

Họ và tên:

Mã đề: 0101

Số báo danh:

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{0\}$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

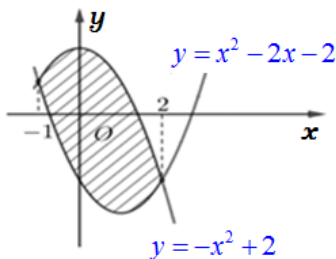
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$ và vector $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A. $C(1;6;0)$. B. $C(1;6;2)$. C. $C(-1;6;-1)$. D. $C(-1;-6;-2)$.

Câu 4. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 5. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là

- A. $\vec{n}_3 = (1;1;2)$. B. $\vec{n}_4 = (2;2;1)$. C. $\vec{n}_1 = (2;2;-1)$. D. $\vec{n}_2 = (1;1;-2)$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. B. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. C. $2026^x + C$. D. $2026^{x+1} + C$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A. $u_5 = \frac{-16}{27}$. B. $u_5 = \frac{-27}{16}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 9. Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	$[0,5;2,5)$	$[2,5;4,5)$	$[4,5;6,5)$	$[6,5;8,5)$	$[8,5;10,5)$
Số xe	17	33	25	20	5

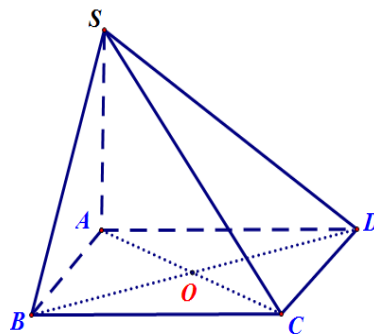
A. 3,52.

B. 2,53.

C. 5,32.

D. 5,23.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?



A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

D. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

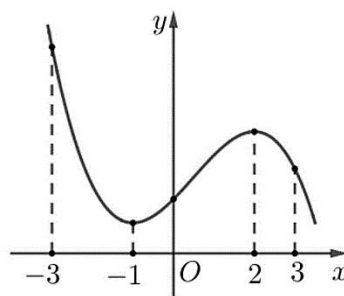
A. $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \{\pi + k4\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. $f(2)$.

B. $f(-1)$.

C. $f(3)$

D. $f(-3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		2		4	$-\infty$

a) Hàm số có hệ số $a < 0$.

b) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2$, $x = 4$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

d) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1; 2)$, $(3; 4)$.

Câu 2. Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol}/L$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

c) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

Câu 3. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

b) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\overline{B}) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,59$.

d) Xác suất có điều kiện $P(A | \overline{B}) = 0,2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là 9 km . Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150 (\text{km}/\text{h})$.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

b) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

c) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất (giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi).

d) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4; 2; 5)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

- Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó
- Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40%, so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

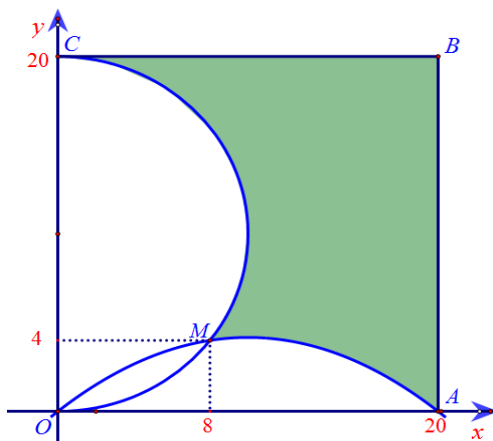
Nếu anh An kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;4;4), B(-4;6;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{a}$.

Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m+n$.

