẵn, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

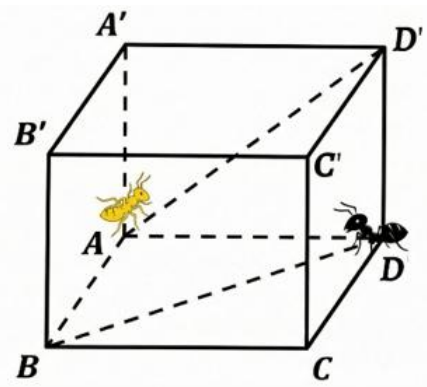
Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 5. Thể tích khối chóp $A.BCC'B$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1200}{(1 + 0,2t)^2}$ (con/

ngày), $t \geq 0$. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 400 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3900 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lý và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 5. Cho tập $S = \{1;2;...;18\}$ gồm 18 số tự nhiên từ 1 đến 18. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S . Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D, kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B' với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- Hết -----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 0103

PHẦN I: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -3. D. 3.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x - 3)$ là:

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = [3; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $D = (-\infty; 3)$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (3; -1; 5)$. C. $\vec{n} = (-3; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = k\vec{DG}$

- A. $k = 3$. B. $k = 2$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 8$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 6$.

Câu 9. Khi thống kê điểm môn toán của 30 học sinh lớp 11, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được trình bày ở bảng sau:

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[2; 4)$ B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10]$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (SAC)$. B. $AB \perp (SBC)$. C. $AB \perp (SCD)$. D. $AB \perp (SAD)$.

Câu 11. Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng

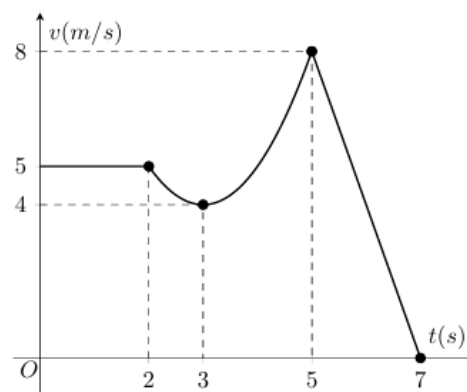
- A. 2π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. π . D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 12. Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng -1 và công sai bằng 3. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. 550. B. 1100. C. -550. D. 55.

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0; 2], [5; 7]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2; 5]$ nó có dạng đường parabol.



a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s)

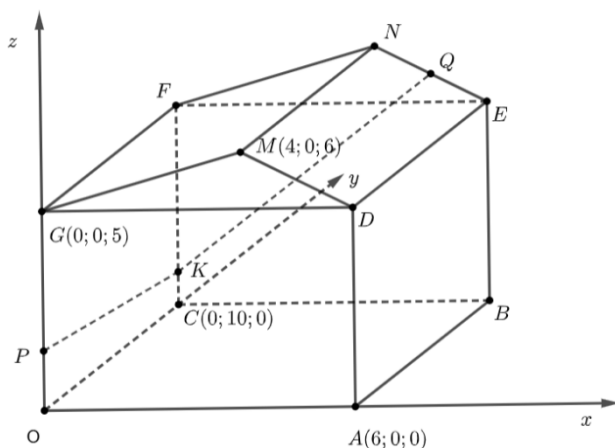
b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ là $v(4) = 4,5$ (m/s)

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 3$ đến $t = 7$ bằng 18 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 7$ là 4,6 (m/s)

Câu 2. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMGC.CBENF$ có $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG sao cho $OP = \frac{1}{5}OG$ và Q là trung điểm của NE .

Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị dài trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(6;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;5)$; $M(4;0;6)$ (tham khảo hình vẽ).



a) Tọa độ của N là $(4;10;6)$.

b) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) lớn hơn 3 m.

c) Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ lớn 30° .

d) Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 15 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1 + \sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0;0)$.

Câu 4: Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

a) Sau 2 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 90,25%.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.

c) Sau 5 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.

d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

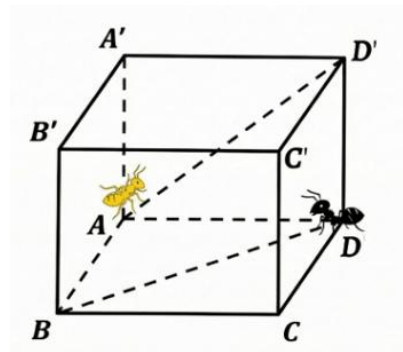
PHẦN III: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1000}{(1 + 0,2t)^2}$ (con/ngày), $t \geq 0$. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn

cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 2. Cho tập $S = \{1; 2; \dots; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S . Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $b - a$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 30 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản có giá trị kinh tế bền vững. Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp giảm 1,5 tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tín chỉ từ dự án A và y tín chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của y là bao nhiêu?

