

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HUẾ**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2026-2027
Môn thi chuyên: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x > 0, x \neq 4$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+\sqrt{abc}=4$. Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{a(4-b)(4-c)} + \sqrt{b(4-c)(4-a)} + \sqrt{c(4-a)(4-b)} - \sqrt{abc}$.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Biết phương trình $x^2+ax+b+1=0$ ($b \neq -1$) có hai nghiệm nguyên phân biệt. Chứng minh a^2+b^2 là hợp số.

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a > b > c > 0$ và $\overline{abc} - \overline{cba}$ chia hết cho 21.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số tự nhiên x, y thỏa mãn $\frac{2^{p-2}}{p} = \frac{x^2+3}{2y^2+3x+5}$.

b) Cho a và b là các số nguyên sao cho $a > b > 0$ và $ab(a+b)$ chia hết cho a^2+ab+b^2 . Chứng minh rằng $(a-b)^3 > 3ab$.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab+bc+ca=5$ và $a^2+b^2+c^2=6$.

a) Chứng minh $ab=c^2-4c+5$ và $c \leq 2$.

b) Chứng minh $\frac{6}{abc} + \frac{(a-2)^2}{b} + \frac{(b-2)^2}{c} + \frac{(c-2)^2}{a} \geq \frac{9}{2}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trên bàn có $2n$ chồng vờ, mỗi chồng vờ có ít nhất một quyền vờ. Hai bạn An và Bình cùng chơi một trò chơi, An là người chơi trước, tiếp theo là Bình và cứ luân tự thay phiên nhau. Ở lượt chơi của mình, người chơi chọn một số nguyên k bất kì thỏa mãn $1 \leq k \leq n$ và thực hiện 2 bước liên tiếp sau:

Bước 1: Lấy khỏi bàn k chồng vờ và loại bỏ khỏi trò chơi.

Bước 2: Chọn k chồng vờ trong các chồng vờ còn lại trên bàn và phân mỗi chồng vờ đó thành hai chồng vờ mới sao cho mỗi chồng vờ mới đều phải có ít nhất một quyền vờ.

Người thua là người đầu tiên mà khi đến lượt chơi của mình thì không thể thực hiện được cả hai bước trên và người còn lại sẽ thắng.

a) Trường hợp $n=1$ và mỗi chồng vờ đều có 5 quyền. Chứng tỏ rằng với mọi cách đi của An thì Bình luôn có cách đi để thắng.

b) Chứng minh rằng nếu lúc đầu có ít nhất một chồng vờ có số vờ là số chẵn thì An luôn có cách đi để thắng.

Câu 6 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác. Đường thẳng qua I và vuông góc với AI cắt BC tại Q . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại P ($P \neq A$), QP cắt (O) tại H ($H \neq P$). Gọi M là trung điểm BC , D là hình chiếu vuông góc của I lên BC , E là điểm đối xứng của D qua M và K là điểm đối xứng I qua O .

a) Chứng minh $QI^2 = QB \cdot QC$.

b) Chứng minh $IH \perp PQ$ và $KE \perp BC$.

c) Chứng minh $AQPE$ là tứ giác nội tiếp và IM song song với AE .

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Chữ ký của Giám thị 1: Chữ ký của Giám thị 2:

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x > 0, x \neq 4$. Tìm tất cả

các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+\sqrt{abc}=4$. Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{a(4-b)(4-c)} + \sqrt{b(4-c)(4-a)} + \sqrt{c(4-a)(4-b)} - \sqrt{abc}$.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Biết phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ ($b \neq -1$) có hai nghiệm nguyên phân biệt. Chứng minh rằng $a^2 + b^2$ là hợp số.

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a > b > c > 0$ và $\overline{abc} - \overline{cba}$ chia hết cho 21.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số tự nhiên x, y thỏa mãn $\frac{2^{p-2}}{p} = \frac{x^2+3}{2y^2+3x+5}$.

b) Cho a và b là các số nguyên sao cho $a > b > 0$ và $ab(a+b)$ chia hết cho $a^2 + ab + b^2$. Chứng minh rằng $(a-b)^3 > 3ab$.

