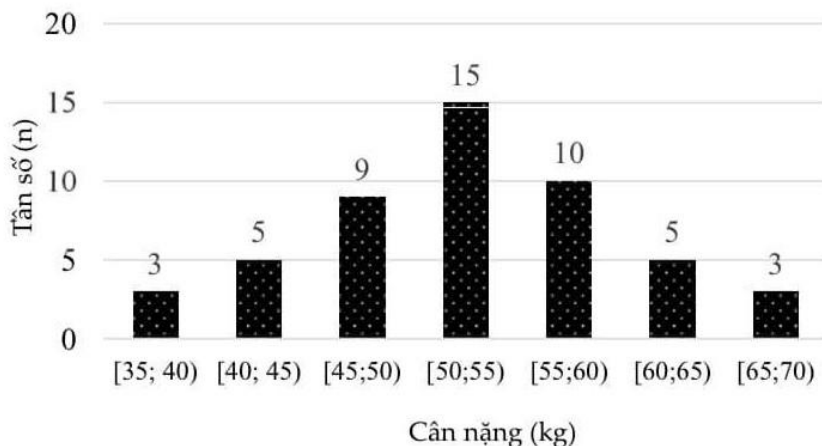


Bài I (1,5 điểm)

- 1) Sau khi điều tra cân nặng (tính theo kg) của các học sinh trong một lớp người ta thu được biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Xác định tần số và tần số tương đối của nhóm $[50; 55)$.

- 2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số nhỏ hơn 30. Tính xác suất của biến cố A : “Số tự nhiên viết được là bội của 5”

Bài II (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{5}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3\sqrt{x} + 9}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}} - \frac{5}{\sqrt{x} + 3}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$.
- Với $P = A.B$. Tìm giá trị lớn nhất của P với x là số tự nhiên.

Bài III (2,0 điểm)

1) Theo kế hoạch, một xưởng may phải hoàn thành một số lượng áo nhất định trong một thời gian quy định. Ban đầu xưởng dự định mỗi ngày sẽ may 50 cái áo. Thực tế nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng đã may được 60 cái áo, do đó xưởng không những hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày mà còn may thêm được 20 cái áo nữa so với kế hoạch ban đầu. Hỏi theo kế hoạch, xưởng phải may tổng cộng bao nhiêu cái áo?

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 4x + 2 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tìm các giá trị của tham số m thỏa mãn bất phương trình sau:

$$mx_1(x_1 - 3) + 5 > 14 - m(x_2^2 + 3x_1 - 15)$$

Bài IV (4,0 điểm)

- 1) Một viên bi sắt có bán kính $1,5\text{cm}$. Lấy $\pi \approx 3,14$

a) Tính thể tích của viên bi.

b) Cho viên bi trên vào một chiếc cốc rỗng có dạng hình trụ có chiều cao 15cm và bán kính đáy bằng 3cm sau đó đổ nước đầy cốc. Tính thể tích nước trong cốc (coi bề dày của cốc không đáng kể).



2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và đường kính AK của (O) . Gọi M là hình chiếu của C trên AK .

a) Chứng minh tứ giác $AHMC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $HM \perp BK$ và $AH.AC = AM.AB$.

c) Gọi I là hình chiếu của O trên BC , F là hình chiếu của C trên AB . Chứng minh ba điểm F, I, M thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm)

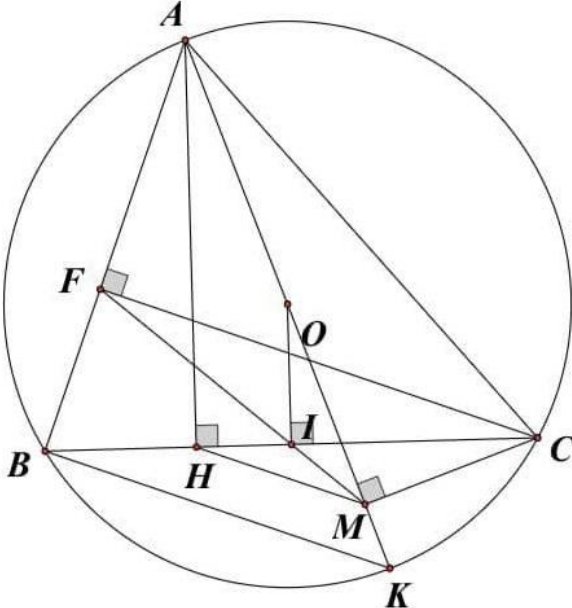
Một trung tâm giáo dục công nghệ dự định tổ chức một khóa học "Lập trình và Lắp ráp Robot" dành cho học sinh khối THCS. Khóa học chỉ được tổ chức nếu có ít nhất 20 học sinh đăng ký tham gia. Để đảm bảo chất lượng thiết bị và hướng dẫn, trung tâm chỉ nhận tối đa 40 học sinh cho một khóa học. Trung tâm đưa ra mức học phí như sau: nếu có đúng 20 học sinh đăng ký, mức phí tham gia là 700 nghìn đồng một học sinh. Để khuyến khích các bạn rủ thêm bạn bè cùng lớp tham gia, trung tâm ra chính sách: cứ có thêm 1 học sinh đăng ký (vượt mốc 20 bạn), mức phí của tất cả các học sinh tham gia sẽ được giảm 10 nghìn đồng mỗi bạn. Tính doanh thu cao nhất đó mà trung tâm có thể đạt được khi tổ chức khóa học đó.

