

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Mã đề : 0115

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + nx + p}{qx + r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

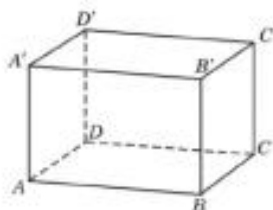
A. 4.

B. 3.

C. -4.

D. -1.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng vector nào dưới đây?

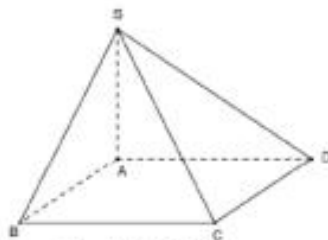
A. $\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD'}$.

D. $\overrightarrow{AB'}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.



Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAB) .

B. (SAC) .

C. (SAD) .

D. (SCD) .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$. Một vector chỉ phương của Δ có toạ độ là

A. $(1; 2; 4)$.

B. $(2; -1; 3)$.

C. $(2; 1; 3)$.

D. $(1; -2; 4)$.

Câu 5. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_{0.2} x > -1$ là

A. $(0; 5)$.

B. $(-\infty; 5)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với (P) có phương trình là

- A. $x - 3y + 4z + 7 = 0$. B. $x - 3y + 4z - 8 = 0$. C. $x - 3y + 4z - 7 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 7 = 0$.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = u_1 + 5$. Công sai d của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 2$. B. $d = 5$. C. $d = -5$. D. $d = 1$.

Câu 9. Xét mẫu số liệu cho bởi bảng ghép nhóm sau đây:

Nhóm	$[2; 6)$	$[6; 10)$	$[10; 14)$	$[14; 18)$	$[18; 22)$
Tần số	5	8	13	12	6

Nhóm chứa một nửa mẫu số liệu trên là

- A. $[14; 18)$. B. $[10; 14)$. C. $[18; 22)$. D. $[6; 10)$.

Câu 10. Biết $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$. Giá trị của $\int_1^2 2[f(x) + x] dx$ bằng

- A. 2. B. $\ln 2 + 3$. C. 4. D. $2\ln 2 + 3$.

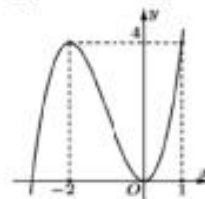
Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sin x$ trên $(-\infty; +\infty)$ là

- A. $3\cos x + C$. B. $-3\cos x + C$. C. $3\sin x + C$. D. $-3\sin x + C$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-2; 1)$.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ có đồ thị là (C) và hai điểm $A(4; 2); B(-2; 8)$.

a) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm $I(3; -1)$.

b) Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[0; 2]$. Khi đó $m + 3M = 2$.

c) $\forall x \neq -1$, hàm số đã cho có đạo hàm $y' = \frac{5}{(x+1)^2}$.

d) Điểm $K(a; b) \in (C)$ sao cho trực tâm H của tam giác KAB thuộc vào đường thẳng $d: 5x - 4y - 3 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $4a^2 + 3b$ bằng 12.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-2; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

a) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 6$.

b) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $2x + y + 2z - 1 = 0$.

c) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $(0; 3; -1)$.

d) Gọi M là điểm di động trên mặt phẳng (P) sao cho điểm M luôn cách đều hai điểm A và B . Khoảng cách ngắn nhất từ M đến gốc tọa độ O bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 3. Trong một bể xử lý nước thải, số lượng vi khuẩn gây hại tại thời điểm t được kí hiệu bằng $N(t)$ (đơn vị: con). Người ta nhận thấy rằng trong giai đoạn đầu (khi môi trường chưa bị hạn chế), tốc độ biến thiên của số lượng vi khuẩn tuân theo quy luật hàm mũ và được mô hình hóa bởi hàm số $N'(t) = A.e^{kt}$, trong đó: A, k là các hằng số dương, t là thời gian (đơn vị: giờ). Từ các nghiên cứu thực nghiệm (sau khi xử lý và làm tròn số liệu), người ta ước lượng được $A = 1000 \ln 2$ và tại thời điểm $t = 1$ giờ có 3 000 vi khuẩn; $N'(1) = 2 000 \ln 2$. Biết rằng mức độ an toàn cho phép là không quá 65 000 vi khuẩn.

a) $k = \ln 2$.

b) Số vi khuẩn tại thời điểm $t = 5$ giờ là 34000 con.

c) Số lượng vi khuẩn bắt đầu vượt ngưỡng an toàn từ sau thời điểm $t = 6$ giờ.

d) Tại thời điểm $t = 6$ giờ người ta tiến hành xử lý để giảm số lượng vi khuẩn theo quy luật:

$M(t) = 65\,000.e^{-0.25(t-6)}$ với $M(t)$ là số con vi khuẩn ở thời điểm t giờ ($t \geq 6$). Khi đó, sau $4 \ln 2$ giờ kể từ khi bắt đầu xử lý, số vi khuẩn còn lại 32500 con.

