



Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

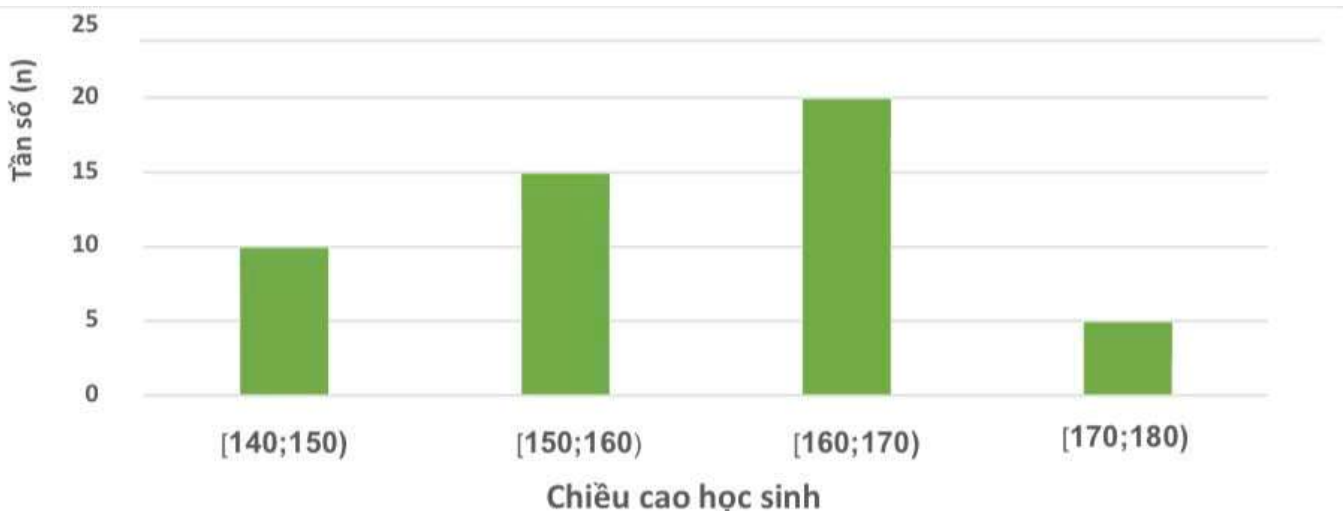
c) Đặt $P = A + B$. Tìm x để $P \geq 0$.

Bài II (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe máy và một ô tô cùng đi từ địa điểm A đến địa điểm B, quãng đường AB dài 60 km. Vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/h. Biết rằng ô tô khởi hành sau xe máy 30 phút nhưng đến B cùng lúc với xe máy. Tính vận tốc của xe máy.

Bài III (2 điểm).

- 1) Sau khi điều tra về chiều cao (đơn vị: cm) của toàn bộ các học sinh lớp 9A, người ta có được biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- a) Lập bảng tần số ghép nhóm từ biểu đồ trên. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?
b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160;170).

2) Một hộp đựng ba viên bi màu xanh và một viên bi màu đỏ (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng). Lấy ngẫu nhiên đồng thời trong hộp ra hai viên bi. Tính xác suất của biến cố A: “Lấy được một viên bi màu xanh và một viên bi màu đỏ”.

3) Biết rằng phương trình $x^2 + 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tìm tất cả giá trị của m thỏa mãn

$$x_2^2 - mx_2 = x_1(m - x_1)$$

Bài IV (4,0 điểm).

1) Một cốc nước thủy tinh hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm, đang đựng một lượng nước. Lấy $\pi \approx 3,14$.

a) Tính thể tích của cốc thủy tinh.

b) Người ta thả một viên bi bằng thủy tinh có dạng hình cầu vào cốc nước, viên bi chìm xuống đáy cốc làm cho cột nước dâng cao thêm 2 cm và nước không tràn ra ngoài cốc. Tính bán kính của viên bi (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

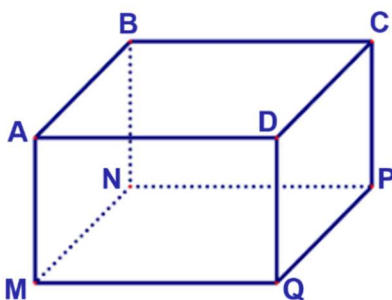
2) Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Lấy điểm C thuộc (O) sao cho $AC > BC$. Kẻ đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại A . Tiếp tuyến của (O) tại C cắt đường thẳng d tại D .

a) Chứng minh tứ giác $ADCO$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính CF của (O) . Gọi E là giao của DF với (O) (E khác F). Gọi H là giao điểm của DO và AC . Chứng minh $DE \cdot DF = DC^2$ và $\widehat{HEF} = \widehat{DOC}$.

c) Gọi M là trung điểm của DH ; gọi K là giao của CM và FH . Chứng minh K thuộc (O) .