Câu 5: Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số lẻ, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

Câu 6: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Thể tích khối chóp $A.BCC'B$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

----- Hết -----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 0104

PHẦN I: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng:

- A. 2. B. 4. C. -3. D. 3.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 5)$ là:

- A. $D = (5; +\infty)$. B. $D = [5; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. D. $D = (-\infty; 5)$.

Câu 3. Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và b ?

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; -5)$. B. $\vec{n} = (3; 1; -2)$. C. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 1; 5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 2$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Biết $\int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = a - b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 27$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 8$. C. $S = 5$. D. $S = 6$.

Câu 9. Khi thống kê điểm môn toán của 30 học sinh lớp 11, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

- A. $[2; 4)$ B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10]$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình vuông, SM vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \perp (SMP)$. B. $MN \perp (SNP)$. C. $MP \perp (SNQ)$. D. $NQ \perp (SMP)$.

Câu 11. Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ bằng

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. π .

Câu 12. Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25 và công sai bằng -3. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. -820. B. 820. C. -70. D. 70.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

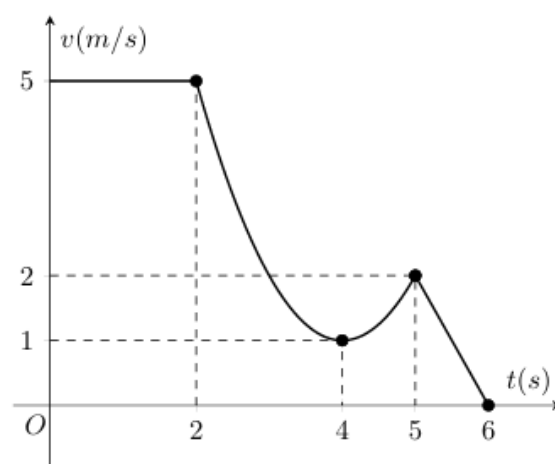
Câu 1. Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0; 2], [5; 6]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2; 5]$ nó có dạng đường parabol.

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s).

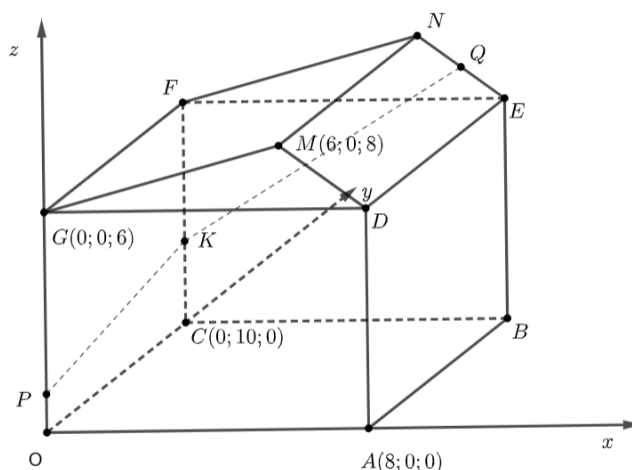
b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 2$ (m/s).

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$ bằng 13 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 6$ là 1,75 (m/s).



Câu 2. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMG.CBENF$ với $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG sao cho $OP = \frac{1}{6}OG$ và Q là trung điểm của NE . Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị đại trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(8;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;6)$; $M(6;0;8)$.



- Toạ độ của N là $(6;10;8)$.
- Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) bé hơn 5 m.
- Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ bằng 45° .
- Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 17 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

- Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 + \sqrt{2}$.
- Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0;0)$.

Câu 4. Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

- Sau 3 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 85,7375%.
- Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.
- Sau 6 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.
- Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

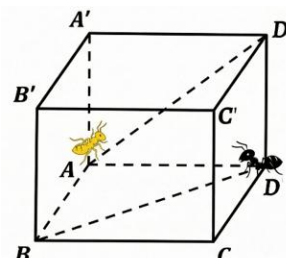
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1200}{(1 + 0,2t)^2}$ (con/

ngày), $t \geq 0$. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 400 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3900 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lý và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 2. Cho tập $S = \{1; 2; \dots; 18\}$ gồm 18 số tự nhiên từ 1 đến 18. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S . Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản có giá trị kinh tế bền vững. Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp giảm 1,5 tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tín chỉ từ dự án A và y tín chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của x là bao nhiêu?

