

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

**KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026-2027**

Khóa ngày 25/5/2026

Môn: TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

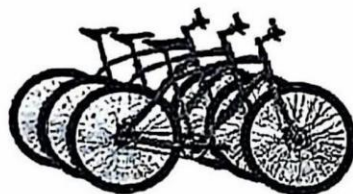
Câu I (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu II (2,0 điểm).

1. Một cửa hàng nhập về 120 chiếc xe đạp. Cửa hàng treo giá bán mỗi chiếc xe đạp tăng 30% so với giá lúc nhập về. Sau khi bán được 20 chiếc xe đạp, cửa hàng treo giá bán mới giảm 20% so với giá đã bán trước đó và với giá bán mới này thì 100 chiếc xe đạp còn lại đã được bán hết. Biết các chiếc xe đạp có giá nhập về bằng nhau và số tiền lãi của cửa hàng thu được sau khi bán hết 120 chiếc xe đạp là 50 triệu đồng. Hỏi giá nhập về của mỗi chiếc xe đạp là bao nhiêu triệu đồng?



2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1^2 + x_2^2 + mx_2 - 8 = 0$.

Câu III (3,5 điểm).

1. Từ một tấm gỗ hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 mét, bạn Toàn làm một cái bàn bằng cách xác định các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $MA = NB = PC = QD$ rồi cắt tấm gỗ theo các đường thẳng MN, NP, PQ, QM . Sau khi cắt, sản phẩm tạo ra là 1 mặt bàn có dạng hình tứ giác $MNPQ$ và 4 chân bàn có dạng là 4 hình tam giác AMQ, BNM, CPN, DQP . Tính độ dài



đoạn thẳng MN biết diện tích tứ giác $MNPQ$ bằng $\frac{5}{9}$ lần diện tích hình vuông $ABCD$.

2. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB \leq AC$ và AE là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ ($E \in BC$). Các đường cao AM, BN, CP của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H ($M \in BC, N \in CA, P \in AB$). Biết AO cắt BC tại F và AH cắt PN tại K . Chứng minh:

a) PH là tia phân giác của $\widehat{MPN}$.

b) $\triangle AKP$ đồng dạng với $\triangle AFC$.

c) $EF \cdot EB \leq EM \cdot EC$.

Câu IV (1,5 điểm). Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Tâm, Nhiên, Phúc ngồi trên một hàng ghế dài có 5 chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố D : "An ngồi cạnh Bình nhưng An không ngồi cạnh Nhiên".

Câu V (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 + xy - 2y + 3 = 0$.

2. Cho m, n là các số nguyên dương thỏa mãn $(m-n)(2m+2n-1) = m^2$.

Chứng minh $m-n$ là số chính phương.

.....**HẾT**.....

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

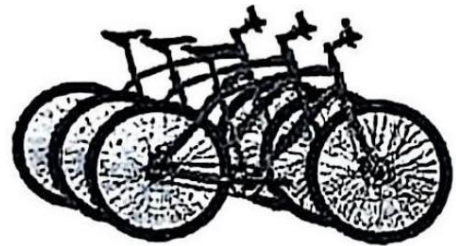
Câu I (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu II (2,0 điểm).

1. Một cửa hàng nhập về 120 chiếc xe đạp. Cửa hàng treo giá bán mỗi chiếc xe đạp tăng 30% so với giá lúc nhập về. Sau khi bán được 20 chiếc xe đạp, cửa hàng treo giá bán mới giảm 20% so với giá đã bán trước đó và với giá bán mới này thì 100 chiếc xe đạp còn lại đã được bán hết. Biết các chiếc xe đạp có giá nhập về bằng nhau và số tiền lãi của cửa hàng thu được sau khi bán hết 120 chiếc xe đạp là 50 triệu đồng. Hỏi giá nhập về của mỗi chiếc xe đạp là bao nhiêu triệu đồng?



2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1^2 + x_2^2 + mx_2 - 8 = 0$.

Câu III (3,5 điểm).

1. Từ một tấm gỗ hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 mét, bạn Toàn làm một cái bàn bằng cách xác định các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $MA = NB = PC = QD$ rồi cắt tấm gỗ theo các đường thẳng MN, NP, PQ, QM . Sau khi cắt, sản phẩm tạo ra là 1 mặt bàn có dạng hình tứ giác $MNPQ$ và 4 chân bàn có dạng là 4 hình tam giác AMQ, BNM, CPN, DQP . Tính độ dài đoạn thẳng MN biết diện tích tứ giác $MNPQ$ bằng $\frac{5}{9}$ lần diện tích hình vuông $ABCD$.



2. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB \leq AC$ và AE là tia phân giác của BAC ($E \in BC$). Các đường cao AM, BN, CP của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H ($M \in BC, N \in CA, P \in AB$). Biết AO cắt BC tại F và AH cắt PN tại K . Chứng minh:

a) PH là tia phân giác của MPN .

b) $\triangle AKP$ đồng dạng với $\triangle AFC$.

c) $EF \cdot EB \leq EM \cdot EC$.

Câu IV (1,5 điểm). Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Tâm, Nhiên, Phúc ngồi trên một hàng ghế dài có 5 chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố D : "An ngồi cạnh Bình nhưng An không ngồi cạnh Nhiên".

Câu V (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 + xy - 2y + 3 = 0$.

2. Cho m, n là các số nguyên dương thỏa mãn $(m - n)(2m + 2n - 1) = m^2$.

Chứng minh $m - n$ là số chính phương.

.....**HẾT**.....

Câu I (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Hướng dẫn giải

1. Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4} \\ &= \left[\frac{(x+\sqrt{x}+1) - (x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4} \\ &= 2\sqrt{x} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+4} = \frac{2x}{x+4}. \end{aligned}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = \frac{2x}{x+4}$.

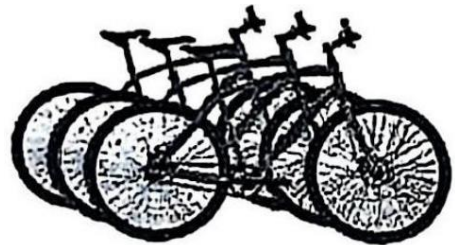
2. Từ câu a) ta có: $P = \frac{2x}{x+4} = 2 - \frac{8}{x+4}$.

Do đó để $P \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{8}{x+4} \in \mathbb{Z}$, hay $x+4 \in U(8)$ và $x \geq 0$.

Vậy $x \in \{0; 4\}$ thì P nguyên.

Câu II (2,0 điểm).

1. Một cửa hàng nhập về 120 chiếc xe đạp. Cửa hàng treo giá bán mỗi chiếc xe đạp tăng 30% so với giá lúc nhập về. Sau khi bán được 20 chiếc xe đạp, cửa hàng treo giá bán mới giảm 20% so với giá đã bán trước đó và với giá bán mới này thì 100 chiếc xe đạp còn lại đã được bán hết. Biết các chiếc xe đạp có giá nhập về bằng nhau và số tiền lãi của cửa hàng thu được sau khi bán hết 120 chiếc xe đạp là 50 triệu đồng. Hỏi giá nhập về của mỗi chiếc xe đạp là bao nhiêu triệu đồng?



2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1^2 + x_2^2 + mx_2 - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

1. Gọi x (triệu đồng) là giá nhập về của mỗi chiếc xe đạp ($x > 0$).

Khi treo giá bán lần đầu, mỗi chiếc xe đạp được bán với giá: $x + 30\%x = 1,3x$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền thu được khi bán 20 chiếc xe đạp đầu tiên là: $20 \cdot 1,3x = 26x$ (triệu đồng).

Sau đó cửa hàng giảm 20% so với giá bán trước đó, nên giá bán mới của mỗi chiếc xe đạp là:

$$1,3x(1 - 20\%) = 1,3x \cdot 0,8 = 1,04x \text{ (triệu đồng).}$$

Vì 100 chiếc xe đạp còn lại được bán hết với giá này nên số tiền thu được là:

$$100 \cdot 1,04x = 104x \text{ (triệu đồng).}$$

Khi đó tổng doanh thu của cửa hàng là: $26x + 104x = 130x$ (triệu đồng).

Tổng số tiền vốn để nhập 120 chiếc xe đạp là $120x$ (triệu đồng).

Theo đề bài, tiền lãi thu được là 50 triệu đồng nên $130x - 120x = 50$ suy ra $x = 5$ (TMĐK).

Vậy giá nhập về của mỗi chiếc xe đạp là 5 triệu đồng.

b) Giả sử tồn tại $m \in \mathbb{R}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài, khi đó theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } & 2x_1^2 + x_2^2 + mx_2 - 8 \\ &= 2x_1^2 + x_2^2 + x_2^2 + m - 3 - 8 \\ &= 2x_1^2 + 2x_2^2 + m - 11 \\ &= 2\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] + m - 11 \\ &= 2(m^2 - 2m + 6) + m - 11 \\ &= 2m^2 - 3m + 1 \end{aligned}$$

Do đó $m \in \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$ thì $2x_1^2 + x_2^2 + mx_2 - 8 = 0$.