Bài V (0,5 điểm). Bác Minh đặt mua một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



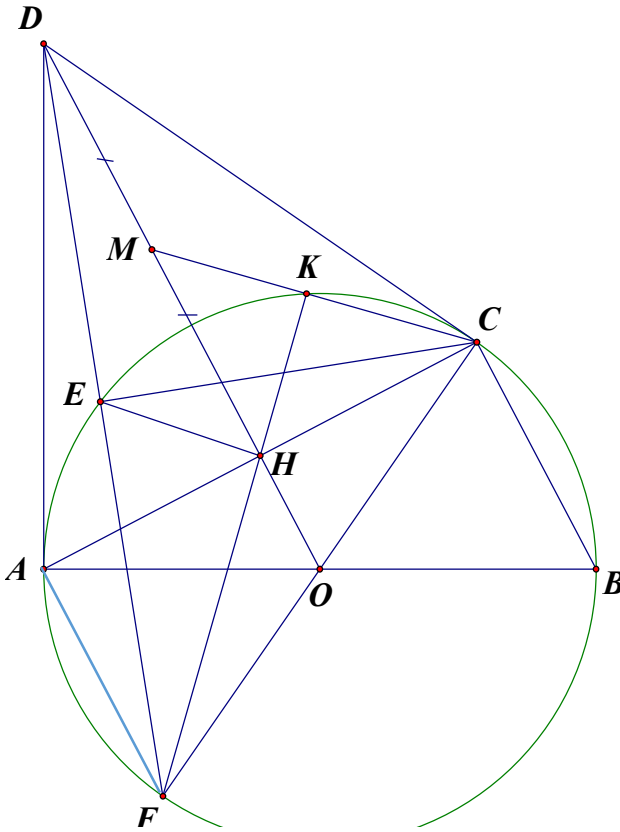
Để món quà trở nên đặc biệt, bác Minh muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (đáy $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

--- Chúc các con làm bài tốt ---

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	ý	Nội dung	Biểu điểm m
I (2,0 điểm)	a	+ Thay $x = 4$ (TM) vào A , được $A = 3$	0,5
	b	$B = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+3+2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
		$B = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	
		$B = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \text{ (dpcm)}$	
	c	$P = A + B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ $P \geq 0 \Rightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ Trường hợp 1: $x = 0$ thỏa mãn bất pt trên Trường hợp 2: $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x}-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$ Kết hợp đk ta được: $x = 0$ hoặc $x > 1$	0,25
II (3,0 điểm)	1	Gọi vận tốc xe máy là x ($x > 0$; km/h)	0,25
		$\Rightarrow$ Vận tốc ô tô là $x + 20$ (km/h)	
		Thời gian xe máy đi là: $\frac{60}{x}$ (giờ) Thời gian ô tô đi là: $\frac{60}{x+20}$ (giờ)	0,25
		Vì ô tô khởi hành sau xe máy 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ, nhưng đuổi kịp xe máy ngay khi hai xe cùng đến B nên ta có phương trình: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+20} = \frac{1}{2}$	