Câu 5. Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số chẵn, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 5. Thể tích khối chóp $A.BCC'B$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

----- Hết -----

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Mã đề thi: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	A	A	D	D	D	A	C	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
	b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
	c) S	c) Đ	c) S	c) S
	d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	10	36	3.46	5	1039	9

.....**HẾT**.....

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Mã đề thi: 0102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	A	B	A	B	D	C	C	B	C	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
	b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
	c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
	d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	15	36	5.77	7	449	6

.....**HẾT**.....

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Mã đề thi: 0103

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	A	D	B	B	A	C	B	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
	b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
	c) S	c) S	c) S	c) Đ
	d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	5	1039	9	10	36	3.46

.....**HẾT**.....

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Mã đề thi: 0104

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	D	B	D	A	C	B	C	D	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
	b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
	c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
	d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	7	449	6	15	36	5.77

.....**HẾT**.....

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh trả lời một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (3; 1; -5)$. B. $\vec{n} = (3; 1; 5)$. C. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. **D. $\vec{n} = (3; 1; -2)$.**

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.**
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. **C. 3.** D. 0.

Lời giải

$f'(x) = x(x-2)^3$ có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 4: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 1. **C. 3.** D. 0.

Lời giải

$$\int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 5 - 2 = 3.$$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-5)$ là

- A. $D = (5; +\infty)$.** B. $D = [5; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. D. $D = (-\infty; 5)$.

Lời giải

$y = \log_3(x-5)$ xác định khi $x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-5)$ là $D = (5; +\infty)$.

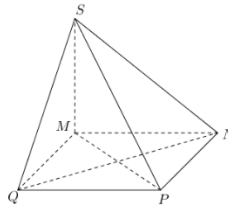
Câu 6: Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và b ?

- A. 0. **B. 1.** C. Vô số. D. 2.

Câu 7: Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình vuông, SM vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN \perp (SMP)$. B. $MN \perp (SNP)$. C. $MP \perp (SNQ)$. **D. $NQ \perp (SMP)$.**

Lời giải



Vì $MNPQ$ là hình vuông nên $NQ \perp MP$. Vì SM vuông góc với mặt phẳng đáy nên $NQ \perp SM$. Do đó $NQ \perp (SMP)$.

Câu 8: Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ bằng

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{6}$. **C. π .** D. $\frac{3\pi}{4}$.

$$\text{Ta có: } \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{7\pi}{6}$ và nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{6}$.

Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất là $\frac{7\pi}{6} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \pi$.

Câu 9: Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25 và công sai bằng -3 . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

- A. -820 . B. 820 . **C. -70 .** D. 70 .

Lời giải

$$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1).d}{2} \Rightarrow S_{20} = 20.25 + \frac{20.(20-1).(-3)}{2} = -70.$$

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm số thực k biết $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k.\overrightarrow{DG}$

- A. $k = \frac{1}{3}$. **B. $k = 3$.** C. $k = 2$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Theo quy tắc trọng tâm, ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3.\overrightarrow{DG}$.

Câu 11: Biết $\int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = a - b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $c < 27$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. **C. $S = 8$.** D. $S = 6$.

Lời giải

$$I = \int_1^3 \frac{x-3}{x} dx = \int_1^3 \left(1 - \frac{3}{x}\right) dx = (x - 3 \ln x) \Big|_1^3 = 3 - 3 \ln 3 - (1 - 3 \ln 1) = 2 - 3 \ln 3.$$

Vậy $a = 2; b = 3; c = 3$ và $a + b + c = 8$.

Câu 12: Khi thống kê điểm môn Toán của 30 học sinh lớp 11, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	2	4	4	14	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là

- A. $[2; 4)$. B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10)$.

Lời giải

Cỡ mẫu $N = 2 + 4 + 4 + 14 + 6 = 30$. Bảng tần số tích lũy

Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	2	6	10	24	30

Xét $\frac{3N}{4} = 22,5$. Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3N}{4}$ là $[6; 8)$.

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[6; 8)$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 + \sqrt{2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0; 0)$.