Câu 4. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Câu 5. Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $2a+b$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

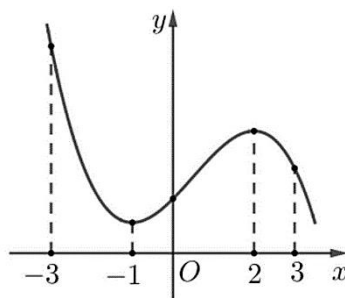
Họ và tên:

Mã đề: 0102

Số báo danh:

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

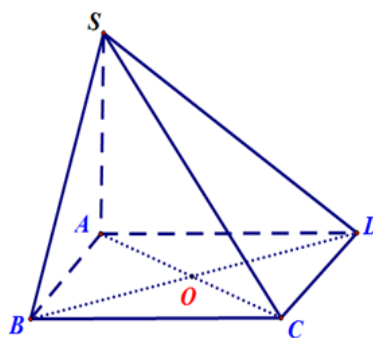
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

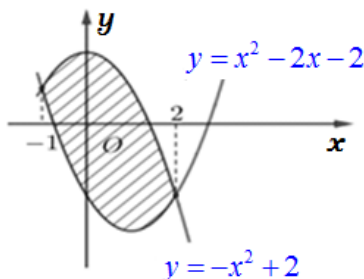
- A. $f(-1)$. B. $f(3)$ C. $f(-3)$. D. $f(2)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?



- A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 3. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A. $u_5 = \frac{27}{16}$. B. $u_5 = \frac{-16}{27}$. C. $u_5 = \frac{-27}{16}$. D. $u_5 = \frac{16}{27}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. B. $2026^{x+1} + C$. C. $2026^x + C$. D. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A. $S = \{\pi + k4\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 8. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 9. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \{-2\}$. C. $S = \emptyset$. D. $S = \{2\}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$.

Câu 11. Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	$[0, 5; 2, 5)$	$[2, 5; 4, 5)$	$[4, 5; 6, 5)$	$[6, 5; 8, 5)$	$[8, 5; 10, 5)$
Số xe	17	33	25	20	5

- A. 5, 23. B. 5, 32. C. 3, 52. D. 2, 53.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 1)$ và vector $\vec{AC} = (0; 6; 1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A. $C(1; 6; 0)$. B. $C(-1; -6; -2)$. C. $C(-1; 6; -1)$. D. $C(1; 6; 2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150(km/h)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4; 2; 5)$.

b) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất (giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi).

c) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

d) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

Câu 2. Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol / L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol / L}$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

a) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

d) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$
				2	4		

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

b) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2, x = 4$.

c) Hàm số có hệ số $a < 0$.

d) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1; 2), (3; 4)$.

Câu 4. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\overline{B}) = 0,3$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|\overline{B}) = 0,2$.

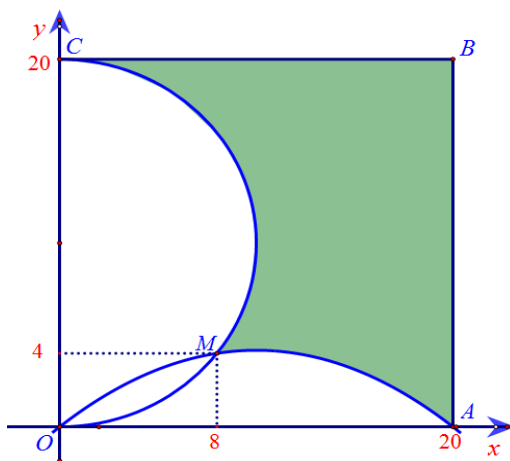
c) Xác suất $P(A) = 0,59$.

d) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ;

đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;4;4), B(-4;6;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{a}$.

Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $2a + b$.

Câu 5. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m + n$.

Câu 6. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

- Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó
- Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40%, so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Nếu anh An ký hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên:

Mã đề: 0103

Số báo danh:

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

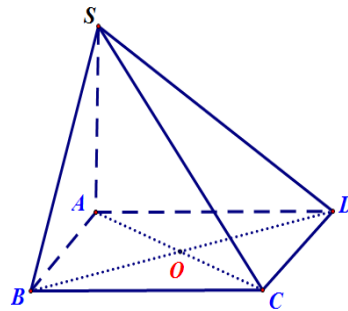
Câu 1. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = -3$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?