Câu 4. Một hộp có chứa 10 quả bóng màu xanh và 15 quả bóng màu đỏ (các quả bóng có cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Bạn Bắc lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó và không trả lại. Nếu bạn Bắc lấy được quả bóng màu xanh thì bạn Ninh lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả bóng từ số bóng còn lại trong hộp. Nếu bạn Bắc lấy được quả bóng màu đỏ thì bạn Ninh lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả bóng từ số bóng còn lại trong hộp.

a) Xác suất để bạn Bắc lấy được quả bóng màu xanh là 0,4.

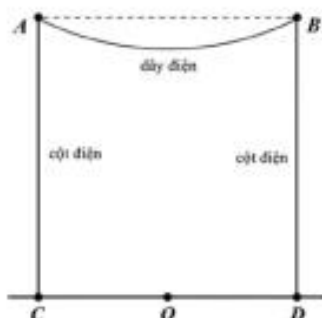
b) Nếu bạn Bắc lấy được quả bóng màu xanh thì xác suất để bạn Ninh lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ là 0,38 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Nếu bạn Bắc lấy được quả bóng màu đỏ thì xác suất để bạn Ninh lấy được ít nhất một quả bóng màu xanh là 0,67 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Biết rằng trong số các quả bóng hai bạn Bắc và Ninh đã lấy ra có đủ cả bóng màu xanh và bóng màu đỏ, xác suất để bạn Bắc lấy được quả bóng màu xanh là 0,41 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

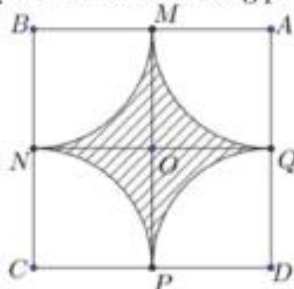
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hai cột điện AC , BD có cùng chiều cao được dựng vuông góc với mặt đất và cách nhau 100 mét ($AB = CD = 100$ mét). Một dây điện được treo từ đầu A cột này đến đầu B cột kia (tham khảo hình vẽ) với $AC = BD$. Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho tia Ox trùng với tia OD (O là trung điểm CD), tia Oy cùng hướng với tia CA , mỗi đơn vị trên các trục là 1 mét. Khi đó, người ta thấy rằng dây điện nằm trong mặt phẳng Oxy và tạo thành một đường cong catenary có phương trình $y = 223,5 \left(c^{\frac{x}{447}} + c^{-\frac{x}{447}} \right) - 430$, với $-50 \leq x \leq 50$.



Gọi khoảng cách từ điểm thấp nhất trên dây điện đến đường thẳng nằm ngang AB là độ võng của dây điện. Hỏi độ võng của dây điện bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn AB, BC, CD và DA . Các cung $\widehat{QM}, \widehat{MN}, \widehat{NP}, \widehat{PQ}$ lần lượt là các cung tròn của các đường tròn tâm A, B, C, D với bán kính bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Biết diện tích “tứ giác cong” $MNPQ$ (miền bị gạch chéo trong hình vẽ) bằng $16(4 - \pi) \text{ dm}^2$. Hỏi khi cho “tứ giác cong” $MNPQ$ quay quanh trục NQ ta thu được vật thể có thể tích bằng bao nhiêu đềximét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 3. Khi đặt trong mặt phẳng tọa độ Oxy với trục Ox nằm ngang trên mặt đất, trục Oy hướng thẳng lên trên (tham khảo hình vẽ), đơn vị trong hệ trục là 1 kilômét thì đường đi của một khinh khí cầu bắt đầu xuất phát từ điểm O được mô phỏng là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$.

Biết đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại điểm thứ hai có tọa độ $(8; 0)$ và đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(6; 4)$. Sau khi đi qua điểm cực đại và đang trong quá trình hạ cánh, tại thời điểm khinh khí cầu cách mặt đất 3900 mét thì hình chiếu của nó trên trục Ox cách gốc tọa độ bao nhiêu kilômét?



Câu 4. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 1, AD = \sqrt{3}$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối chóp $SABCD$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Chọn ngẫu nhiên cặp số bất kì $(x; y)$ thỏa mãn x, y thuộc tập hợp $\{2026; 2026^2; 2026^3; \dots; 2026^{24}; 2026^{25}\}$. Xét biến cố A : “ $\log_x y$ có giá trị là một số nguyên”. Biết rằng xác suất của biến cố A bằng $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Hiệu $a - b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 2 = 0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 - t \\ z = 2 \end{cases}$ và hai điểm

$A(-2; -6; 22), B(1; 0; 16)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn cách đường thẳng d một khoảng bằng 2 và $NA = 2NB$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm M và N bằng bao nhiêu?

———— Hết ————