Lời giải

a) Đúng

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đúng

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x - 1)(x - 1) - (x^2 - x + 2)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1.$$

c) Sai

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$f(1-\sqrt{2})$		$f(1+\sqrt{2})$	

Suy ra $x = 1 + \sqrt{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số.

d) Đúng

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = x + \frac{2}{x - 1}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x - 1} = 0$ nên tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x$ đi qua điểm $M(0;0)$.

Câu 2: Dung lượng pin lithium-ion của một chiếc xe máy điện do hãng X sản xuất sau t năm sử dụng được ước tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot (0,95)^t$, trong đó S_0 là dung lượng pin khi mới mua. Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

a) Sau 3 năm, dung lượng pin còn lại khoảng 85,7375%.

b) Tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số tăng theo thời gian.

c) Sau 6 năm, chiếc xe vẫn đảm bảo dung lượng trên 70%.

d) Chiếc xe cần thay pin sau ít nhất 8 năm sử dụng.

Lời giải

a) Đúng.

Sau 3 năm, dung lượng pin còn lại là $\frac{S(3)}{S_0} = (0,95)^3 = 0,857375$ hay 85,7375%.

b) Sai.

$S'(t) = S_0 \cdot (0,95)^t \cdot \ln 0,95 < 0$ nên tốc độ giảm.

Và $(0,95)^t$ là hàm số nghịch biến nên tốc độ giảm dung lượng pin là một hàm số giảm theo thời gian.

c) Đúng.

Sau 6 năm, dung lượng pin còn lại là $\frac{S(6)}{S_0} = (0,95)^6 \approx 0,7351$ hay 73,51% lớn hơn 70%.

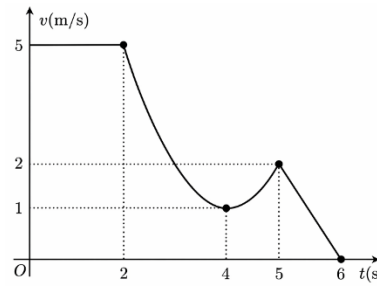
d) Sai.

Nhà sản xuất khuyến cáo nên thay pin khi dung lượng còn dưới 70%.

nên thay pin khi $(0,95)^t < 0,70 \Leftrightarrow t > \log_{0,95} 0,7 \approx 6,95$.

Vậy sau gần 7 năm là phải thay pin.

Câu 3: Một vật chuyển động thẳng với vận tốc tại thời điểm t (giây) là $v(t)$ (m/s). Hình bên là đồ thị của $v(t)$, biết rằng trên $[0; 2]$, $[5; 6]$ nó có dạng đường thẳng và trên $[2; 5]$ nó có dạng đường parabol.



- a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s).
 b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 2$ (m/s).
 c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$ bằng 13 m (làm tròn đến hàng đơn vị).
 d) Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 6$ là 1,75 (m/s).

Lời giải

a) ĐÚNG

Dựa vào đồ thị của $v(t)$ ta thấy trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 2$ vật chuyển động thẳng đều với vận tốc 5 (m/s) nên vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ là $v(1) = 5$ (m/s)

b) ĐÚNG

Gọi phương trình vận tốc của vật trên $[2; 5]$ là $y = ax^2 + bx + c$. Đồ thị đi qua ba điểm $(2; 5)$, $(4; 1)$, $(5; 2)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = 1 \\ 25a + 5b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 17 \end{cases} \Rightarrow y = x^2 - 8x + 17.$$

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 3^2 - 8 \cdot 3 + 17 = 2$ (m/s).

c) SAI

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 4$ bằng:

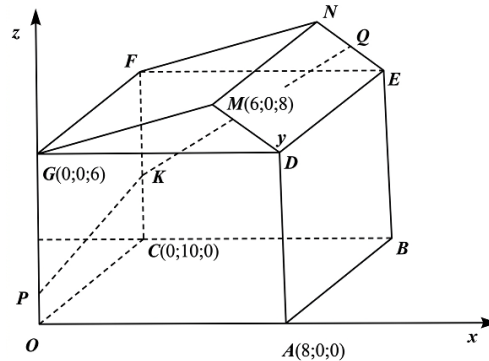
$$S = 5 \cdot 2 + \int_2^4 (x^2 - 8x + 17) dx = \frac{44}{3} \approx 15 \text{ (m)}.$$

d) ĐÚNG

Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 6$ là:

$$\frac{1}{6-2} \int_2^6 v(t) dt = \frac{1}{4} \left[\int_2^5 v(t) dt + \int_5^6 v(t) dt \right] = \frac{1}{4} \left[\int_2^5 (x^2 - 8x + 17) dx + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \right] = \frac{1}{4} \cdot 7 = 1,75 \text{ (m/s)}.$$

Câu 4: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OADMG.CBENF$ với $OADG$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OG sao cho $OP = \frac{1}{6}OG$ và Q là trung điểm của NE . Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị dài trên mỗi trục là 1 m). Biết $A(8;0;0)$; $C(0;10;0)$; $G(0;0;6)$; $M(6;0;8)$.



