

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ THI KHẢO SÁT NĂNG LỰC HỌC SINH LỚP 9
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi 19/04/2026

Câu 1: (3 điểm)

- Cho các số thực a, b thỏa mãn $a + b = 4$ và $a^3 + b^3 = 40$. Tính giá trị biểu thức $P = a^5 + b^5$.
- Giải phương trình $(\sqrt{2+x}+1)^2 + (\sqrt{2-x}+1)^2 = 2x+6$.
- Trong một cuộc thi thiết kế bảng tin của lớp, phần mềm chọn ngẫu nhiên hai số a, b từ 1 đến 6. Mỗi cặp (a, b) đều có khả năng xuất hiện như nhau. Từ đó, phần mềm đề xuất một tấm bảng hình chữ nhật có nửa chu vi bằng a dm và diện tích bằng b dm². Phương án được gọi là “hợp lệ” nếu tồn tại một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng là hai số nguyên dương thỏa mãn các điều kiện trên. Tính xác suất để phần mềm đưa ra một phương án “hợp lệ”.

Câu 2: (2 điểm)

- Biết phương trình $2x^2 - 3ax + a = 0$ có một nghiệm là b và phương trình $ax^2 - 3ax + 2 = 0$ có một nghiệm là $\frac{4}{3-b}$ với a là số thực khác 0 và b là số thực khác 3. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^3$.
- Để chuẩn bị cho kỳ thi khảo sát năng lực trực tuyến, hệ thống học tập LMS của trường cần thuê máy chủ từ hai nhà cung cấp dịch vụ điện toán đám mây là Alpha và Beta để tự động xử lý và phân tích ảnh của 5000 bài thi trắc nghiệm. Nhà cung cấp Alpha xử lý x bài thi với tổng chi phí là $f(x) = \frac{1}{40}x^2 + 100x$ đồng. Nhà cung cấp Beta tính phí thiết lập hệ thống ban đầu là 400 000 đồng và phí xử lý cho mỗi bài thi là 200 đồng.
 - Tính tổng chi phí mà trường phải trả cho cả hai nhà cung cấp theo x , đơn vị: đồng.
 - Tổng chi phí thấp nhất phải trả là bao nhiêu đồng?

Câu 3: (3 điểm)

- Cho tam giác ABC có $AB > AC$ và $\angle BAC > 90^\circ$. Vẽ đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AB và AC . Vẽ đường tròn tâm D đường kính AB và đường tròn tâm E đường kính AC . Đường thẳng AB cắt đường tròn (E) tại F ($F \neq A$); đường thẳng AC cắt đường tròn (D) tại G ($G \neq A$). Các đường thẳng BG và CF cắt nhau tại K .
- Chứng minh các điểm A, H, K thẳng hàng và đường tròn ngoại tiếp tam giác FGH đi qua điểm D .
 - Trên tia đối của tia HB lấy điểm M sao cho $HB = HM$. Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AM và CK . Đường thẳng AH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCK tại điểm P ($P \neq K$). Hai đường thẳng BP và HN cắt nhau tại Q . Chứng minh H là trung điểm của đoạn thẳng NQ .

Câu 4: (2 điểm)

1. Cho a và b là hai số nguyên dương phân biệt bé hơn 2027 thỏa mãn $a^2 + 1, b^2 + 1$ là hai số chia hết cho 2027. Chứng minh $ab - 1$ chia hết cho 2027.
2. Cho tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 2026\}$ và tập hợp A là tập hợp con chứa ít nhất 3 phần tử của S . Biết rằng ba số phân biệt bất kì thuộc tập hợp A luôn là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh tập hợp A có nhiều nhất 1004 phần tử.

-----**HẾT**-----