

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

- A. $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{4^x}{2\ln 2} + C$. C. $\frac{4^x}{x} + C$. D. $x \cdot 4^{x-1} + C$.

Câu 2. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	4	8	11	7

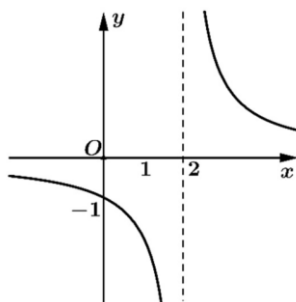
Trung vị Q_2 của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[2; 4)$. B. $[4; 6)$. C. $[6; 8)$. D. $[8; 10]$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC .

- A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $\frac{z-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{z-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 4. Tìm hệ số b, c để hàm số $y = \frac{2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



- A. $\begin{cases} b = 2 \\ c = -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 1$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; 7)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n} = (-1; 1; 3)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp (SBC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình: $3^{2x+1} = 27$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

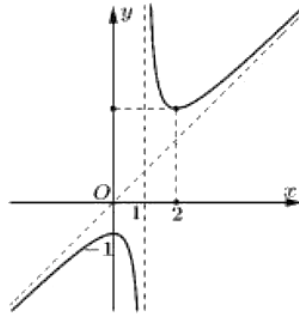
Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là

- A. $\frac{8}{3}$. B. 24. C. 5. D. 11.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 12. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = 3$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox .

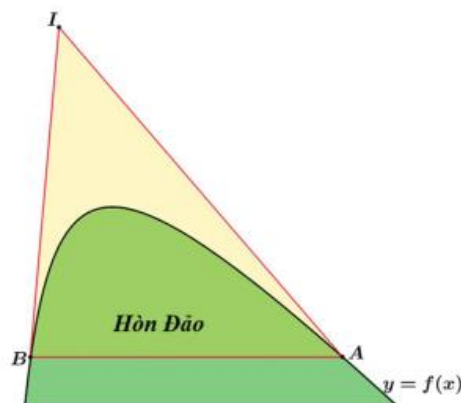
- A. 33. B. $\frac{33}{5}$. C. $\frac{33\pi}{5}$. D. 33π .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Trong hệ trục Oxy đường biên của một hòn đảo được mô hình hoá bởi hàm số

$$f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 12}{x} \quad (x > 0) \quad (\text{đơn vị mỗi trục là } 100\text{m}).$$

Ban quản lí hòn đảo muốn quây một vùng tam giác an toàn để người dân có thể vui chơi và tắm biển ở khu vực đó. Đặt cố định một điểm ngoài biển toạ độ $I(2; 8)$ sau đó căng hai tấm lưới bảo vệ IA, IB với hai điểm A, B ($x_A > x_B > 0$) nằm trên đường biên và luôn thoả mãn $AB \parallel Ox$.



a) Đỉnh cao nhất của hòn đảo (điểm cực đại của đồ thị hàm số) cách I một khoảng 514 (m) (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 12}{x}$ là điểm $M(0;10)$.

c) Quãng đường ngắn nhất từ hòn đảo đến điểm I là 510 (m) (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu điều chỉnh dây phao sao cho khoảng cách từ trạm I đến dây phao AB bằng đúng chiều dài dây phao AB thì diện tích vùng an toàn ΔIAB là 605000 (m²).

Câu 2. Tại một thành phố, người ta thực hiện xét nghiệm đại trà để phát hiện Virus X. Qua thống kê, tỉ lệ người dân có kết quả xét nghiệm Dương tính (được máy báo là nhiễm bệnh) là 12%. Tuy nhiên, xét nghiệm không chính xác tuyệt đối:

+ Trong số những người có kết quả Dương tính, có 5% thực chất là không nhiễm bệnh.

+ Trong số những người có kết quả Âm tính (máy báo không nhiễm), có 2% thực chất là đang nhiễm bệnh.

Chọn ngẫu nhiên một người vừa thực hiện xét nghiệm:

a) Xác suất để người đó có kết quả Âm tính là 0,98.

b) Xác suất để người đó thực sự không nhiễm bệnh, biết rằng kết quả xét nghiệm là Âm tính, bằng 0,98.

c) Xác suất để người đó thực sự không nhiễm bệnh là 0,8684.

d) Xác suất để người đó có kết quả Âm tính, biết rằng người đó thực sự không nhiễm bệnh bé hơn 0,99.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2), B(3;3;0), C(2;0;1)$.

