

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang, gồm 08 câu)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2026 - 2027

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Khoá thi ngày: 29/5/2026

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức $M = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{14\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} + \frac{-3\sqrt{x}+9}{x+3\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm tất cả các số thực x để M nhận giá trị nguyên.

2. Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2026}{abc}$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + 2bc - 2026} + \frac{1}{b^2 + 2ca - 2026} + \frac{1}{c^2 + 2ab - 2026} = 0.$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 20$.

Câu 3. (0,5 điểm) Cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F thứ tự nằm trên một đường tròn theo chiều quay của kim đồng hồ. Chọn ngẫu nhiên hai điểm trong các điểm đã cho và nối lại thành một đoạn thẳng. Tính xác suất để đoạn thẳng đó không phải là cạnh của lục giác $ABCDEF$.

Câu 4. (1,0 điểm) Thầy giáo An đi xe máy từ A đến B với một tốc độ không đổi. Khi từ B trở về A thầy quyết định tăng tốc độ thêm 10 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi 24 phút. Biết quãng đường AB dài 80 km. Tính tốc độ xe máy của thầy khi đi từ A đến B .

Câu 5. (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 2(a + b + c)$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + 2c} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 2a} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 2b} \leq \frac{1}{4}.$$

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2026^3$ chia hết cho 2027.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $(x^2 - x + 1)(y^2 - xy - 5) = x + 4$.

Câu 7. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường phân giác trong của tam giác cắt nhau tại I . Tia AI cắt (O) tại điểm M . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AI tại I , d cắt các đường thẳng BC, AB, AC lần lượt tại các điểm S, E, F . Đường thẳng SM cắt (O) tại điểm K (khác M).

a) Chứng minh rằng OM là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

b) Chứng minh rằng $\triangle MBI$ cân tại M .

c) Chứng minh rằng $SI^2 = SB \cdot SC$ và $SM \perp IK$.

d) Đường thẳng IK cắt BC tại H . Tia MH cắt (O) tại P . Chứng minh rằng $APEF$ là tứ giác nội tiếp.

Câu 8. (0,5 điểm) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 100\}$. Chứng minh rằng với mọi cách lấy ra 51 số khác nhau từ tập A thì luôn tồn tại hai số trong các số được lấy có tổng bằng 101.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2026-2027

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có 01 trang, gồm 08 câu)

Khóa thi ngày: **29/05/2026**

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức
$$M = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{14\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{-3\sqrt{x}+9}{x+3\sqrt{x}} \right)$$
 với $x > 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm tất cả các số thực x để M nhận giá trị nguyên.

2. Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2026}{abc}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2 + 2bc - 2026} + \frac{1}{b^2 + 2ac - 2026} + \frac{1}{c^2 + 2ab - 2026} = 0.$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ với m là tham số. tìm tất cả giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 20$.

Câu 3. (0,5 điểm) Cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F thứ tự nằm trên một đường tròn theo chiều quay của kim đồng hồ. Chọn ngẫu nhiên hai điểm trong đó các điểm đã cho và nối lại thành một đoạn thẳng. Tính xác suất để đoạn thẳng đó không phải là cạnh của lục giác $ABCDEF$.

Câu 4. (1,0 điểm) Thầy giáo An đi xe máy từ A đến B với một tốc độ không đổi. Khi từ B trở về A thầy quyết định tăng tốc độ thêm 10 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 24 phút. Biết quãng đường AB dài 80 km. Tính tốc độ xe máy của thầy khi đi từ A đến B .

Câu 5. (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 2(a + b + c)$. Chứng minh

rằng
$$\frac{1}{a^2 + b^2 + 2c} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 2a} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 2b} \leq \frac{1}{4}.$$

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2026^3$ chia hết cho 2027.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $(x^2 - x + 1)(y^2 - xy - 5) = x + 4$.