- Tọa độ của N là $(6;10;8)$.
- Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) bé hơn 5 m.
- Số đo góc nhị diện $[M, DE, F]$ bằng 45° .
- Để lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q , đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến một điểm K trên cạnh FC , sau đó nối thẳng đến camera. Cần đoạn dây cáp dài ít nhất 17 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

Lời giải

a) ĐÚNG

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OC} = (0;10;0) \Rightarrow N(6;10;8)$

b) ĐÚNG

Ta có phương trình mặt phẳng (AGC) là: $\frac{x}{8} + \frac{y}{10} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 15x + 12y + 20z - 120 = 0$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (AGC) là:

$$d(M, (ACG)) = \frac{|15 \cdot 6 + 20 \cdot 8 - 120|}{\sqrt{15^2 + 12^2 + 20^2}} \approx 4,69 < 5$$

c) ĐÚNG

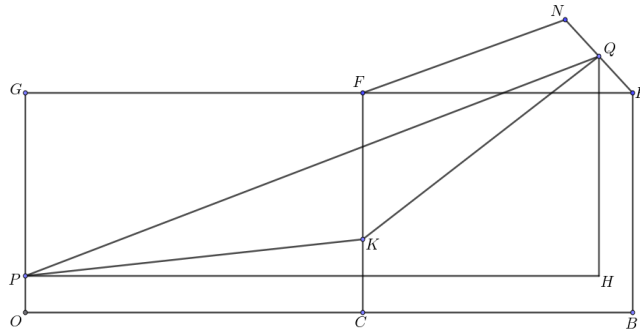
Ta có góc nhị diện $[M, DE, F]$ là $\widehat{MDG}$, $D(8;0;6)$

$$\overrightarrow{DM}(-2;0;2), \overrightarrow{DG}(-8;0;0)$$

$$\cos \widehat{MDG} = \cos(\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{DG}) = \frac{\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DG}}{|\overrightarrow{DM}| \cdot |\overrightarrow{DG}|} = \frac{16}{2\sqrt{2} \cdot 8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MDG} = 45^\circ$$

d) SAI

Ta có $E(8;10;6)$ nên $Q(7;10;7)$



Trái phằng mặt $OCFG$ theo mặt phằng chứa mặt $CBEF$ như hình vẽ. Qua P, Q kẻ các đường thẳng lần lượt song song với Oy, Oz chúng cắt nhau tại H . Ta có $PH = 17, QH = 6$

$$\text{Khi đó ta có } PK + KQ \geq PQ = \sqrt{PH^2 + HQ^2} = \sqrt{17^2 + 6^2} = 5\sqrt{13} \approx 18 \text{ m}$$

Vậy cần đoạn dây cáp dài ít nhất 18 m (làm tròn đến hàng đơn vị) để nối được từ P đến Q .

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tín chỉ carbon là một đơn vị thương mại đại diện cho quyền phát thải khí nhà kính, trong đó mỗi tín chỉ được tính toán định lượng tương đương với một tấn CO_2 (hoặc khí nhà kính khác quy đổi tương đương) đã được cắt giảm hoặc loại bỏ khỏi khí quyển. Về bản chất toán học, đây là một hệ thống kế toán sinh thái dựa trên nguyên tắc cân bằng: các tổ chức phát thải vượt hạn ngạch phải mua lại tín chỉ từ những dự án có chỉ số phát thải âm để triệt tiêu phần chênh lệch. Việc định giá và giao dịch các tín chỉ này tạo ra một cơ chế tài chính minh bạch, biến các nỗ lực bảo vệ môi trường thành tài sản số có giá trị kinh tế bền vững.

