

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x + 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^2 (x+2) dx$. B. $V = \int_0^2 (x+2)^2 dx$. C. $V = \pi \int_0^2 (x+2)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 (x+2) dx$.

Câu 2. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_2^0 3f(x) dx$ bằng

A. -6 . B. 6 . C. -12 . D. 12 .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; -2; 1)$; $R = 4$. B. $I(-1; 2; -1)$; $R = 16$.
C. $I(-1; 2; -1)$; $R = 4$. D. $I(1; -2; 1)$; $R = 4$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 6]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-4	-1	3	6
y'	+	0	-	0
y	-146	16	-48	114

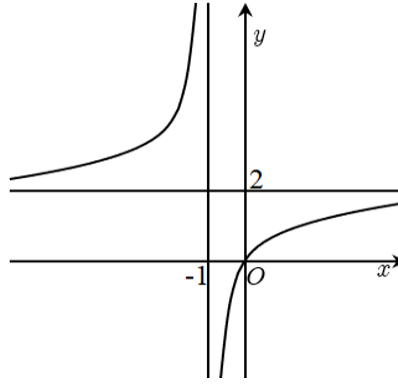
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-4; 6]$ bằng:

A. -4 . B. -18 . C. -146 . D. 114 .

Câu 6. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^3$ là:

A. $y'' = 6$. B. $y'' = 6x$. C. $y'' = 3x$. D. $y'' = 3x^2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là:



- A. $x = -1, y = -2$. B. $x = -1, y = 2$. C. $x = 2, y = -1$. D. $x = 1, y = 2$.

Câu 8. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

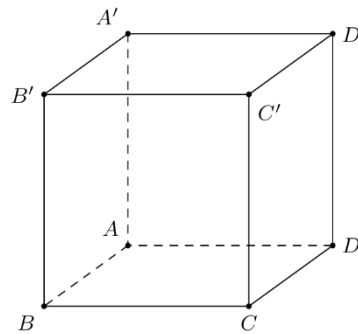
M_1	Nhóm	[1;3)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)
	Tần số	2	5	7	3	3

M_2	Nhóm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
	Tần số	2	5	7	3	3

Gọi $\Delta_{Q_1}, \Delta_{Q_2}$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây đúng?

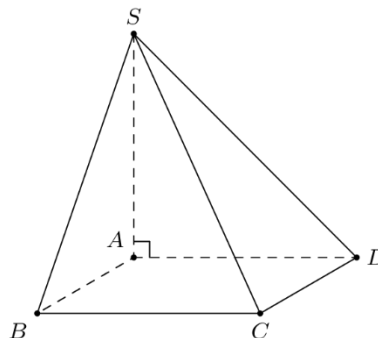
- A. $\Delta_{Q_1} = \Delta_{Q_2}$. B. $\Delta_{Q_1} = 2\Delta_{Q_2}$. C. $4\Delta_{Q_1} = \Delta_{Q_2}$. D. $2\Delta_{Q_1} = \Delta_{Q_2}$.

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B'}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAD) ?



- A. BC . B. SB . C. SC . D. CD .

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3(x-2) + 2(y-2) - 4(z+3) = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

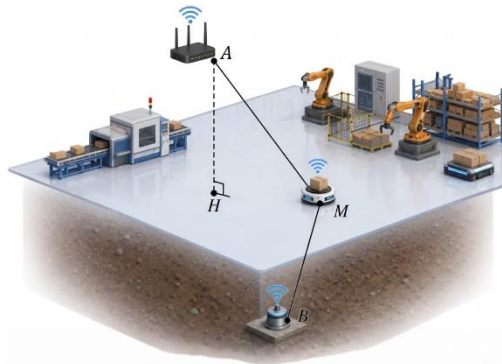
- A. $Q(-2; -3; 4)$. B. $N(-2; -2; 3)$. C. $M(2; 2; -3)$. D. $P(3; 2; -4)$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Giá trị của u_3 bằng:

- A. 4. B. -5. C. -8. D. -3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Trong một nhà máy thông minh, hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập để điều hành các thiết bị tự động, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Mặt sàn nhà máy nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Một bộ định tuyến phát sóng Wi-Fi được treo tại vị trí $A(-3;4;9)$, một cảm biến đo chấn động được gắn ngầm dưới nền nhà máy tại vị trí $B(6;16;-4)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt sàn. Một robot tự hành M di chuyển trên mặt sàn và luôn giữ khoảng cách đến bộ định tuyến A bằng 15 m. Biết rằng robot M có nhiệm vụ đồng bộ dữ liệu với cảm biến B và quá trình này đạt độ ổn định cao nhất khi khoảng cách giữa robot và cảm biến là nhỏ nhất.