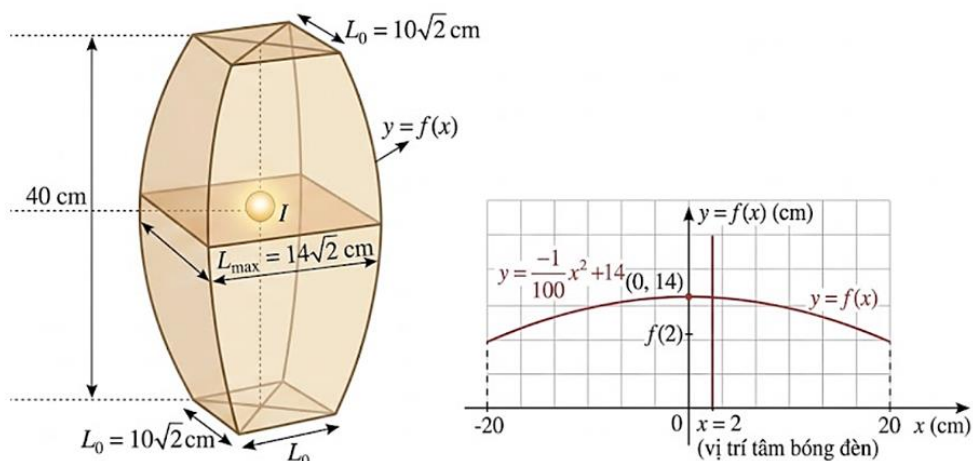
a) Tọa độ trung điểm của AB là $(2;2;1)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC} = (0; -4; 0)$.

c) Côsin góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng $\frac{1}{3}$.

d) Điểm $M(0;0;c)$ nằm trên trục Oz sao cho biểu thức $P = MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $c = -1$.

Câu 4. Cận kề ngày Tết Nguyên Đán, bác Nghĩa muốn thiết kế một đèn lồng cao 40 cm để treo lên ở hiên nhà. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao vuông góc với trục thẳng đứng của đèn lồng luôn là một hình vuông (xem hình vẽ). Mặt đáy và đỉnh của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_0 = 10\sqrt{2}$ cm. Mặt cắt ngang tại vị trí rộng nhất của đèn lồng là hình vuông (hình vuông có diện tích lớn nhất) có cạnh $L_{\max} = 14\sqrt{2}$ cm. Mặt cắt của đèn lồng theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong Parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của đèn lồng. Một đường cong Parabol $y = f(x)$ trong bốn đường cong để tạo ra khung đèn lồng được gắn trong hệ trục Oxy với trục Ox biểu diễn chiều cao của chiếc đèn lồng (đơn vị mỗi trục là 1 cm)



a) Diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang hình vuông, vuông góc với trục thẳng đứng bằng 196 cm^2 .

b) Phương trình của đường cong Parabol $y = f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 14$.

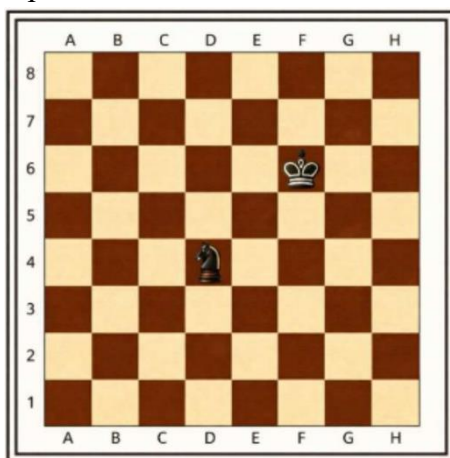
c) Thể tích của chiếc đèn lồng đó là 12,95 lít (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Để đảm bảo an toàn, bác Nghĩa treo một chiếc bóng đèn sợi đốt hình cầu có tâm (được xem là một điểm) đặt trên trục thẳng đứng của lồng đèn và cách đáy 22 cm. Bác quy định rằng để tránh làm cháy lớp giấy dán, khoảng cách từ mặt bóng đèn đến bất kỳ điểm nào trên lồng đèn phải ít nhất 7 cm. Bác có thể chọn chiếc bóng đèn có bán kính lớn nhất là 2,8666 cm (làm tròn đến bốn chữ số sau dấu phẩy).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trên một bàn cờ vua, Thông và Nghĩa cùng tham gia một trò chơi xác suất thú vị. Họ đặt một quân Mã tại ô D4 và một quân Vua tại ô F6. **Quy ước rằng trong trò chơi này, hai quân cờ không ăn nhau.** Trò chơi được tiến hành như sau:

- **Thông:** Thực hiện hành trình 4 bước đi sao cho các ô đi qua trong 3 bước đầu không trùng nhau và sau bước thứ 4 Mã phải quay về lại đúng vị trí D4 ban đầu.
- **Nghĩa:** Thực hiện hành trình 3 bước đi và sau bước thứ 3 Vua phải quay về lại đúng vị trí F6 ban đầu.
- **Trình tự:** Hai quân di chuyển xen kẽ nhau, bắt đầu bằng Mã. Cụ thể: Mã đi bước 1 tiếp đến Vua đi bước 1, Mã đi bước 2 tiếp đến Vua đi bước 2, cho đến khi cả hai hoàn tất hành trình.



Xác suất để trong suốt quá trình di chuyển trên, có ít nhất một thời điểm Mã và Vua cùng đứng trên một ô cờ có dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Hãy tính giá trị của $b - 5a$.

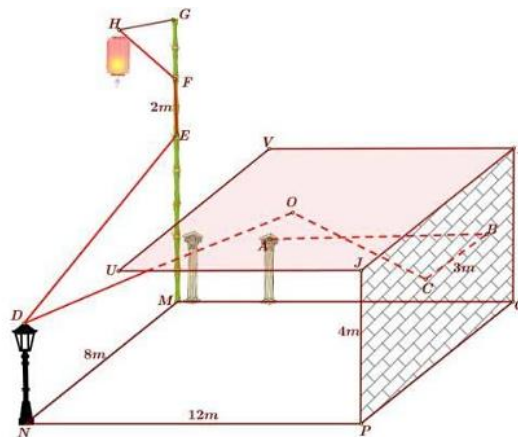
Cách di chuyển của quân Mã: Mã di chuyển theo đường chéo của hình chữ nhật 2×3 ô vuông (hoặc 3×2 ô vuông).

Cách di chuyển của quân Vua: Vua có thể di chuyển sang bất kỳ ô liền kề chung cạnh hoặc chung đỉnh xung quanh nó theo hướng ngang, dọc hoặc chéo.

Câu 2. Trong dịp Tết Nguyên Đán, bạn Kiên nhận được tiền lì xì ngày mừng 1 là **3.000.000 đồng**. Kể từ mừng 2, mỗi ngày tiền lì xì giảm **300.000 đồng** so với ngày trước đó. Nhưng đến ngày mừng 3, mẹ bạn Kiên lại nói: “Để mẹ giữ tiền cho sau này cưới vợ thì mẹ đưa”, nên bạn Kiên quyết định bắt đầu từ ngày hôm đó, ngày nào cũng đưa cho mẹ X triệu đồng. Tính X (đơn vị: Triệu đồng) để hết ngày mừng 9, Kiên còn lại đúng **5.000.000 đồng**.

Câu 3. Cận kề ngày Tết cổ truyền, anh Nghĩa dự định trang trí hệ thống đèn LED cho khoảng sân nhà hình chữ nhật $MNPQ$ có chiều dài $MQ = 12m$, $MN = 8m$. Để cung cấp điện cho hệ thống đèn LED, anh Nghĩa đi dây điện theo trình tự: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow H$ (như hình vẽ bên). Trong đó:

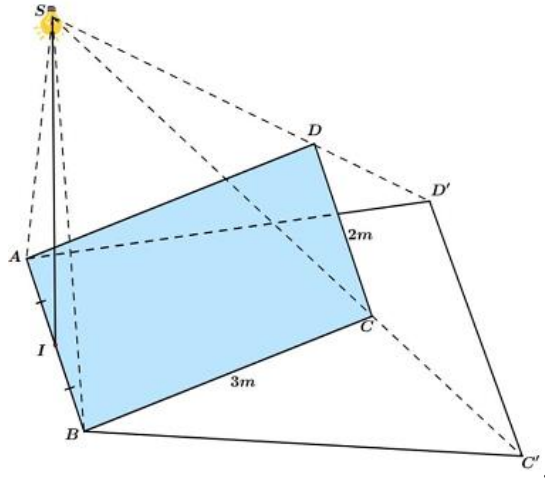
- Điểm A nằm trên cột cổng cao 3 m, vị trí chân cột cách cây nêu 3 m và chân cột nằm trên đoạn MQ .
- Đoạn BC nằm trên bức tường hình chữ nhật $PQIJ$ có $PJ = 4m$ (bức tường vuông góc với mặt đất), độ dài $BC = 3m$ và $BC \parallel IJ$.
- Điểm O nằm trên mái che hình chữ nhật $IJUV$ có $JU = 10m$ (mái che song song với mặt đất).
- Cột đèn đặt tại góc N và điểm D nằm trên cột đèn cao 3 m.
- Điểm E, F nằm trên thân cây Nêu sao cho $EF = 2m$. Cây Nêu MG vuông góc với đất tại M , chiều cao $MG = 10m$. Điểm H cách đỉnh G một khoảng $HG = 0,5m$ (HG song song với mặt đất).