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab+bc+ca=5$ và $a^2+b^2+c^2=6$.

a) Chứng minh rằng $ab=c^2-4c+5$ và $c \leq 2$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{6}{abc} + \frac{(a-2)^2}{b} + \frac{(b-2)^2}{c} + \frac{(c-2)^2}{a} \geq \frac{9}{2}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Trên bàn có $2n$ chồng vở, mỗi chồng vở có ít nhất một quyển vở. Hai bạn An và Bình cùng chơi một trò chơi, An là người chơi trước, tiếp theo là Bình và cứ tuần tự thay phiên nhau.

Ở lượt chơi của mình, người chơi chọn một số nguyên k bất kỳ thỏa mãn $1 \leq k \leq n$ và thực hiện 2 bước liên tiếp sau:

Bước 1: Lấy khỏi bàn k chồng vở và loại bỏ khỏi trò chơi.

Bước 2: Chọn k chồng vở trong các chồng vở còn lại trên bàn và phân mỗi chồng vở đó thành hai chồng vở mới sao cho mỗi chồng vở mới đều phải có ít nhất một quyển vở.

Người thua là người đầu tiên mà khi đến lượt chơi của mình thì không thể thực hiện được cả hai bước trên và người còn lại sẽ thắng.

a) Trường hợp $n = 1$ và mỗi chồng vờ đều có 5 quyền. Chứng tỏ rằng với mọi cách đi của An thì Bình luôn có cách đi để thắng.

b) Chứng minh rằng nếu lúc đầu có ít nhất một chồng vờ có số vờ là số chẵn thì An luôn có cách đi để thắng.

Câu 6 (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác. Đường thẳng qua I và vuông góc với AI cắt BC tại Q . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại P ($P \neq A$), QP cắt (O) tại H ($H \neq P$). Gọi M là trung điểm BC , D là hình chiếu vuông góc của I lên BC , E là điểm đối xứng của D qua M và K là điểm đối xứng I qua O .

a) Chứng minh $QI^2 = QB \cdot QC$.

b) Chứng minh $IH \perp PQ$ và $KE \perp BC$.

c) Chứng minh $AQPE$ là tứ giác nội tiếp và IM song song với AE .

.....**HẾT**.....

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x > 0, x \neq 4$. Tìm tất cả

các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+\sqrt{abc}=4$. Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{a(4-b)(4-c)} + \sqrt{b(4-c)(4-a)} + \sqrt{c(4-a)(4-b)} - \sqrt{abc}$.

Hướng dẫn giải

a) Với $x > 0, x \neq 4$, ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \\ &= \left[\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

Ta có: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{2}{\sqrt{x}} \in \mathbb{Z}$ mà $x > 0; x \in \mathbb{N}^*$ nên $\frac{2}{\sqrt{x}} \in \mathbb{N}^*$ hay $\frac{2}{\sqrt{x}} \in U(2) = \{1; 2\}$

Suy ra $x \in \{1; 4\}$.

Kết hợp với điều kiện chỉ có $x=1$ thỏa mãn.

Vậy $x=1$ là giá trị nguyên duy nhất của x để A nhận giá trị là số nguyên.

b) Ta có $\sqrt{a(4-b)(4-c)} = \sqrt{a(16-4b-4c+bc)} = \sqrt{abc-4a(b+c)+16a}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{abc-4a(4-\sqrt{abc}-a)+16a} = \sqrt{abc+4a\sqrt{abc}+4a^2} \\ &= \sqrt{(2a+\sqrt{abc})^2} = 2a+\sqrt{abc}. \end{aligned}$$

Tương tự có: $\sqrt{b(4-a)(4-c)} = 2b + \sqrt{abc}$; $\sqrt{c(4-a)(4-b)} = 2c + \sqrt{abc}$.

Do đó $B = 2a + 2b + 2c + 3\sqrt{abc} - \sqrt{abc} = 2(a + b + c + \sqrt{abc}) = 2 \cdot 4 = 8$.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Biết phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ ($b \neq -1$) có hai nghiệm nguyên phân biệt. Chứng minh rằng $a^2 + b^2$ là hợp số.

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a > b > c > 0$ và $\overline{abc} - \overline{cba}$ chia hết cho 21.

Hướng dẫn giải

a) Do phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ có 2 nghiệm nguyên phân biệt là x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 1 \end{cases}$.