- a) Điểm H có tọa độ là $(-3;4;0)$.
- b) Khoảng cách từ cảm biến B đến mặt sàn nhà máy là 5 m.
- c) Trong quá trình di chuyển, khoảng cách từ robot M đến điểm H luôn không đổi và bằng 12 m.
- d) Khi quá trình đồng bộ dữ liệu đạt độ ổn định cao nhất, khoảng cách giữa robot M và cảm biến B là 6 m.

Câu 2. Một cửa hàng có 200 hạt giống hoa hướng dương và 300 hạt giống hoa cúc. Tỷ lệ nảy mầm của hạt giống hoa cúc là 90%, của hạt giống hoa hướng dương là 80%. Một chuyên gia nông nghiệp chọn ngẫu nhiên một hạt giống. Chuyên gia sử dụng máy quét tia X để dự đoán khả năng nảy mầm của hạt giống. Nếu hạt giống có khả năng nảy mầm, máy quét báo “Đạt” với xác suất 90%. Nếu hạt giống không có khả năng nảy mầm, máy quét báo “Đạt” với xác suất 10%.

- a) Xác suất chuyên gia chọn được hạt giống hoa cúc là 0,6.
- b) Biết rằng chuyên gia đã chọn được hạt giống hoa cúc, xác suất để hạt giống đó không nảy mầm là 0,1.
- c) Xác suất chuyên gia chọn được hạt nảy mầm là 0,84.
- d) Một hạt giống sau khi quét kiểm tra, máy đã báo “Đạt”. Xác suất để hạt giống đó thực sự không nảy mầm nhỏ hơn 0,02.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 2$.
- b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{-1;1\}$.
- c) Ta có $f(1) = -1; f(-1) = 3$.
- d) Gọi $f_{\text{CD}}; f_{\text{CT}}$ lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho. Khi đó $f_{\text{CD}} - f_{\text{CT}} = 3$.

Câu 4. Một nghiên cứu khả năng ghi nhớ kiến thức của người học sau khi kết thúc khóa học chỉ ra rằng càng về lâu thì khả năng ghi nhớ kiến thức càng giảm. Nếu xem $f(t)$ là phần trăm kiến thức người học còn nhớ sau t tháng thì $f'(t)$ thể hiện tốc độ thay đổi kiến thức của người học. Nghiên cứu cho thấy $f'(t) < 0$, điều này thể hiện càng về lâu thì khả năng ghi nhớ kiến thức càng giảm. Độ lớn của $f'(t)$ chính là tốc độ giảm sút kiến thức của người học. Hai bạn Thành và Công cùng tham gia một khóa học. Sau khi kết thúc khóa học, phần trăm kiến thức bạn Thành còn nhớ sau t tháng được mô hình hóa bởi hàm số $f(t) = 94 - 12 \ln(3t + 1)$, với $0 \leq t \leq 24$.

a) Tại thời điểm khóa học vừa kết thúc, bạn thành nhớ được 94% kiến thức.

b) Tốc độ thay đổi kiến thức của bạn Thành ở thời điểm sau t tháng kết thúc khóa học là

$$f'(t) = -\frac{12}{3t+1}.$$

c) Tại thời điểm sau 3 tháng khóa học kết thúc, tốc độ giảm sút kiến thức của bạn Thành là 1,2% /tháng.

d) Biết rằng tại một thời điểm, tốc độ thay đổi kiến thức của bạn Thành luôn gấp 3 lần tốc độ thay đổi kiến thức của bạn Công. Tại thời điểm kết thúc khóa học, bạn Công nhớ được 96% kiến thức. Sau 3 tháng, lượng kiến thức bạn Công còn nhớ được hơn 85%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong hóa học động học, đối với một phản ứng hóa học nối tiếp, nồng độ của chất trung gian sinh ra sẽ tăng lên đến một đỉnh điểm rồi giảm dần do bị chuyển hóa thành chất khác. Dựa trên dữ liệu thực nghiệm, sự thay đổi nồng độ của một chất trung gian trong bình phản ứng được mô phỏng bởi hàm số: $C(t) = -2t^3 + 3t^2 + 12t$. Trong đó, $C(t)$ là nồng độ chất trung gian (đơn vị: mmol/L) và t là thời gian (đơn vị: phút) tính từ thời điểm bắt đầu phản ứng. Biết rằng mô hình toán học này chỉ áp dụng trong 3 phút đầu tiên của phản ứng ($0 \leq t \leq 3$). Để thu hoạch được lượng chất trung gian nhiều nhất, hệ thống tự động cần trích xuất dung dịch ngay tại thời điểm nồng độ của nó đạt mức tối đa. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ khi bắt đầu phản ứng, nồng độ chất trung gian đạt giá trị lớn nhất?