Một doanh nghiệp cần đầu tư mua tín chỉ carbon từ hai dự án: Dự án A (trồng rừng) và Dự án B (năng lượng sạch). Mỗi tín chỉ dự án A giá 20 USD, dự án B giá 30 USD. Dự án A giúp giảm 1,5 tấn CO_2 /tín chỉ, dự án B giảm 2 tấn CO_2 /tín chỉ. Tổng số tín chỉ của hai dự án không quá 25. Doanh nghiệp cần mua x tín chỉ từ dự án A và y tín chỉ từ dự án B để lượng CO_2 giảm được là tối đa, biết rằng tổng ngân sách của doanh nghiệp không quá 600 USD. Giá trị của x là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 15

Gọi x là số tín chỉ từ dự án A và y là số tín chỉ từ dự án B ($x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$).

Dựa vào dữ kiện bài toán, ta có các giới hạn sau:

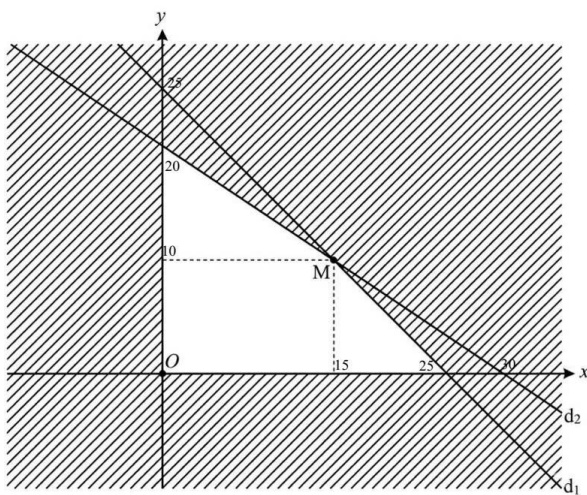
Tổng số tín chỉ: $x + y \leq 25$

Tổng ngân sách: $20x + 30y \leq 600 \Leftrightarrow 2x + 3y \leq 60$

Điều kiện thực tế: $x \geq 0, y \geq 0$

Mục tiêu là tối đa hóa lượng CO_2 cắt giảm được. Gọi hàm này là $F(x, y)$:

$$F(x, y) = 1,5x + 2y$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là đa giác lồi tạo bởi các đường thẳng:

$$d_1 : x + y = 25$$

$$d_2 : 2x + 3y = 60$$

$$\text{Trục } Ox : y = 0$$

$$\text{Trục } Oy : x = 0$$

Giao điểm của d_1 và d_2 :

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3y = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 50 \\ 2x + 3y = 60 \end{cases} \Rightarrow y = 10, x = 15.$$

Ta có điểm $M(15;10)$.

Giao điểm của d_1 với trục Ox : $y = 0 \Rightarrow x = 25$. Ta có điểm $A(25;0)$.

Giao điểm của d_2 với trục Oy : $x = 0 \Rightarrow 3y = 60 \Rightarrow y = 20$. Ta có điểm $B(0;20)$.

Gốc tọa độ $O(0;0)$.

(Lưu ý: Điểm giao của d_1 với Oy là $(0;25)$ và d_2 với Ox là $(30;0)$ đều nằm ngoài miền nghiệm chung do vi phạm các bất phương trình còn lại).

Lượng CO_2 giảm tối đa sẽ nằm tại một trong các đỉnh của miền nghiệm:

$$\text{Tại } O(0;0): F(0,0) = 0$$

$$\text{Tại } A(25;0): F(25,0) = 1,5 \cdot 25 + 2 \cdot 0 = 37,5$$

$$\text{Tại } B(0;20): F(0,20) = 1,5 \cdot 0 + 2 \cdot 20 = 40$$

$$\text{Tại } M(15;10): F(15,10) = 1,5 \cdot 15 + 2 \cdot 10 = 22,5 + 20 = 42,5$$

Giá trị lớn nhất của $F(x,y)$ là 42,5 tấn CO_2 , đạt được khi $x = 15$ và $y = 10$.

Vậy giá trị của x là 15.

Câu 2: Một mật mã gồm 6 chữ số được lập từ tập hợp $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Có n mật mã chứa ít nhất một chữ số chẵn, tổng tất cả các chữ số của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 36

Bước 1: Tính tổng số mật mã có thể lập được

Mỗi vị trí trong mật mã 6 chữ số đều có 10 cách chọn (từ 0 đến 9). Lưu ý rằng vì đây là "mật mã" chứ không phải "số tự nhiên", nên chữ số đầu tiên hoàn toàn có thể là số 0.