Câu 7. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường phân giác trong của tam giác cắt nhau tại I . Tia AI cắt (O) tại điểm M . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AI tại I , d cắt các đường thẳng BC, AB, AC lần lượt tại các điểm S, E, F . Đường thẳng SM cắt (O) tại các điểm K (khác M).

a) Chứng minh rằng OM là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

b) Chứng minh rằng $\triangle MBI$ cân tại M .

c) Chứng minh rằng $SI^2 = SB \cdot SC$ và $SM \perp IK$.

d) Đường thẳng IK cắt BC tại H . Tia MH cắt (O) tại P . Chứng minh rằng $APEF$ là tứ giác nội tiếp.

Câu 8. (0,5 điểm) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 100\}$. Chứng minh rằng với mọi cách lấy ra 51 số khác nhau từ tập A thì luôn tồn tại hai số trong các số được lấy có tổng bằng 101.

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2026-2027

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có 01 trang, gồm 08 câu)

Khóa thi ngày: **29/05/2026**

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức
$$M = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{14\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{-3\sqrt{x}+9}{x+3\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0, x \neq 9.$$

a) Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm tất cả các số thực x để M nhận giá trị nguyên.

2. Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2026}{abc}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2 + 2bc - 2026} + \frac{1}{b^2 + 2ac - 2026} + \frac{1}{c^2 + 2ab - 2026} = 0.$$

Hướng dẫn giải

1. Ta có:
$$M = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{14\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{-3\sqrt{x}+9}{x+3\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0, x \neq 9$$

$$M = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)} : \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}.$$

Do đó, $0 < \frac{3}{\sqrt{x}+1} < 3$ nên $0 < M < 3$ thì $M \in \mathbb{Z}$ nên $M \in \{1; 2\}$.

Với $M = 1$ thì $x = \frac{1}{4}$ (thỏa mãn), với $M = 2$ thì $x = 4$ (thỏa mãn).

2. Từ giả thiết có $ab + bc + ac = 2026$.

Vậy $a^2 + 2bc - 2026 = a^2 + 2bc - (ab + bc + ac) = a^2 + bc - ab - ac = (a-b)(a-c)$.

Tương tự, ta suy ra:

$$VT = \frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(a-c)(b-c)} = \frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0.$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ với m là tham số. tìm tất cả giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 20$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\Delta' = 1 - m + 1 > 0$ nên $m < 2$.

Theo hệ thức Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$
.

Từ giả thiết ta có: $x_1^3 + x_2^3 = 20$ hay $(x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \right] = 20$.

Do đó, $4 - 3m + 3 = 10$ hay $m = -1$ (thỏa mãn).

Câu 3. (0,5 điểm) Cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F thứ tự nằm trên một đường tròn theo chiều quay của kim đồng hồ. Chọn ngẫu nhiên hai điểm trong đó các điểm đã cho và nối lại thành một đoạn thẳng. Tính xác suất để đoạn thẳng đó không phải là cạnh của lục giác $ABCDEF$.

Hướng dẫn giải

Phép thử là chọn ngẫu nhiên 2 điểm từ 6 điểm đã cho. Khi đó, ta có số phần tử không gian mẫu là 15.

Gọi X là biến cố: “Đoạn thẳng được nối không phải là cạnh của lục giác $ABCDEF$ ”.

Ta thấy, lục giác $ABCDEF$ được tạo bởi 6 điểm trên và có đúng 6 cạnh là AB, BC, CD, DE, EF, FA

Khi đó, số đoạn thẳng nối từ hai điểm bất kì mà không phải là cạnh của lục giác (chính là số được chéo của lục giác là: $n(X) = 15 - 6 = 9$).

Vậy xác suất của biến cố X là:
$$P(X) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$
.

Câu 4. (1,0 điểm) Thầy giáo An đi xe máy từ A đến B với một tốc độ không đổi. Khi từ B trở về A thầy quyết định tăng tốc độ thêm 10 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 24 phút. Biết quãng đường AB dài 80 km. Tính tốc độ xe máy của thầy khi đi từ A đến B .

