

Bài 1. (1,5 điểm). Cho hàm số $(P): y = \frac{x^2}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.

b) Tìm điểm thuộc đồ thị (P) sao cho hoành độ và tung độ có tổng bằng 12.

Bài 2. (1 điểm) Cho phương trình : $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

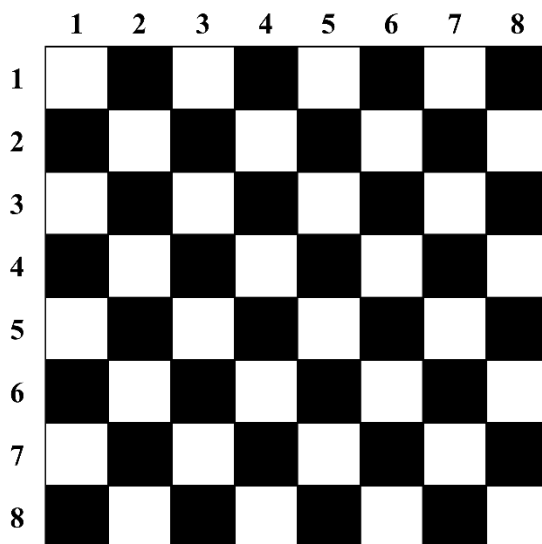
a) Chứng minh phương trình này luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức $A = x_1(x_1^2 + 2022) - x_2(-x_2^2 - 2023) - x_2$.

Bài 3. (1,5 điểm) Bạn An ném ngẫu nhiên một viên bi vào bảng gồm các ô vuông (như hình vẽ). Biết rằng mỗi lần ném, viên bi chỉ có thể nằm gọn vào một ô vuông màu trắng hoặc một ô vuông màu đen và việc viên bi nằm trong ô vuông màu trắng hay ô vuông màu đen là đồng khả năng.

a) Tính xác suất để trong 1 lần ném, viên bi nằm trong ô vuông màu đen.

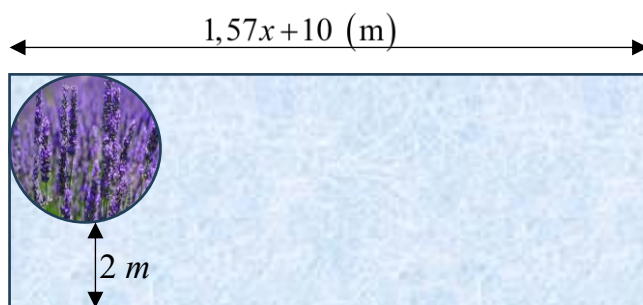
b) Để trò chơi thêm kịch tính, An đặt ra quy luật tính điểm như sau: Nếu bi vào ô đen được cộng 5 điểm, nếu vào ô trắng bị trừ 2 điểm. Bạn An thực hiện ném bi 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để sau 2 lần ném, tổng số điểm của An nhận được lớn hơn 0.



Bài 4. (1 điểm) Một cái sân hình chữ nhật có độ dài của một cạnh như hình vẽ. Ở góc sân, người ta làm một cái bồn hoa hình tròn có bán kính x mét ($x > 0$). Biết vòng tròn tiếp xúc với 2 cạnh của hình chữ nhật và khoảng cách từ cạnh (chiều dài) của hình chữ nhật đến đường tròn là 2 mét (xem hình minh họa). Cho $\pi = 3,14$.

a) Viết biểu thức biểu thị diện tích đất còn lại sau khi đã xây bồn hoa.

b) Hãy tính bán kính của bồn hoa hình tròn biết diện tích đất còn lại sau khi xây bồn hoa là $54,71 \text{ m}^2$.



Hình minh họa

Bài 5: (1,0 điểm) Một ống đựng các viên vitamin C có dạng hình trụ với đường kính đáy là 4 cm và chiều cao là 12 cm. Mỗi viên vitamin C hình cầu với bán kính là 0,5 cm.

a) Tính thể tích của ống vitamin C và thể tích của một viên vitamin C (tính theo đơn vị cm^3 và làm tròn đến hàng phần trăm). Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ (R là bán kính đáy, h đường cao của hình trụ). Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ (R là bán của kính hình cầu).

b) Biết rằng trong ống có một lớp không khí chiếm 10% thể tích của ống. Tính số viên vitamin C tối đa có thể chứa trong ống.



Bài 6. (1 điểm) Hai bạn Nam và Hùng đua xe đạp. Biết rằng nếu cùng đạp xe, tốc độ của Nam gấp 2 lần tốc độ của Hùng. Tốc độ chạy bộ của Nam bằng $\frac{1}{4}$ tốc độ đạp xe của Hùng. Trong cuộc đua, sau 5 phút Nam bị hỏng xe nên phải chạy bộ. Cả hai cùng về đích một lúc. Hỏi cuộc đua kéo dài bao lâu?

Bài 7. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt hai cạnh AB , AC lần lượt tại E và F (E khác B , F khác C). Các đoạn thẳng BF và CE cắt nhau tại H , tia AH cắt BC tại K .

a) Chứng minh bốn điểm A , E , H , F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi D là giao điểm của AH và (O) (D nằm giữa A và H). Chứng minh $BD^2 = BK \cdot BC$ và $BDH = BFD$.

c) Cho $BAC = 60^\circ$ và $BC = 6 \text{ cm}$. Tính diện tích phần hình giới hạn bởi cung EDF và dây EF .

-----HẾT-----