			0,25									
		$x^2 + 20x - 2400 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 40(TM) \\ x_2 = -60(L) \end{cases}$	0,5									
		Vậy vận tốc xe máy là 40km/h.	0,25									
	2	a) Bảng tần số ghép nhóm: <table><tr><td>Chiều cao (cm)</td><td>[140;150)</td><td>[150;160)</td><td>[160;170)</td><td>[170;180)</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>5</td></tr></table> số học sinh của lớp 9A là: 10+15+20+5=50 học sinh b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160;170) là: $\frac{20}{50}.100\% = 40\%$	Chiều cao (cm)	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	Tần số	10	15	20	5
Chiều cao (cm)	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)								
Tần số	10	15	20	5								
III (0,5 điểm)	2	+) Kí hiệu 3 viên bi màu xanh lần lượt là X1; X2; X3 và viên bi màu đỏ là Đ. +) Không gian mẫu của phép thử: $\Omega = \{(X1; X2); (X1; X3); (X1; Đ); (X2; X3); (X2; Đ); (X3; Đ)\}$ $\Rightarrow n(\Omega) = 6$ phần tử. +) Vì các viên bi có cùng kích thước và khối lượng nên các kết quả có thể của phép thử là đồng khả năng.	0,25									
		+) Kết quả thuận lợi cho biến cố A: (X1; Đ); (X2; Đ); (X3; Đ) $\Rightarrow n(A) = 3$ phần tử. +) Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.	0,25									
	3	Theo hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$ Ta có $x_2^2 - mx_2 = x_1(m - x_1)$ $x_1^2 + x_2^2 - m(x_1 + x_2) = 0$ $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) = 0$ $(-4)^2 - 2(-3) + 4m = 0$ $22 + 4m = 0$ $m = \frac{-11}{2}$	0,25 0,25									

IV (4,0 điểm)	1 a	+ Thể tích của khối thủy tinh là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14.3^2.15 = 423,9(cm^3)$	0,5
	1 b	+ Thể tích phần nước dâng lên là: $3,14.3^2.2 = 56,52(cm^3)$	0,25
		+ Thể tích phần nước dâng lên bằng thể tích viên bi nên : $\frac{4}{3}\pi r^3 = 56,52$ $r \approx 2,38 \text{ cm.}$	0,25
2		Vẽ hình hết câu a 	0,25
	2 a	+ $\widehat{DAO} = 90^\circ \Rightarrow D, A, O$ thuộc đường tròn đường kính AO	0,25
		+ $\widehat{DCO} = 90^\circ \Rightarrow D, C, O$ thuộc đường tròn đường kính AO	0,25
		Suy ra D, A, C, O thuộc đường tròn đường kính AO	0,25
		Suy ra tứ giác $DAOC$ nội tiếp	0,25
	2 b	$\widehat{CEF} = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đường tròn)	0,25
		Tam giác DCF vuông tại C có CE là đường cao nên $DE.DF = DC^2$ (hệ thức lượng)	0,5
		Chỉ ra $DO \perp AC$ nên $DH.DO = DC^2$	0,25
		Suy ra $DE.DF = DH.DO$ $\Rightarrow \triangle DEH$ đồng dạng với tam giác DOF (c.g.c)	
		Suy ra $\widehat{DEH} = \widehat{DOF}$ suy ra $\widehat{HEF} = \widehat{DOC}$	0,25

	2c $\widehat{DHC} = \widehat{CAF} = 90^\circ$ $\widehat{HDC} = \widehat{ACF}$ (cùng phụ với $\widehat{DCH}$) $\Rightarrow \triangle DHC \sim \triangle CAF$ (g.g) $\Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{CA}{CF}$; mà $DH = 2.DM$; $CA = 2.CH \Rightarrow \frac{2DM}{DC} = \frac{2CH}{CF} \Leftrightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{CH}{CF}$; Xét $\triangle DMC$ và $\triangle CHF$ có: $\widehat{MDC} = \widehat{HCF}$ (cùng phụ với $\widehat{DCH}$); $\frac{DM}{DC} = \frac{CH}{CF}$ (chứng minh trên) $\triangle DMC \sim \triangle CHF$ (c.g.c)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{CFH}$ Mà $\widehat{DCM} + \widehat{MCF} = \widehat{DCF} = 90^\circ$ (DC là tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{CFH} + \widehat{MCF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CKF} = 90^\circ$ Suy ra $K \in (O)$	0,25
V (0,5 điểm)	Bài 5: Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của hộp quà lần lượt là $x(dm)$, $y(dm)$ ($x > 0, y > 0$) Do thể tích hộp quà là $4dm^3$ nên $x^2y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$. Tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý là: $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$ $S = x^2 - 4x + 4 + \frac{4x^2 + 16}{x} - 4 = (x - 2)^2 + \frac{4(x - 2)^2}{x} + 12 \geq 12$ Chứng minh được $S \geq 12$ và dấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 1$. Vậy, để tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất thì độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao chiếc hộp lần lượt là $2dm$ và $1dm$. -	0,25

* Lưu ý: học sinh làm theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.