Số lượng tất cả các mật mã là: $10^6 = 1,000,000$.

Bước 2: Tính số mật mã không chứa chữ số chẵn nào

Để tìm số mật mã có "ít nhất một chữ số chẵn", phương pháp nhanh nhất là sử dụng phương pháp loại trừ (biến cố đối).

Tập hợp các chữ số lẻ là: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ (có 5 chữ số).

Một mật mã không chứa chữ số chẵn nào tức là tất cả 6 vị trí đều phải là chữ số lẻ.

Số lượng mật mã chỉ chứa toàn chữ số lẻ là: $5^6 = 15,625$.

Bước 3: Tìm giá trị của n

Số mật mã có ít nhất một chữ số chẵn (n) sẽ bằng tổng số mật mã trừ đi số mật mã toàn chữ số lẻ:

$$n = 1,000,000 - 15,625 = 984,375$$

Bước 4: Tính tổng các chữ số của n

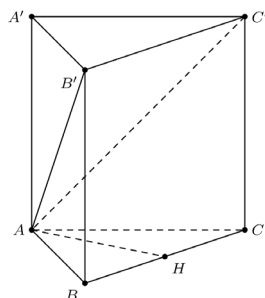
Giá trị $n = 984,375$. Tổng các chữ số của nó là:

$$9 + 8 + 4 + 3 + 7 + 5 = 36.$$

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 3,46



Khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là tam giác đều.

Ta có $S_{BCC'B'} = BB'.BC = 2.3 = 6$ (đvdt).

Gọi H là trung điểm BC . Suy ra $AH \perp BC$ và $AH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Mặt khác $AH \perp BB'$. Khi đó $AH \perp (BCC'B')$

Thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ bằng $V = \frac{1}{3}.AH.S_{BCC'B'} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.6 = 2\sqrt{3} \approx 3,46$ (đvtt).

Câu 4: Tốc độ thay đổi của số lượng vi khuẩn trong 1 ml nước ở hồ bơi X tại thời điểm t (ngày) kể từ lúc hồ nước được xử lý được mô hình bởi hàm số $f(t) = \frac{1000}{(1+0,2t)^2}$ (con/ngày), $t \geq 0$. Biết

rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước và mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lý và thay nước mới cho hồ bơi.

Lời giải

Đáp số: 5

Số lượng vi khuẩn lúc ban đầu là $S(0) = 500$.

Số lượng vi khuẩn tại thời điểm t là $S(t) = S(0) + \int_0^t f(t)dt = S(0) + \int_0^t \frac{1000}{(1+0,2t)^2} dt$.

$$\text{Mặt khác } \int \frac{1000}{(1+0,2t)^2} dt = 5000 \int \frac{0,2}{(1+0,2t)^2} dt = -\frac{5000}{1+0,2t} + C.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S(t) &= S(0) + \int_0^t \frac{1000}{(1+0,2t)^2} dt = 500 + \left(-\frac{5000}{1+0,2t} \right) \Big|_0^t = 500 + \left(-\frac{5000}{1+0,2T} + 5000 \right) \\ &= 5500 - \frac{5000}{1+0,2T} \end{aligned}$$

Mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước nên ta có

$$S(t) < 3000 \Leftrightarrow 5500 - \frac{5000}{1+0,2T} < 3000 \Leftrightarrow \frac{5000}{1+0,2T} > 2500 \Leftrightarrow T < 5.$$

Vậy sau 5 ngày thì phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi.

Câu 5: Cho tập $S = \{1; 2; \dots; 18\}$ gồm 18 số tự nhiên từ 1 đến 18. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau thuộc S . Xác suất để 3 số lấy ra lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $b - a$.

Lời giải

Đáp số: 449

Tổng số cách chọn 3 số khác nhau từ 18 số là $C_{18}^3 = 816$.

Ta đếm số bộ ba lập thành cấp số cộng hoặc cấp số nhân.

Số bộ ba lập thành cấp số cộng

Một cấp số cộng có dạng $(a - d, a, a + d)$ với $d \geq 1$.

Với mỗi d , ta cần $1 \leq a - d$ và $a + d \leq 18$, nên có $18 - 2d$ cách.

Suy ra số bộ ba cấp số cộng là

$$(18 - 2) + (18 - 4) + \dots + (18 - 16) = 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 72.$$

Số bộ ba lập thành cấp số nhân

Ta cần các bộ ba (a, b, c) thỏa $b^2 = ac$, với $1 \leq a < b < c \leq 18$.