Ta có $a^2 + b^2 = (x_1 + x_2)^2 + (x_1 x_2 - 1)^2 = (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)$.

Nếu $x_1 = 0$ thì thay vào phương trình ta được $0^2 + a \cdot 0 + b + 1 = 0$ suy ra $b = -1$ (vô lí).

Do đó $x_1 \neq 0$ hay $x_1^2 + 1 \geq 2$.

Tương tự ta cũng có $x_2^2 + 1 \geq 2$ nên $a^2 + b^2 = (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)$ là hợp số.

b) Số phần tử của không gian mẫu là 900.

Gọi biến cố A là "chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a > b > c > 0$ và $(\overline{abc} - \overline{cba}) : 21$ ".

Ta có $\overline{abc} - \overline{cba} = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c)$.

Vì $99(a - c) : 3$ nên để $99(a - c) : 21$ thì $99(a - c) : 7$ suy ra $(a - c) : 7$ nên $a - c = 7$.

• Với $a = 8; c = 1$ ta được các số được chọn thỏa mãn là 821; 831; 841; 851; 861; 871.

• Với $a = 9; c = 2$ ta được các số được chọn thỏa mãn là 932; 942; 952; 962; 972; 982.

Vậy có 12 kết quả thuận lợi của biến cố A nên xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{12}{900} = \frac{1}{75}$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số tự nhiên x, y thỏa mãn $\frac{2^{p-2}}{p} = \frac{x^2 + 3}{2y^2 + 3x + 5}$.

b) Cho a và b là các số nguyên sao cho $a > b > 0$ và $ab(a + b)$ chia hết cho $a^2 + ab + b^2$. Chứng minh rằng $(a - b)^3 > 3ab$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $p(x^2 + 3) = 2^{p-2}(2y^2 + 3x + 5)$.

Xét $p \geq 3$ là số nguyên tố lẻ, thì $x^2 + 3$ chia hết cho 2^{p-2} do $(p, 2) = 1$.

Để ý nếu x chẵn thì $x^2 + 3$ lẻ, còn nếu x lẻ thì $x^2 + 3 \equiv 4 \pmod{8}$ nên $p - 2 \leq 2$ hay $p \leq 4$.

Vì vậy $p = 3$.

Với $p = 3$ thì $3x^2 + 9 = 4y^2 + 6x + 10$ hay $4y^2 = 3x^2 - 6x - 1 \equiv 2 \pmod{3}$ hay $y^2 \equiv 2 \pmod{3}$, vô lý.

Do đó $p = 2$ nên $2y^2 = 2x^2 - 3x + 1$.

Vì thế $16y^2 = 16x^2 - 24x + 8$ hay $(4x - 3)^2 - (4y)^2 = 1$.

Do đó $(4x - 3 - 4y)(4x - 3 + 4y) = 1$.

Vì thế $4x - 3 - 4y = 4x - 3 + 4y = 1$ nên $x = 1, y = 0$.

Vậy bài toán có nghiệm duy nhất là $p = 2, x = 1, y = 0$.

b) Giả sử $d = (a, b)$ thì tồn tại $m > n > 0$ nguyên để $(m, n) = 1$ và $a = dm, b = dn$.

Điều kiện bài toán tương đương $dmn(m + n)$ chia hết cho $m^2 + mn + n^2$.

Để ý $(m^2 + mn + n^2, m) = (m^2 + mn + n^2, n) = 1$.

Hơn nữa $(m^2 + mn + n^2, m + n) = 1$, vì nếu tồn tại k là ước chung của $m^2 + mn + n^2$ và $m + n$ thì k là ước của $n(m + n) + n^2$ nên k là ước của n^2 , tương tự k là ước của m^2 , do đó k là ước của $(m^2, n^2) = 1$ nên $k = 1$.

Từ đó $m^2 + mn + n^2$ là ước của d nên $d \geq m^2 + mn + n^2 = (m - n)^2 + 3mn > 3mn$.

Suy ra $(a - b)^3 = d^3(m - n)^3 \geq d^3 = d^2 \cdot d > d^2 \cdot 3mn = 3ab$.