- A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

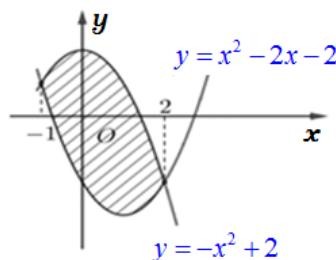
Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $2026^{x+1} + C$. B. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. C. $2026^x + C$. D. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \{ \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.
C. $S = \{ \pi + k4\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$. D. $S = \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 7. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

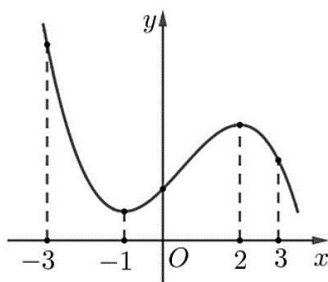
Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là

- A. $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A. $u_5 = \frac{-16}{27}$. B. $u_5 = \frac{27}{16}$. C. $u_5 = \frac{-27}{16}$. D. $u_5 = \frac{16}{27}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. $f(3)$ B. $f(2)$. C. $f(-1)$. D. $f(-3)$.

Câu 11. Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	$[0, 5; 2, 5)$	$[2, 5; 4, 5)$	$[4, 5; 6, 5)$	$[6, 5; 8, 5)$	$[8, 5; 10, 5)$
Số xe	17	33	25	20	5

- A. 5,32. B. 3,52. C. 2,53. D. 5,23.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 1)$ và vector $\vec{AC} = (0; 6; 1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A. $C(1; 6; 2)$. B. $C(-1; 6; -1)$. C. $C(-1; -6; -2)$. D. $C(1; 6; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150(km/h)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

b) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất (giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi).

c) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

d) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4; 2; 5)$.

Câu 2. Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7.10^{-4}y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol}/L$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

a) $f(x) = -7.10^{-4}x + \ln(0,05)$.

b) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) $y(30) - y(15) = -6.10^{-4}$.

d) $f'(x) = -7.10^{-4}$.

Câu 3. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất có điều kiện $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

b) Xác suất $P(A) = 0,59$.

c) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

d) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 0,3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		2		4	$-\infty$

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1;2)$, $(3;4)$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2;4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

c) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2$, $x = 4$.

d) Hàm số có hệ số $a < 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;4;4)$, $B(-4;6;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{a}$.

Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

- Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó

• Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40%, so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

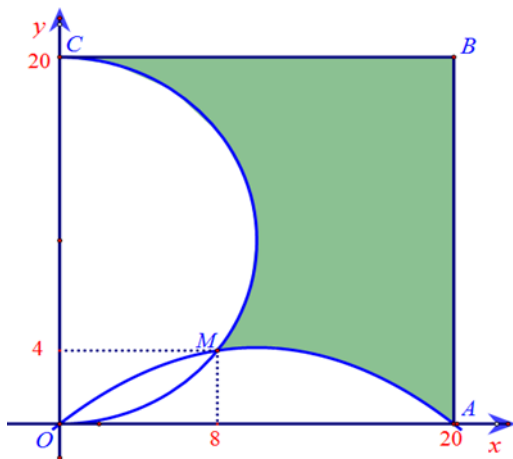
Nếu anh An kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $2a + b$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m + n$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax + b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

Câu 6. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên:

Mã đề: 0104

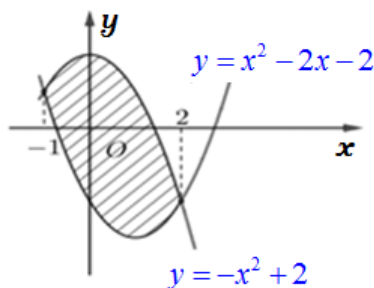
Số báo danh:

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

- A. $S = \{-2\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{0\}$.