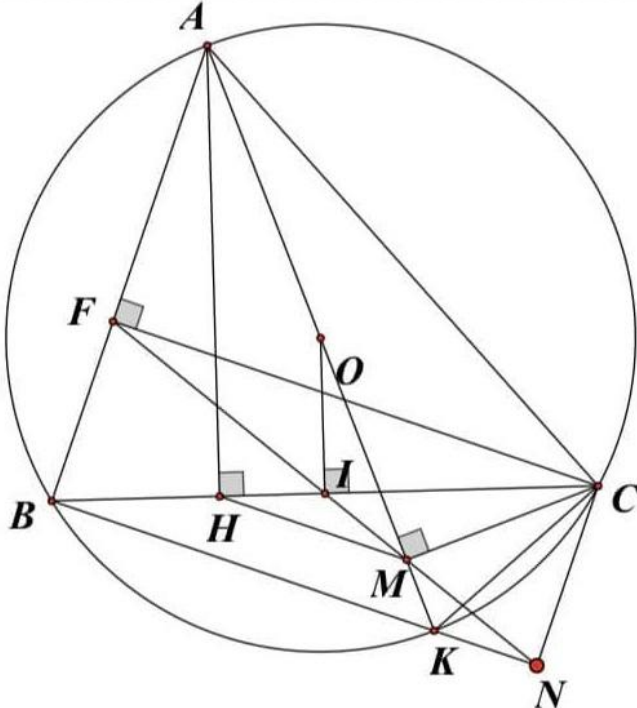
HẾT

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài I (1,5 đ)	1)	Tần số và tần số tương đối của nhóm $[50 - 55)$ là 15	0,5
		Tổng số học sinh là 50	0,25
		Tần số tương đối của nhóm $[50 - 55)$ là $15 : 50 = 30\%$	0,25
	2)	Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra là $\Omega = \{10; 11; 12; \dots; 29\}$ $n(\Omega) = 20$ Các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng	0,25
		Tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố “ Số viết ra là bội của 5 ” là: $A = \{10; 15; 20; 25\}$ $n(A) = 4$ Xác suất của biến cố A là: $\frac{1}{5}$	0,25
Bài II (2,0 đ)	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$. Thay $x = 16$ (tmđk) vào A ta có $A = \frac{5}{\sqrt{16} - 2}$	0,25
		Tính $A = \frac{5}{2}$.	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B . $B = \frac{3\sqrt{x} + 9}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}} - \frac{5}{\sqrt{x} + 3}$ $B = \frac{3\sqrt{x} + 9}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}} - \frac{5}{\sqrt{x} + 3}$ $B = \frac{3\sqrt{x} + 9 + (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
		$B = \frac{3\sqrt{x} + 9 + x - 9 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
		$B = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$	0,25

	3)	$P = A.B.$ $P = \frac{5}{\sqrt{x} + 3}$ $x > 0; x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 4 > 0$	0,25
		$\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x} + 3} \leq \frac{5}{4} \Rightarrow P \leq \frac{5}{4}.$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 1$ (TMĐK) Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{5}{4}$ khi $x = 1$	0,25
Bài III	1)	Gọi x là tổng số áo mà xưởng phải may theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).	0,25
		Thời gian dự định may hết số áo là $\frac{x}{50}$ (ngày)	0,25
		Thực tế, tổng số áo xưởng đã may được là: $x + 20$ (cái áo). Thời gian thực tế xưởng làm việc là: $\frac{x + 20}{60}$ (ngày).	0,25
		Vì thực tế xưởng hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày, ta có phương trình: $\frac{x}{50} - \frac{x + 20}{60} = 2$	0,25
		Giải phương trình được $x = 700$ (TMĐK) Vậy theo kế hoạch, xưởng phải may tổng cộng 700 cái áo.	0,25
	2)	Phương trình $x^2 - 4x + 2 = 0$ có $\Delta' = 2 > 0$ nên có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$ Không chứng minh $\Delta > 0$ không trừ điểm	0,25
		$m x_1 (x_1 - 3) + 5 > 14 - m(x_2^2 + 3x_1 - 15)$ $m x_1^2 + m x_2^2 - 15m > 9$ $m(x_1^2 + x_2^2 - 15) > 9$ $m \left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 15 \right] > 9$	0,25
		$m(16 - 4 - 15) > 9$ $-3m > 9$ $m < -3$ Vậy $m < -3$	0,25