Liệt kê được các bộ:

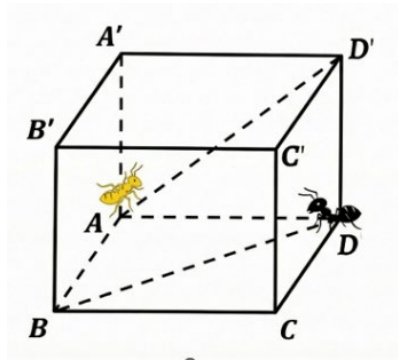
$(1, 2, 4), (1, 3, 9), (1, 4, 16), (2, 4, 8), (2, 6, 18), (3, 6, 12), (4, 6, 9), (4, 8, 16), (8, 12, 18), (9, 12, 16)$. Có 10 bộ.

Không có bộ nào vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân với 3 số phân biệt, nên số bộ thuận lợi là $72 + 10 = 82$.

$$\text{Xác suất: } P = \frac{82}{816} = \frac{41}{408}.$$

Vậy $a = 41, b = 408 \Rightarrow a + b = 449$.

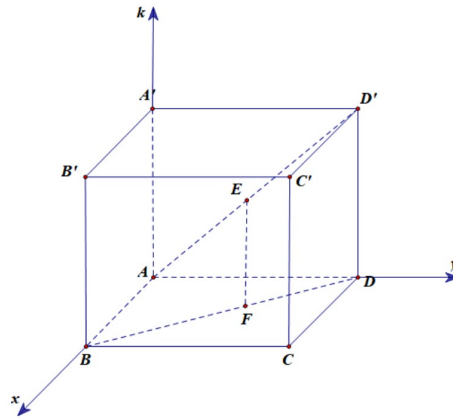
Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 1 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 2 cm/s. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu xuất phát, khoảng cách giữa hai con kiến là bé nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 6

Đặt hệ trục tọa độ $Axyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 cm), ta tìm được tọa độ các điểm như hình vẽ bên dưới.



Gọi M , N lần lượt là vị trí của kiến vàng và kiến đen.

Đường thẳng AD' đi qua $A(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AD'} = (0;20;20) = 20(0;1;1)$

$$\Rightarrow AD': \begin{cases} x = 0 \\ y = t, \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$$

Mà M thuộc đoạn AD' nên tọa độ M có dạng $M(0;m;m)$ với $m \in [0;m;m]$.

Quãng đường kiến vàng đi được sau t giây ($t \geq 0$) là $s_M = t$ (cm) nên

$$AM = t \Rightarrow \sqrt{2m^2} = t \Rightarrow \sqrt{2}m = t \Rightarrow m = \frac{t}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra vị trí của kiến vàng sau t giây ($t \geq 0$) là $M\left(0; \frac{t}{\sqrt{2}}; \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$.

Ta làm tương tự:

Đường thẳng BD đi qua $B(20;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{DB} = (20;-20;0) = 20(1;-1;0)$

$$\Rightarrow BD: \begin{cases} x = 20 + t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Mà N thuộc đoạn DB nên tọa độ N có dạng $N(20 + n; -n; 0)$ với $n \in [-20; 0]$.

Quãng đường kiền đen đi được sau t giây ($t \geq 0$) là $s_N = 2t$ (cm) nên

$$DN = 2t \Rightarrow \sqrt{2(n+20)^2} = 2t \Rightarrow (n+20) = \sqrt{2}t \Rightarrow n+20 = \sqrt{2}t \Rightarrow n = \sqrt{2}t - 20.$$

Suy ra vị trí của kiền đen sau t giây ($t \geq 0$) là $N(\sqrt{2}t; 20 - \sqrt{2}t; 0)$.

Khoảng cách giữa hai chú kiền sau t giây ($t \geq 0$) là

$$MN = \sqrt{(\sqrt{2}t)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}t - 20\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2} = \sqrt{7t^2 - 60\sqrt{2}t + 400} \text{ (cm)}$$

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{7\left(t - \frac{30}{7}\sqrt{2}\right)^2 + \frac{1000}{7}} \geq \sqrt{\frac{1000}{7}} \approx 11,95 \text{ (cm)}..$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiền (*làm tròn đến hàng phần chục*) là 11,95 cm khi

$$t = \frac{30}{7}\sqrt{2} \simeq 6 \text{ (giây)}.$$