Câu 2. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{16}{27}$. C. $u_5 = \frac{27}{16}$. D. $u_5 = \frac{-16}{27}$.

Câu 6. Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	$[0, 5; 2, 5)$	$[2, 5; 4, 5)$	$[4, 5; 6, 5)$	$[6, 5; 8, 5)$	$[8, 5; 10, 5)$
Số xe	17	33	25	20	5

- A. 2,53. B. 5,32. C. 3,52. D. 5,23.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. B. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. C. $2026^{x+1} + C$. D. $2026^x + C$.

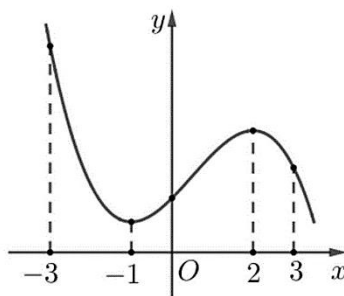
Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$ và vectơ $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A. $C(-1;-6;-2)$. B. $C(-1;6;-1)$. C. $C(1;6;2)$. D. $C(1;6;0)$.

Câu 9. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên:



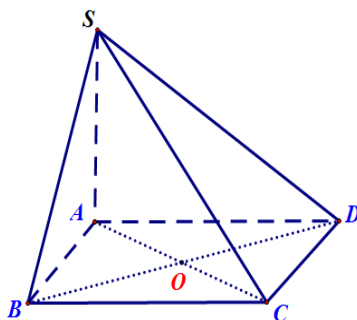
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- A. $f(-1)$. B. $f(2)$. C. $f(3)$. D. $f(-3)$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\pi + k4\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?



- A. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.
C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Ở nhiệt độ $37^\circ C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol}/L$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

- a) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

b) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) $f'(x) = -7.10^{-4}$.

d) $f(x) = -7.10^{-4}x + \ln(0,05)$.

Câu 2. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng /sai của các khẳng định sau:

a) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

c) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 0,3$.

d) Xác suất $P(A) = 0,59$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150(km/h)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

b) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất (giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi).

c) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4; 2; 5)$.

d) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						
				2	4		$-\infty$

a) Hàm số có hệ số $a < 0$.

b) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2, x = 4$.

c) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1; 2), (3; 4)$.

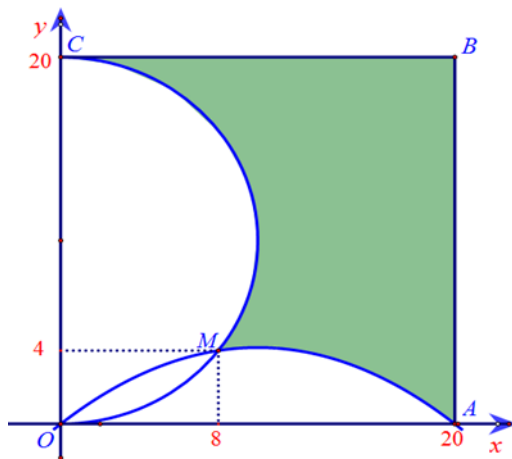
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA'

và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m + n$.

Câu 2. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Câu 3. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

- Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó
- Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40%, so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Nếu anh An ký hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

Câu 5. Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $2a + b$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;4;4), B(-4;6;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{a}$.

Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

----- Hết -----

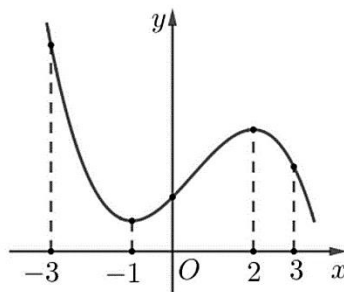
Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. $f(2)$. B. $f(-1)$. C. $f(-3)$. D. $f(3)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3; 3]$ bằng $f(-3)$

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

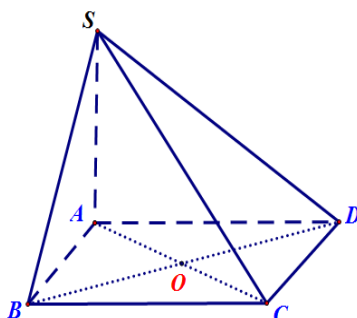
Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+6}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+6}{x-2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{b} + \vec{d} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$ và vectơ $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A.** $C(-1;6;-1)$. **B.** $C(1;6;2)$. **C.** $C(1;6;0)$. **D.** $C(-1;-6;-2)$.

Lời giải:

Gọi điểm $C(x;y;z)$

$$\text{Có } A(1;0;1); \overrightarrow{AC} = (0;6;1) \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y-0=6 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=6 \\ z=2 \end{cases}. \text{ Vậy } C(1;6;2).$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là

- A.** $\vec{n}_1 = (2;2;-1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (2;2;1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1;1;2)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1;1;-2)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (2;2;-1)$.

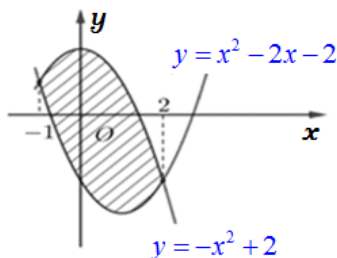
Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A.** $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. **B.** $2026^x + C$. **C.** $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. **D.** $2026^{x+1} + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int 2026^x dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C.$$

Câu 7: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A.** $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

- A.** $u_5 = \frac{-27}{16}$. **B.** $u_5 = \frac{-16}{27}$. **C.** $u_5 = \frac{16}{27}$. **D.** $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \left(\frac{2}{3} \right)^4 = -\frac{16}{27}$.

Câu 9: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	$[0,5;2,5)$	$[2,5;4,5)$	$[4,5;6,5)$	$[6,5;8,5)$	$[8,5;10,5)$
Số xe	17	33	25	20	5

A. 5,32.

B. 3,52.

C. 2,53.

D. 5,23.

Lời giải

Do cỡ mẫu $n = 100$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm số lần gặp sự cố của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng.

Ta có $x_1, \dots, x_{17} \in [0,5;2,5); x_{18}, \dots, x_{50} \in [2,5;4,5); x_{51}, \dots, x_{75} \in [4,5;6,5); x_{76}, \dots, x_{95} \in [6,5;8,5); x_{96}, \dots, x_{100} \in [8,5;10,5)$.

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [2,5;4,5)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} \times (4,5 - 2,5) \approx 2,98$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [2,5;4,5)$.

Mà $x_{75} \in [4,5;6,5); x_{76} \in [6,5;8,5)$. Nên $Q_3 = 6,5$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 6,5 - 2,98 = 3,52$

Câu 10: Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$.**B.** $\frac{1}{3}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{1}{6}$.**Lời giải**

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

A. $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.B. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.**D.** $S = \{\pi + k4\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.**Lời giải**

Ta có $\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12: Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 3$

Ta có: $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1) \Leftrightarrow x-3 = 2x-1 \Leftrightarrow x = -2$ (KTMDK). Vậy $S = \emptyset$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ 2 $\nearrow$ 4 $\searrow$

a) Hàm số có hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1; 2)$, $(3; 4)$.

c) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2$, $x = 4$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

Lời giải

a) ĐÚNG. Từ bảng biến thiên, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ hệ số $a < 0$.

b) ĐÚNG. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(1; 2)$ và $B(3; 4) \Rightarrow$ đồ thị đi qua hai điểm $(1; 2)$, $(3; 4)$.

c) SAI. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

d) SAI. Ta có $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$ nên ta có:

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = 2 \\ f'(3) = 0 \\ f(3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ a + b + c + d = 2 \\ 27a + 6b + c = 0 \\ 27a + 9b + 3c + d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \\ c = -\frac{9}{2} \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - \frac{9}{2}x + 4$$

Ta có $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 2 \Rightarrow \min_{[2; 4]} f(x) = 2$.