Tính tổng độ dài dây điện ngắn nhất mà anh Nghĩa cần sử dụng để hoàn thành hệ thống đèn trang trí này. (Đơn vị: mét, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

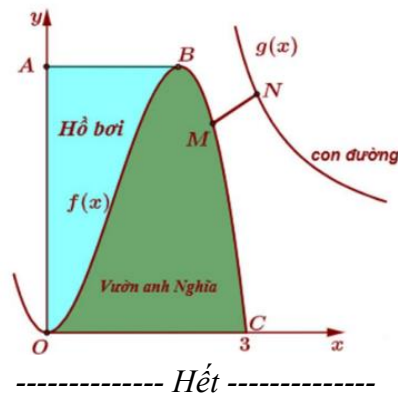
Câu 4. Một tấm pin năng lượng mặt trời có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với kích thước cạnh $AB = 2m$ và $BC = 3m$. Tấm pin này được đặt nghiêng trên một mặt phẳng đất nằm ngang sao cho cạnh AB nằm sát trên mặt đất. Vào ban ngày, một nguồn sáng điểm (bóng đèn) được đặt tại vị trí S , cách mặt đất một chiều cao $4m$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt đất trùng với trung điểm I của cạnh AB . Khi trời tối và bật đèn lên, ánh sáng từ S chiếu qua tấm pin $ABCD$ tạo ra một bóng trên mặt đất. Bóng này có dạng một hình thang cân $ABC'D'$, trong đó C' và D' lần lượt là hình chiếu của các đỉnh C và D của tấm pin lên mặt đất. Đã biết rằng, hình thang cân $ABC'D'$ này có chiều cao là $4,5m$. Hãy tính diện tích lớn nhất của hình thang cân

$ABC'D'$ là bóng của tấm pin trên mặt đất (Kết quả được yêu cầu tính bằng đơn vị m^2 và làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 5. Anh Trọng quyết định mua 2 cây đào và 1 cây mai tại nhà vườn để trang trí dịp Tết Nguyên Đán. Giá mỗi cây đào 1.000.000 đồng, giá mỗi cây mai là 2.000.000 đồng. Để kích cầu, nhà vườn đưa ra chính sách: nếu khách hàng mua thêm x cây cảnh nhỏ (x là số nguyên không âm) với giá 50.000 đồng/cây, thì toàn bộ đơn hàng sẽ được vận chuyển về nhà với mức chi phí theo hàm số: $f(x) = x^2 - 100x + 3000$ (đơn vị nghìn đồng). Biết rằng số lượng cây mua không vượt quá 40 cây để đảm bảo tải trọng xe ($0 \leq x \leq 40$). Tổng chi phí (tiền mua cây và tiền vận chuyển) thấp nhất mà anh Trọng cần bỏ ra để mua cây trang trí dịp tết là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 6. Anh Nghĩa có một mảnh đất dạng hình thang cong $OABC$ (B là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$) được mô hình hóa trong mặt phẳng Oxy (đơn vị mỗi trục là 10 m). Anh Nghĩa chia mảnh đất hình thang cong $OABC$ thành 2 phần để làm hồ bơi và làm vườn trồng cỏ được ngăn cách bởi một phần của đồ thị hàm bậc ba $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết đơn giá làm hồ bơi là 400.000 đồng/ m^2 , đơn giá trồng cỏ là 200.000 đồng/ m^2 . Tổng chi phí anh Nghĩa phải trả là 295 triệu đồng. Bên cạnh đó có một con đường nhựa được mô hình hóa bằng hàm số $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ($x > 2$). Anh Nghĩa muốn làm một đoạn đường MN đi từ Vườn anh Nghĩa đến con đường nhựa đó. Hãy tính độ dài ngắn nhất của đoạn đường MN mà anh Nghĩa muốn làm. (Đơn vị mét: làm tròn đến hàng phần trăm)



Hết