Hướng dẫn giải

Đổi 24 phút = $\frac{2}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe máy khi đi từ A đến B là x (km/h) ($x > 0$).

Khi đó:

Thời gian đi từ A đến B là $\frac{80}{x}$ (giờ)

Vận tốc khi đi từ B đến A là $x+10$ (km/h).

Thời gian khi đi từ B đến A là $\frac{80}{x+10}$ (giờ).

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 24 phút = $\frac{2}{5}$ giờ nên ta có phương trình;

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{2}{5} \text{ suy ra } (x-40)(x+50) = 0.$$

Vì $x > 0$ nên $x = 40$ thỏa mãn.

Vậy tốc độ của xe máy khi thầy đi từ A đến B là 40 km/h.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=2(a+b+c)$. Chứng minh

$$\text{rằng } \frac{1}{a^2+b^2+2c} + \frac{1}{b^2+c^2+2a} + \frac{1}{c^2+a^2+2b} \leq \frac{1}{4}.$$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } (a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca) = 3 \cdot 2(a+b+c) = 6(a+b+c).$$

Do đó, chia cả hai vế cho $a+b+c$ ta được $a+b+c \geq 6$.

Áp dụng BĐT Cauchy – Schwarz, ta có:

$$(a^2+b^2+2c)\left(1^2+1^2+\frac{c}{2}\right) \geq (a+b+c)^2$$

$$\text{Từ đó, ta có: } \frac{1}{a^2+b^2+2c} \leq \frac{2+\frac{c}{2}}{(a+b+c)^2} = \frac{c+4}{2(a+b+c)^2}.$$

$$\text{Chứng minh tương tự, ta cũng có: } \frac{1}{c^2+b^2+2a} \leq \frac{a+4}{2(a+b+c)^2}; \frac{1}{c^2+a^2+2b} \leq \frac{b+4}{2(a+b+c)^2}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{a^2+b^2+2c} + \frac{1}{b^2+c^2+2a} + \frac{1}{c^2+a^2+2b} \leq \frac{a+b+c+12}{2(a+b+c)^2}.$$

Đặt $S = a + b + c$, khi đó ta cần chứng minh $\frac{S+12}{2S^2} \leq \frac{1}{4}$, suy ra $(S-6)(S+4) \geq 0$ (đúng).

Vậy ta có điều phải chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 2$.

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2026^3$ chia hết cho 2027.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $(x^2 - x + 1)(y^2 - xy - 5) = x + 4$.

Hướng dẫn giải

a) Áp dụng hằng đẳng thức $a^3 + b^3 \equiv (a+b)$ cho các biểu thức được ghép ta có:

$A = (1^3 + 2026^3) + (2^3 + 2025^3) + (3^3 + 2024^3) + \dots + (1013^3 + 1014^3)$ luôn chia hết cho 2027.

b) Xét $y^2 - xy - 5 = 0$ khi đó $x + 4 = 0$ hay $x = -4$, thay vào có $(y-1)(y+5) = 0$ nên $y = 1$ hoặc $y = -5$.

Xét $y^2 - xy - 5 \neq 0$, từ giả thiết ta có $x + 4 \equiv x^2 - x + 1$.

Suy ra $(x+4)(x-5) \equiv (x^2 - x + 1)$ suy ra $x^2 - x + 1 - 21 \equiv (x^2 - x + 1)$, do đó $-21 \equiv (x^2 - x + 1)$.

Giải các trường hợp có thể ta được tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn là:

$$(x, y) = \{(-4, 1); (-4, -5); (-1, 2); (-1, -3); (0, 3); (0, -3)\}.$$

Câu 7. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường phân giác trong của tam giác cắt nhau tại I . Tia AI cắt (O) tại điểm M . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AI tại I , d cắt các đường thẳng BC, AB, AC lần lượt tại các điểm S, E, F . Đường thẳng SM cắt (O) tại các điểm K (khác M).