Câu 2: Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giờ), $y(x) > 0$ với

$x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7.10^{-4}y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol/L}$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

a) $f'(x) = -7.10^{-4}$.

b) $f(x) = -7.10^{-4}x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) = -6.10^{-4}$.

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) **ĐÚNG**. Ta có $f'(x) = (\ln y(x))' = \frac{y'(x)}{y(x)} = -7.10^{-4}$.

b) **ĐÚNG**. Ta có $f(x) = \int f'(x)dx = \int (-7.10^{-4})dx = -7.10^{-4}x + C$.

Theo giả thiết $y(0) = 0,05$ nên $f(0) = \ln y(0) = \ln(0,05)$. Khi đó $C = \ln(0,05)$.

Vậy $f(x) = -7.10^{-4}x + \ln(0,05)$.

c) **SAI**. Từ $f(x) = \ln y(x) \Rightarrow y(x) = e^{f(x)} = e^{-7.10^{-4}x + \ln(0,05)} = \frac{1}{20}e^{-7.10^{-4}x}$.

Do đó $y(30) - y(15) = \frac{1}{20}(e^{-7.10^{-4}.30} - e^{-7.10^{-4}.15}) \approx -5,2.10^{-4}$.

d) **ĐÚNG**. Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây là:

$$\frac{1}{30-15} \int_{15}^{30} y(x)dx = \frac{1}{15} \int_{15}^{30} \left(-\frac{1}{7.10^{-4}} \right) y'(x)dx = -\frac{10^4}{105} y(x) \Big|_{15}^{30} = -\frac{10^4}{105} [y(30) - y(15)] \approx 0,05.$$

Câu 3. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

c) Xác suất $P(A) = 0,59$.

d) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

Lời giải

a) **ĐÚNG**. Xác suất $P(B) = \frac{392}{560} = 0,7$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$.

b) **SAI**. Xác suất có điều kiện $P(A|\bar{B}) = 10\% = 0,1$.

c) **ĐÚNG**. Xác suất $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.80\% + 0,3.10\% = 0,59$.

d) **SAI**. Xác suất $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,7.0,8}{0,59} \approx 94,9\% > 90\%$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1;-2;1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10;10;13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3;-4;-4)$ với tốc độ không đổi $150(km/h)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

b) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

c) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4;2;5)$.

d) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất (giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi).

Lời giải

a) **ĐÚNG**. Đường thẳng qua $P(10;10;13)$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (-3;-4;-4)$ có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}.$$

b) **ĐÚNG**. Vùng phủ sóng là mặt cầu tâm $T(1;-2;1)$, bán kính $R=9$ có phương trình

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$$

c) **SAI**. Ta thấy $M(4;2;5)$ nằm trên đường bay $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$

mặt khác $TM = \sqrt{(4-1)^2 + (2+2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{41} \approx 6,4km$. Vì $TM < R$ nên $M(4;2;5)$ không phải điểm đầu tiên nhận tín hiệu.

d) **SAI**. Từ chỗ phát tín hiệu đến điểm nhận tín hiệu là $9km$, với tốc độ $150(km/h)$ thì thời gian tới chỗ cứu hộ là $t = \frac{9}{150} = 0,06$ giờ = 3,6 phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

Lời giải

Đáp án: 1200.

$$y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ đồ thị (C) có 2 điểm cực trị là $A(0;-4)$ và $B(2;0)$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (2;4) \Rightarrow$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1) \Rightarrow g(x) = 2x - 4$.

Khi đó $h(x) = \sqrt{-x(2x-4)}$.