Câu 2. Một công ty khai thác tuyến tàu cao tốc chở khách du lịch từ đất liền ra đảo với khoảng cách 60 km. Giả sử tàu di chuyển với vận tốc v không đổi trên suốt tuyến đường. Chi phí vận hành cho mỗi giờ hoạt động của tàu bao gồm:

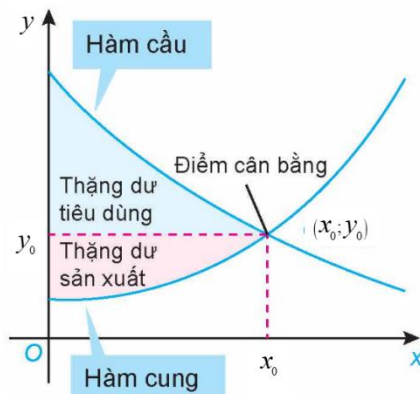
Chi phí nhiên liệu: $100v^3$ (đồng), với v (km/h) là vận tốc của tàu ($v > 0$).

Chi phí cố định (lương thủy thủ đoàn, khấu hao, bến bãi, ...): 4 000 000 đồng.

Để đảm bảo chất lượng dịch vụ, thời gian di chuyển mỗi chuyến không được vượt quá 1 giờ 30 phút. Đồng thời, vì lý do an toàn hàng hải, tàu không được chạy quá 55 km/h. Tàu có sức chứa tối đa 150 hành khách và giả sử rằng số lượng khách trên mỗi chuyến đi luôn đạt mức tối đa. Ban giám đốc thiết lập mục tiêu lợi nhuận thu được từ mỗi chuyến đi bằng 25% tổng chi phí vận hành của chuyến đó. Để đạt được mức lợi nhuận này trong điều kiện tàu được vận hành với tổng chi phí thấp nhất, giá vé mỗi hành khách phải trả là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 3. Trong một mô hình kinh tế, hàm cung $y = S(x)$ là giá của một sản phẩm khi nhà sản xuất sẵn sàng bán ra x sản phẩm, hàm cầu $y = D(x)$ là giá của một sản phẩm khi người tiêu dùng có nhu cầu mua x sản phẩm. Điểm cắt nhau $(x_0; y_0)$ của đồ thị hàm cầu và hàm cung được gọi là điểm cân bằng thị trường. Các nhà kinh tế gọi *thặng dư tiêu dùng* là diện tích của hình giới hạn bởi đồ

thị hàm cầu, đường ngang $y = y_0$ và trục tung. Tương tự, *thặng dư sản xuất* là diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị của hàm cung, đường ngang $y = y_0$ và trục tung (Hình vẽ).



Xem xét thị trường tấm pin năng lượng mặt trời thế hệ mới được mô hình hóa theo mô hình kinh tế này. Hàm cầu là $p = D(x) = 4 - 0,2x$ (triệu đồng/tấm). Hàm cung là $y = S(x) = 0,4 + 0,1x + \frac{1}{m}x^2$ (triệu đồng/tấm). Trong đó x là sản lượng (đơn vị: nghìn sản phẩm), p là giá bán (đơn vị: triệu đồng/sản phẩm) và m là chỉ số hiệu quả công nghệ ($m > 0$). Biết rằng tại trạng thái cân bằng thị trường, thặng dư sản xuất đạt được là 4,2 tỷ đồng. Tại thời điểm này, thặng dư tiêu dùng là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 4. Một máy chủ cần xử lý tuần tự 15 tệp dữ liệu khác nhau, bao gồm: 3 tệp văn bản, 5 tệp âm thanh và 7 tệp video. Việc xử lý liên tục các tệp dữ liệu cùng loại sẽ làm giảm hiệu suất của hệ thống. Do đó, hệ thống phải sắp xếp thứ tự xử lý sao cho không có bất kỳ hai tệp dữ liệu cùng loại nào (văn bản, âm thanh, video) được xếp liền kề nhau. Gọi S là số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu trên. Hãy tính tổng các chữ số của S .

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1 mét. Mặt phẳng (Oxy) biểu diễn mặt sàn của một gara, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên. Một bức tường thẳng đứng trong gara được mô hình hóa bởi mặt phẳng $(E): 6x + 8y = 55$. Chiếc ô tô đang lùi chậm vào vị trí đỗ theo hướng vector $\vec{v} = (3; 4; 0)$. Ba cảm biến lùi được gắn cố định trên cản sau của ô tô. Tại thời điểm bắt đầu xét, tọa độ của ba cảm biến lần lượt là $A(4,57; 0,51; 0,5)$, $B(3,37; 1,41; 0,5)$, $C(4; 1; 0,5)$. Hệ thống phát tín hiệu cảnh báo “Bíp” tại thời điểm đầu tiên có ít nhất một cảm biến cách bức tường (E) không quá 0,3 mét. Gọi $R(a; b; c)$ là tọa độ của cảm biến đầu tiên đạt ngưỡng cảnh báo. Tính $a - b + c$.



Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4AD = 4a$ và $AA' = a$. Gọi α là số đo của góc nhị diện $[A', BD, C]$. Tính α theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

----- Hết -----