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 5$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 6$.

a) Chứng minh rằng $ab = c^2 - 4c + 5$ và $c \leq 2$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{6}{abc} + \frac{(a-2)^2}{b} + \frac{(b-2)^2}{c} + \frac{(c-2)^2}{a} \geq \frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

a) Từ giả thiết ta có $a + b + c = 4$.

Ta có $5 = ab + c(a + b) = ab + c(4 - c)$ hay $ab = c^2 - 4c + 5$.

Từ $4ab \leq (a + b)^2$ nên $4(c^2 - 4c + 5) \leq (4 - c)^2$ hay $\frac{2}{3} \leq c \leq 2$.

b) Tương tự ta chứng minh được $a, b, c \leq 2$.

Đặt $x = 2 - a, y = 2 - b, z = 2 - c$ thì $x, y, z \geq 0$ và $x + y + z = 2$.

Ta có $ab + bc + ca = 5$.

Suy ra $ab + bc + ca = (2 - x)(2 - y) + (2 - y)(2 - z) + (2 - z)(2 - x) = 4 + xy + yz + zx$.

Do đó $xy + yz + zx = 1$.

Suy ra $abc = (2-x)(2-y)(2-z) = 2 - xyz \leq 2$.

Ta có $ac(a-2)^2 = ac(a^2 - 4a + 4) = ac(bc - 1) = abc \cdot c - ac$.

Tương tự suy ra $ac(a-2)^2 + ab(b-2)^2 + bc(c-2)^2 = abc(a+b+c) - (ab+bc+ca) = 4abc - 5$.

Do đó $abc \left(\frac{6}{abc} + \frac{(a-2)^2}{b} + \frac{(b-2)^2}{c} + \frac{(c-2)^2}{a} \right) = 6 + 4abc - 5 = 4abc + 1$.

Từ đó $VT = 4 + \frac{1}{abc} \geq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, điều phải chứng minh.

Câu 5 (1,0 điểm).

Trên bàn có $2n$ chồng vở, mỗi chồng vở có ít nhất một quyển vở. Hai bạn An và Bình cùng chơi một trò chơi, An là người chơi trước, tiếp theo là Bình và cứ tuần tự thay phiên nhau.

Ở lượt chơi của mình, người chơi chọn một số nguyên k bất kỳ thỏa mãn $1 \leq k \leq n$ và thực hiện 2 bước liên tiếp sau:

Bước 1: Lấy khỏi bàn k chồng vở và loại bỏ khỏi trò chơi.

Bước 2: Chọn k chồng vở trong các chồng vở còn lại trên bàn và phân mỗi chồng vở đó thành hai chồng vở mới sao cho mỗi chồng vở mới đều phải có ít nhất một quyển vở.

Người thua là người đầu tiên mà khi đến lượt chơi của mình thì không thể thực hiện được cả hai bước trên và người còn lại sẽ thắng.

a) Trường hợp $n = 1$ và mỗi chồng vở đều có 5 quyển. Chứng tỏ rằng với mọi cách đi của An thì Bình luôn có cách đi để thắng.

b) Chứng minh rằng nếu lúc đầu có ít nhất một chồng vở có số vở là số chẵn thì An luôn có cách đi để thắng.

Hướng dẫn giải

a) Với $n = 1$ thì có 2 chồng vở. Ở lượt chơi đầu tiên, An buộc phải loại bỏ 1 chồng vở và chồng còn lại chỉ có thể được tách thành 2 chồng có lần lượt 1 và 4 quyển hoặc 2 và 3 quyển.

- Nếu 2 chồng này gồm 2 và 3 quyển: Khi đó Bình loại bỏ chồng 3 quyển, và tách chồng 2 quyển thành 2 chồng 1 quyển. Do đó An thua.

- Nếu 2 chồng này gồm 1 và 4 quyển:

Khi đó Bình bỏ đi chồng 1 quyển và tách chồng 4 quyển thành 2 chồng gồm 1 và 3 quyển.

Bây giờ đến lượt An, An buộc phải loại bỏ chồng 1 quyển và tách chồng 3 quyển thành 2 chồng gồm 1 và 2 quyển.

Bình lúc này chỉ cần loại bỏ chồng 1 quyển, và tách chồng 2 quyển thành 2 chồng 1 quyển.