Xét hàm số $h(x) = \sqrt{4x-2x^2}$. Tập xác định: $D = [0; 2]$.

$$h'(x) = \frac{-4x+4}{2\sqrt{-x(2x-4)}} = \frac{-2x+2}{\sqrt{-x(2x-4)}} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; 2).$$

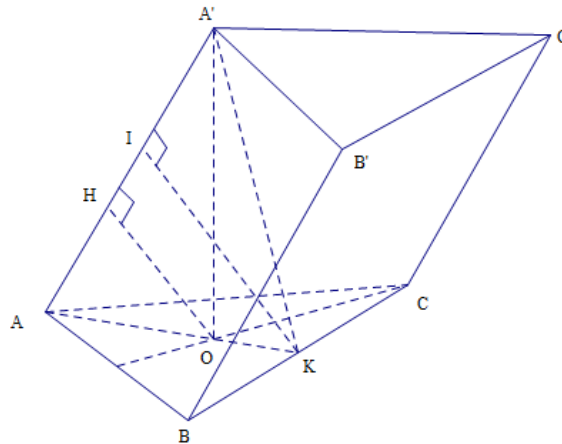
$$\begin{cases} h(0) = 0 \\ h(1) = \sqrt{2} \Rightarrow m = \min_{[0;2]} h(x) = 0; M = \max_{[0;2]} h(x) = \sqrt{2}. \\ h(2) = 0 \end{cases}$$

Vậy $\sqrt{8}(300M - 20m) = \sqrt{8}(300\sqrt{2} - 20.0) = 1200$.

Câu 2: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m + n$.

Lời giải

Đáp án: 39.



Gọi K là trung điểm của BC , O là tâm của đáy, kẻ $IK \perp AA'$ (1), $OH \parallel IK$.

Ta có $AK \perp BC$ ($\triangle ABC$ đều)

$$A'O \perp BC$$

$$\Rightarrow BC \perp (A'AK) \Rightarrow BC \perp IK \text{ (2)}.$$

Từ (1), (2) suy ra IK là khoảng cách giữa AA' và $BC \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Ta có } OH \parallel IK \Rightarrow \frac{OH}{IK} = \frac{AO}{AK} = \frac{2}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Lại có } AO = \frac{2}{3} AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O có OH là đường cao

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OA'^2} \Rightarrow OA' = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot OA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}. \text{ Suy ra } m + n = 39.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;4;4), B(-4;6;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{a}$. Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp án: 7

Ta có: $AB: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 4 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

Gọi $P(-1-3p; 4+2p; 4+p) \in AB$ và $Q(2+2q; 3+3q; -4-5q) \in d$.

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = (2q+3p+3; 3q-2p-1; -5q-p-8)$.

Giả sử PQ là đoạn vuông góc chung của AB và d , khi đó:

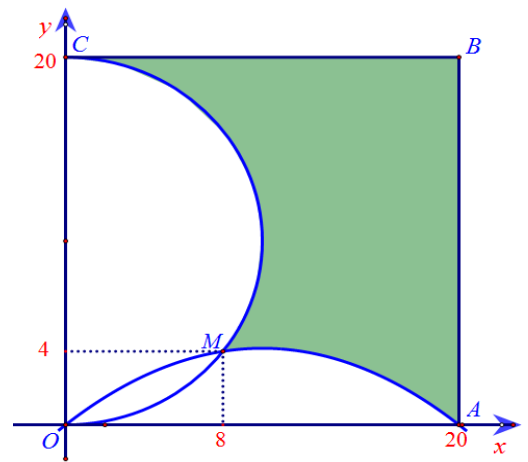
$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ nên } \overrightarrow{PQ} = k[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{AB}] \Leftrightarrow \begin{cases} 2q+3p+3 = 13k \\ 3q-2p-1 = 13k \\ -5q-p-8 = 13k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2q+3p-13k = -3 \\ 3q-2p-13k = 1 \\ -5q-p-13k = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -1 \\ p = -1 \\ k = \frac{-2}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(2; 2; 3) \text{ và } Q(0; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (-2; -2; -2) \Rightarrow PQ = 2\sqrt{3}.$$

Khi đó, khoảng cách nhỏ nhất từ C đến AB nhỏ nhất là $d(d, AB) = PQ = 2\sqrt{3}$.