Bài IV (4,0đ)	1)	a) Thể tích viên bi sắt là: $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (1,5)^3$	0,25
		$= 4,5\pi \approx 14,13 (cm^3)$	0,25
		b) Thể tích nước cốc có thể chứa khi không đựng viên bi là: $\pi R h = 135\pi \approx 423,9 (cm^3)$	0,25
		Thể tích nước trong cốc khi có viên bi nằm trong cốc khoảng $423,9 - 14,13 = 409,77 (cm^3)$	0,25
	2a)	 (vẽ hình đúng đến câu a)	0,25
		Tam giác AHC vuông tại H (gt) nên H thuộc đường tròn đường kính AC (1)	0,25
		Tam giác AMC vuông tại M nên M thuộc đường tròn đường kính AC (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, H, M, C cùng thuộc một đường tròn Suy ra tứ giác $AHMC$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2b)	+ Tứ giác $AHMC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{MHC} = \widehat{MAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC)	0,25
		+ Trong (O) có $\widehat{KBC} = \widehat{KAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung KC)	0,25
		Suy ra $\widehat{MHC} = \widehat{KBC}$, mà hai góc này đồng vị suy ra $HM \parallel BK$	0,5
		+ Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{CAK}$	0,25
		+ Chứng minh tam giác AHB đồng dạng với tam giác AMC Suy ra $AH.AC = AM.AB$.	0,25

	2c)	 Cách 1: + Gọi N là hình chiếu của C trên BK, chứng minh tứ giác $CMKN$ nội tiếp suy ra $\widehat{KMN} = \widehat{KCN}$ (1) Chứng minh $\widehat{FMA} = \widehat{FCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FA) (2) Chứng minh $\widehat{ACF} = \widehat{KCN}$ (cùng phụ $\widehat{FCK}$) (3) Từ (1); (2); (3) suy ra $\widehat{KMN} = \widehat{FMA}$ nên F, M, N thẳng hàng. + Chứng minh $BFCN$ là hình chữ nhật và I là trung điểm của BC suy ra I thuộc FN Suy ra F, M, I thẳng hàng	0,25
		Cách 2. Chứng minh $OIMC$ là tứ giác nội tiếp suy ra $\widehat{OMI} = \widehat{OCI}$ Chứng minh $\widehat{IOC} = \widehat{BAC} \left(= \frac{1}{2} \widehat{BOC} \right)$ suy ra $\widehat{OCI} = \widehat{ACF}$ (cùng phụ với $\widehat{IOC} = \widehat{BAC}$)	0,25
		mà $\widehat{ACF} = \widehat{AMF}$ nên $\widehat{OMI} = \widehat{AMF}$ Suy ra F, I, M thẳng hàng	0,25
Bài V (0,5 đ)		Gọi x là số lượng học sinh đăng ký tham gia buổi ngoại khóa ($x \in \mathbb{N}$ và $20 \leq x \leq 40$) Số lượng học sinh đăng ký vượt mốc 20 bạn là: $x - 20$ (học sinh). Số tiền được giảm cho mỗi học sinh là: $10(x - 20)$ (nghìn đồng). Mức phí thực tế mà mỗi học sinh phải đóng là: $700 - 10(x - 20) = 700 - 10x + 200 = 900 - 10x$ (nghìn đồng).	0,25

	Tổng doanh thu $R(x)$ của trung tâm là: $R(x) = x(900 - 10x)$ (nghìn đồng)	
	$R(x) = -10x^2 + 900x$ $R(x) = -10(x^2 - 90x)$ $R(x) = -10(x^2 - 90x + 2025 - 2025)$ $R(x) = -10(x - 45)^2 + 20250$ Vì $20 \leq x \leq 40$ $-25 \leq x - 45 \leq -5 < 0$ $(-25)^2 \geq (x - 45)^2 \geq (-5)^2$ $(-5)^2 \leq (x - 45)^2 \leq (-25)^2$ $\Rightarrow 25 \leq (x - 45)^2 \leq 625$ $-6250 \leq -10(x - 45)^2 \leq -250$ $-6250 + 20250 \leq -10(x - 45)^2 + 20250 \leq -250 + 20250$ $14000 \leq R(x) \leq 20000$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 40$ (thỏa mãn điều kiện). Mức doanh thu cao nhất đạt được là 20.000 nghìn đồng (20 triệu đồng) khi có 40 học sinh đăng ký tham gia (nếu học sinh chỉ dùng $x \leq 40$ để đánh giá vẫn cho điểm tối đa)	0,25