Thử lại thấy phương trình $x^2 - mx + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $m \in \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu III (3,5 điểm).

1. Từ một tấm gỗ hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 mét, bạn Toàn làm một cái bàn bằng cách xác định các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $MA = NB = PC = QD$ rồi cắt tấm gỗ theo các đường thẳng MN, NP, PQ, QM . Sau khi cắt, sản phẩm tạo ra là 1 mặt bàn có



dạng hình tứ giác $MNPQ$ và 4 chân bàn có dạng là 4 hình tam giác AMQ , BNM , CPN , DQP . Tính độ dài đoạn thẳng MN biết diện tích tứ giác $MNPQ$ bằng $\frac{5}{9}$ lần diện tích hình vuông $ABCD$.

2. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB \leq AC$ và AE là tia phân giác của BAC ($E \in BC$). Các đường cao AM , BN , CP của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H ($M \in BC$, $N \in CA$, $P \in AB$). Biết AO cắt BC tại F và AH cắt PN tại K . Chứng minh:

a) PH là tia phân giác của MPN .

b) $\triangle AKP$ đồng dạng với $\triangle AFC$.

c) $EF \cdot EB \leq EM \cdot EC$.

Hướng dẫn giải

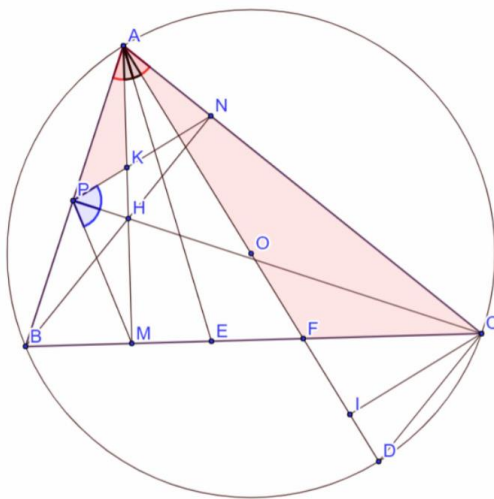
1. Đặt $MA = NB = PC = QD = t$, ta có: $S_{MNPQ} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{2}t(1-t) = 1 - 2t(1-t)$.

Mà $1 - 2t(1-t) = \frac{5}{9}$ nên $9t^2 - 9t + 2 = 0$ suy ra $t = \frac{1}{3}$ hoặc $t = \frac{2}{3}$.

Do đó $MN = \sqrt{(1-t)^2 + t^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Vậy $MN = \frac{\sqrt{5}}{3}$ m.

2.



1) Dễ dàng chứng minh các tứ giác $BCNP$, $BMHP$ là các tứ giác nội tiếp

Khi đó $HPM = HBM = NBC = NPH$ do đó PH là tia phân giác của MPN .

2) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O) .

Ta có $KAP = 90^\circ - ABC = 90^\circ - ADC = FAC$.

Mặt khác, do tứ giác $BCNP$ nội tiếp nên $APN = ACB$ hay $APK = ACF$

nên từ đây ta chứng minh được $\triangle AKP \sim \triangle AFC$.

3) Vì AE là tia phân giác BAC nên $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$

Ta có $BAM = CAF$ và $BAE = CAE$ nên ta được $MAE = FAE$ hay AE là tia phân giác của MAF .

Từ đây ta có được tỉ số $\frac{EM}{EF} = \frac{AM}{AF}$

Gọi I là hình chiếu của C lên AD .

Bài toán cần chứng minh tương đương $\frac{EB}{EC} \leq \frac{EM}{EF}$ cũng tương đương cần chứng minh $\frac{AB}{AC} \leq \frac{AM}{AF}$

Ta dễ dàng chứng minh được $\triangle ABM \sim \triangle ADC$ suy ra $\frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AC}$ hay $AM = \frac{AB \cdot AC}{AD}$.

Khi đó ta cần chứng minh $\frac{AB}{AC} \leq \frac{AB \cdot AC}{AF \cdot AD}$ hay cần chứng minh $AF \cdot AD \leq AC^2$.

Mà $AI \cdot AD = AC^2$ do đó ta cần chứng minh $AF \leq AI$.