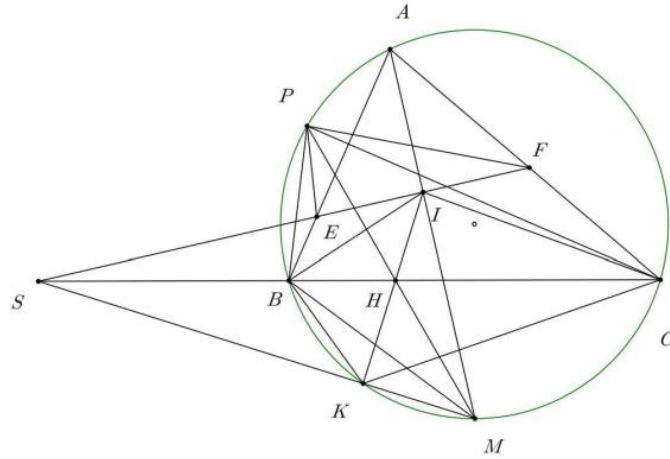
a) Chứng minh rằng OM là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

b) Chứng minh rằng $\triangle MBI$ cân tại M .

c) Chứng minh rằng $SI^2 = SB \cdot SC$ và $SM \perp IK$.

d) Đường thẳng IK cắt BC tại H . Tia MH cắt (O) tại P . Chứng minh rằng $APEF$ là tứ giác nội tiếp.

Hướng dẫn giải



a) Dễ có do $\angle BOM = 2\angle BAM = 2\angle CAM = \angle COM$.

b)
$$\angle MIB = \angle BAI + \angle ABI = \frac{\angle BAC}{2} + \frac{\angle ABC}{2}$$

và
$$\angle MBI = \angle MBC + \angle IBC = \frac{\angle BAC}{2} + \frac{\angle ABC}{2}$$

Suy ra $\angle MIB = \angle MBI$, do đó $\triangle MBI$ cân tại M .

c)
$$\angle SIB = 90^\circ - \angle MIB = 90^\circ - \frac{\angle BAC}{2} - \frac{\angle ABC}{2} = \frac{\angle ACB}{2} = \angle SCI$$

Suy ra $\triangle SIB \sim \triangle SCI$ (g.g) suy ra $SI^2 = SB \cdot SC = SK \cdot SM$.

Suy ra $\triangle SKI \sim \triangle SIM$ (c.g.c)

Suy ra $\angle SKI = \angle SIM = 90^\circ$.

d) Do M là trung điểm cung nhỏ BC nên KS là phân giác ngoài $\angle BKC$, mà $KC \perp KM$ nên KH là

phân giác trong $\angle BKC$ suy ra $\frac{SB}{SC} = \frac{HB}{HC} \left(= \frac{KB}{KC} \right)$.

Áp dụng định lí Menelaus cho $\triangle ABC$ có S, E, F thẳng hàng, suy ra $\frac{SB}{SC} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{FC}{FA} = 1$, mà $AE = AF$

Do phân giác đồng thời là đường cao, suy ra $\frac{EB}{FC} = \frac{SB}{SC} = \frac{HB}{HC} = \frac{PB}{PC}$ do PH là phân giác $\angle BPC$.

Suy ra $\frac{BP}{BE} = \frac{CP}{CF}$.

Suy ra $\triangle BPE \sim \triangle CPF$ (c.g.c)

Suy ra $\angle BEP = \angle CFP$, suy ra $\angle AEP = \angle AFP$.

Suy ra $APEF$ là tứ giác nội tiếp.

Câu 8. (0,5 điểm) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 100\}$. Chứng minh rằng với mọi cách lấy ra 51 số khác nhau từ tập A thì luôn tồn tại hai số trong các số được lấy có tổng bằng 101.

Hướng dẫn giải

Ta chia tập A thành 50 cặp số $(i, 101-i)$ với $i = 1, 2, \dots, 50$.

Vì lấy ra 51 số nên theo Dirichlet tồn tại ít nhất một cặp số đều được chọn và cặp số đấy có tổng bằng 101 nên có điều phải chứng minh.

-----HẾT-----