Suy ra, diện tích nhỏ nhất của tam giác ABC là $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{14} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{42}$. Vậy $\frac{a}{6} = \frac{42}{6} = 7$.

Câu 4: Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm . Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm , cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2).



Lời giải

Đáp số: 197

Chọn hệ trục như hình vẽ

+ Diện tích hình vuông $S_{hv} = 20^2 = 400 \text{ (mm}^2\text{)}$.

+ Diện tích nửa hình tròn bán kính $R = 10$ là $S_{tròn} = \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot \pi = 50\pi \text{ (mm}^2\text{)}$.

+ Parabol đi qua ba điểm $O(0;0), M(8;4), A(20;0)$ có phương trình $y = -\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x$.

+ Diện tích phần Parabol (P) và trục Ox là $S_{(P)} = \int_0^{20} \left(-\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x \right) dx = \frac{500}{9}$.

+ Từ phương trình đường tròn $x^2 + (y-10)^2 = 100 \Rightarrow \begin{cases} y = 10 + \sqrt{100-x^2} \\ y = 10 - \sqrt{100-x^2} \end{cases}$.

+ Diện tích phần giao nhau của Parabol và đường tròn là

$$S_1 = \int_0^8 \left(-\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x \right) - \left(10 - \sqrt{100-x^2} \right) dx = 9,92 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh là

$$S = S_{hv} - (S_{tròn} + S_{(P)} - S_1) = 400 - \left(50\pi + \frac{500}{9} - 9,92 \right) = 197,28 \approx 197 \text{ (mm}^2\text{)}$$

Câu 5. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

• Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó

• Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40%, so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Nếu anh An kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 1180

Số tiền nhận được sau 20 năm đi làm nếu kí hợp đồng theo phương án 1 là:

$$T_1 = 36 \cdot (10 + 16 + 22 + \dots + 40) + 46 \cdot 24 = 6504 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền nhận được sau 20 năm đi làm nếu kí hợp đồng theo phương án 2 là:

$$T_2 = 36 \cdot 10 \frac{1-1,4^6}{1-1,4} + 10 \cdot 1,4^6 \cdot 24 = \frac{24011472}{3125} \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{Suy ra: } \Delta T = T_2 - T_1 = 1180.$$

Câu 6: Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính $2a + b$.

Lời giải:

Đáp án: 375

Số phần tử không gian mẫu là $C_{24}^3 = 2024$ (cách chọn).

Gọi A là biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân”.

Ứng với mỗi đỉnh của đa giác, có 11 cách chọn 2 đỉnh còn lại để tạo ra một tam giác cân. Đa giác đã cho có 24 đỉnh nên có $11 \cdot 24 = 264$ tam giác cân theo cách đếm này. Trong đó có tất cả 8 tam giác đều và chúng bị đếm 3 lần.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $11 \cdot 24 - 8 \cdot 2 = 248$ (kết quả).

Gọi B là biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông”.

Số đường chéo qua tâm của đa giác đều là: 12 đường chéo.

Với mỗi đường chéo, ta chọn 1 đỉnh trong 22 đỉnh còn lại để tạo thành một tam giác vuông.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $12 \cdot 22 = 264$ (kết quả).

Ứng với mỗi đường chéo, có 2 cách chọn đỉnh sao cho 3 đỉnh tạo thành tam giác vuông cân.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố AB là: $12 \cdot 2 = 24$ (kết quả).

Vậy xác suất của biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông” là:

$$P(A \cup B) = \frac{248 + 264 - 24}{2024} = \frac{61}{253} \quad \Rightarrow 2a + b = 2 \cdot 61 + 253 = 375.$$