Do đó An thua.

b) Ta nhận thấy luôn có thể tách 1 chồng vở chẵn thành 2 chồng vở lẻ, tách 1 chồng vở lẻ luôn tạo thành 1 chồng vở chẵn và 1 chồng vở lẻ.

Nhận xét: Trong mọi trường hợp mà trên bàn có ít nhất một chồng vở chẵn, An luôn có cách để đưa về trạng thái không có chồng vở chẵn nào chỉ sau một lượt chơi.

Thật vậy, giả sử trên bàn đang có x chồng vở chẵn, do đó có $2n - x$ chồng vở lẻ. Chọn $k = \left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil$

Bước 1: Chọn bỏ đi $x - k$ chồng vở chẵn và $2k - x$ chồng vở lẻ. Suy ra còn k chồng vở chẵn và $2(n - k)$ chồng vở lẻ.

Bước 2: Tách mỗi chồng trong k chồng vở chẵn thành 2 chồng vở lẻ nên không còn chồng vở chẵn nào. Vì vậy, An luôn có thể làm cho số chồng vở chẵn trên bàn về 0.

Mà số vở giảm ngất nên đến một thời điểm nào đó đến lượt Bình chơi mà tất cả chồng vở đều chỉ còn 1 quyển nên Bình thua. Do đó An thắng.

Câu 6 (3,0 điểm).

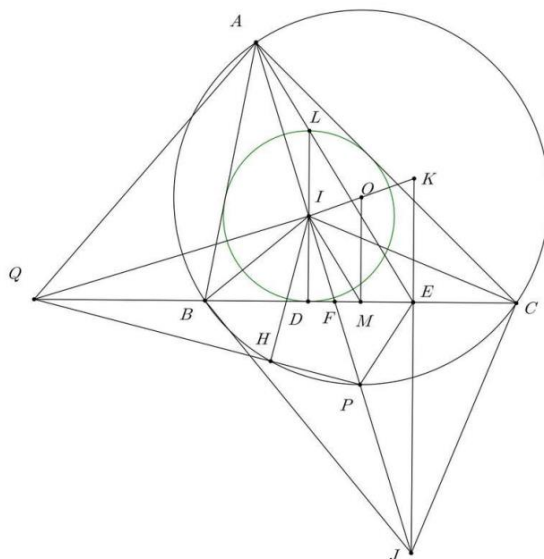
Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác. Đường thẳng qua I và vuông góc với AI cắt BC tại Q . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại P ($P \neq A$), QP cắt (O) tại H ($H \neq P$). Gọi M là trung điểm BC , D là hình chiếu vuông góc của I lên BC , E là điểm đối xứng của D qua M và K là điểm đối xứng I qua O .

a) Chứng minh $QI^2 = QB \cdot QC$.

b) Chứng minh $IH \perp PQ$ và $KE \perp BC$.

c) Chứng minh $AQPE$ là tứ giác nội tiếp và IM song song với AE .

Hướng dẫn giải



a) Ta có $\angle QIB = 90^\circ - \angle BIP = 90^\circ - (\angle ABI + \angle BAI) = \angle BCI$ nên $\triangle QBI \sim \triangle QCI$ (g.g).

Suy ra $QI^2 = QB \cdot QC$.

b) Ta có $QI^2 = QB \cdot QC = QH \cdot QP$ mà $QI \perp IP$ suy ra $\triangle QHI \sim \triangle QIP$ (c.g.c) nên $IH \perp PQ$.

Gọi E' là hình chiếu của K trên BC thì ta có $IDE'K$ là hình thang.

Suy ra M là trung điểm DE' , do đó E' trùng E .

c) Gọi J là tâm đường tròn bàng tiếp $\triangle ABC$, (I) là đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, DL là đường kính của (I) và AI cắt BC tại F .

Ta dễ có các tính chất quen thuộc là $JE \perp BC$, tứ giác $BICJ$ nội tiếp đường tròn tâm P và A, L, E thẳng hàng.

Ta thấy tứ giác $QIEJ$ nội tiếp đường tròn đường kính JQ suy ra $FE.FQ = FI.FJ = FB.FC = FA.FP$

Do đó tứ giác $AQPE$ nội tiếp.

Suy ra M, I lần lượt là trung điểm DE, DL

Vậy MI là đường trung bình tam giác DLE nên $MI \parallel AE$.

--- HẾT ---