Ta có $AB \leq AC$ nên $\angle ACB \leq \angle ABC$ hay $\angle ACF \leq \angle ADC = \angle ACI$. Suy ra $AF \leq AI$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $AB = AC$.

Câu IV (1,5 điểm). Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Tâm, Nhiên, Phúc ngồi trên một hàng ghế dài có 5 chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố D : "An ngồi cạnh Bình nhưng An không ngồi cạnh Nhiên".

Hướng dẫn giải

Gọi không gian mẫu là cách xếp cả 5 bạn vào một hàng ghế: $n(\Omega) = 5! = 120$.

Ta đếm số cách thoả mãn biến cố D : "An ngồi cạnh Bình nhưng An không ngồi cạnh Nhiên"

Cách 1: Xét vị trí của An:

• **An ngồi đầu hàng hoặc cuối hàng:**

Có 2 cách chọn ghế của An trong trường hợp này, khi đó Bình ngồi cạnh An thì tự động Nhiên không ngồi cạnh An.

Do đó số cách xếp trong trường hợp này là $2 \cdot 3! = 12$.

• **An ngồi ở ghế giữa (ghế 2, 3, 4):**

Bình ngồi một trong 2 ghế cạnh An nên có 2 cách.

Nhiên không ngồi một trong 2 ghế có cạnh An nên có 2 cách.

Hai bạn còn lại xếp vào 2 ghế còn lại: $2! = 2$ cách.

Suy ra trường hợp này có $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ (cách).

Do đó, số cách thuận lợi là $24 + 12 = 36$. Vậy $P(D) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$

Cách 2: Số cách An ngồi cạnh Bình là $4! \cdot 2! = 48$.

Số cách An ngồi cạnh Bình và ngồi cạnh Nhiên là $3! \cdot 2! = 12$ (vì An phải ngồi giữa Bình và Nhiên).

Do đó số cách thuận lợi là $48 - 12 = 36$.

$$\text{Do đó } P(D) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$$

Câu V (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 + xy - 2y + 3 = 0$.

2. Cho m, n là các số nguyên dương thỏa mãn $(m - n)(2m + 2n - 1) = m^2$.

Chứng minh $m - n$ là số chính phương.

Hướng dẫn giải

a) Nếu $x = 2$ suy ra $7 = 0$ (vô lí).

$$\text{Do đó } x \neq 2, \text{ từ phương trình đã cho ta có: } y = -\frac{x^2 + 3}{x - 2} = -(x + 2) - \frac{7}{x - 2}.$$

$$\text{Do } x, y \in \mathbb{Z} \text{ nên ta suy ra } \frac{7}{x - 2} \in \mathbb{Z} \text{ hay } x - 2 \in U(7), \text{ do đó } x \in \{3; 1; 9; -5\}.$$

Thử lại thấy các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $(1, 4), (3, -12), (9, -12), (-5, 4)$.

b) Cách 1:

Hiển nhiên $m > n > 0$ khi đó đặt $d = m - n > 0$ ta có: $d(2m + 2n - 1) = m^2$.

Ta chứng minh $g = \gcd(d, 2m + 2n - 1) = 1$, thật vậy:

$$\begin{cases} g \mid d \cdot (m + n) = m^2 - n^2 \\ g \mid d(2m + 2n - 1) = m^2 \\ g \mid 2m + 2n - 1 - 2d = 4n - 1 \end{cases} \quad \text{suy ra } \begin{cases} g \mid n^2 \\ g \mid 4n - 1 \end{cases}.$$

Mặt khác nếu $c \mid g$ và $c \mid n$ thì từ điều trên ta có $c \mid 4n - 1$ nên $c \mid 1$ hay $\gcd(g, n) = 1$.

Mà $g \mid n^2$ nên ta suy ra $g = 1$ hay $\gcd(d, 2m + 2n - 1) = 1$.

Từ đây kết hợp (1) suy ra d cũng là số chính phương hay ta có đpcm.

Cách 2: Hiển nhiên $m > n > 0$ khi đó đặt $d = m - n > 0$ ta có:

$$d(4n + 2d - 1) = n^2 + 2nd + d^2 \text{ suy ra } n^2 - 2nd - d^2 + d = 0.$$

Suy ra $\Delta'_n = d^2 - (d - d^2) = 2d^2 - d$. Do $n \in \mathbb{Z}$ nên $\Delta'_n = d(2d - 1)$ là số chính phương.

Mà $\gcd(d, 2d - 1) = 1$ nên ta suy ra d là số chính phương hay ta có đpcm.

--- HẾT ---