

Bài I. (1,0 điểm) Thống kê điểm kiểm tra khảo sát môn Toán của 40 học sinh lớp 9A được cho trong bảng sau:

Điểm	7	8	9	10
Số học sinh	6	14	16	4

- a) Tìm tần số của điểm 7.
b) Tính tần số tương đối của điểm 10.

Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+12}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.
b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$.
c) Cho $P = AB$. Tìm các giá trị của x để $|P| - P = 0$.

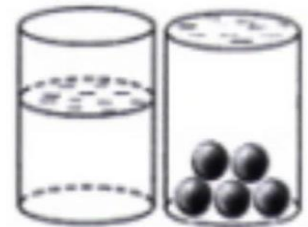
Bài III. (2,25 điểm)

1) Hai xe khởi hành cùng một lúc từ A để đi đến B. Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai là 24 phút. Biết độ dài quãng đường AB là 80 km. Tính vận tốc của mỗi xe.

2) Cho phương trình $x^2 - x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2$.

Bài IV. (4,25 điểm)

1) Một ly nước hình trụ có chiều cao 15cm, bán kính đáy 2,5cm, lượng nước tinh khiết trong ly cao 10cm. Ly nước được đặt cố định trên mặt bàn phẳng như hình vẽ dưới đây. (Lấy $\pi \approx 3,14$, các kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



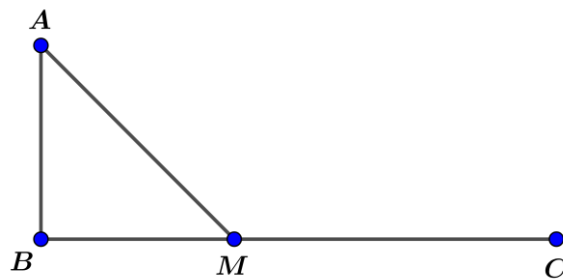
- a) Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong ly?
b) Người ta thả vào ly nước 5 viên bi hình cầu giống hệt nhau có cùng thể tích, đồng chất và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong ly dâng lên đúng bằng miệng ly, không tràn ra ngoài. Hỏi thể tích của mỗi viên bi là bao nhiêu cm^3 (giả sử độ dày của ly là không đáng kể).
2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H .

a) Chứng minh tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AT của đường tròn (O) . Chứng minh rằng: $AB.AC = AD.AT$ và $\widehat{DEF} = \widehat{COT}$

c) Kẻ CI vuông góc với AT tại I . Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh ba điểm F, I, M thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm) Trong hình bên, độ dài quãng đường AB là 5 km, độ dài quãng đường BC là 26 km, $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Một người có kế hoạch đi xe đạp, người đó đi thẳng từ A đến vị trí M trên đoạn thẳng BC với tốc độ 12 km/h, sau đó đi thẳng từ M đến C với tốc độ 13 km/h. Người đó cần chọn vị trí điểm M cách điểm B một khoảng bằng bao nhiêu km để tổng thời gian đi từ A đến M và từ M đến C là ít nhất?

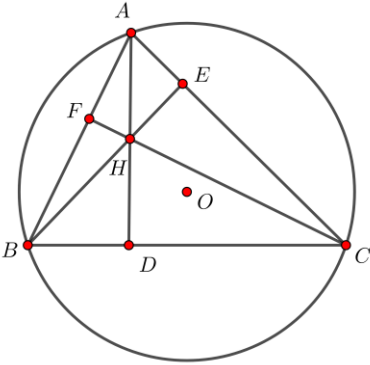
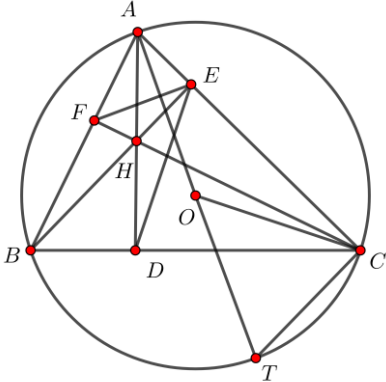
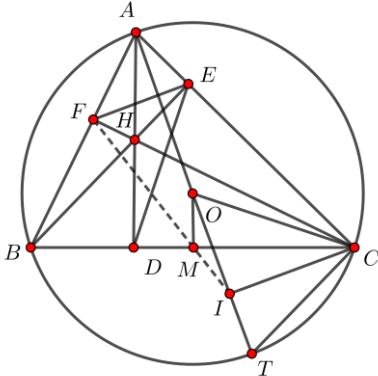


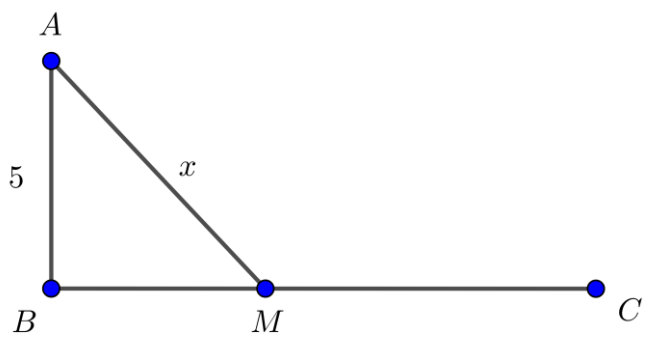
----- HẾT -----

ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Bài	Hướng dẫn chấm	Biểu điểm
I	a) Tần số của điểm 7 là: 6	0,5
	b) Tần số tương đối của điểm 10 là: $\frac{4}{40} \cdot 100\% = 10\%$	0,5
II	a) Thay $x = 16$ (thỏa mãn ĐK) vào biểu thức A, ta có: $A = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} + 3} = \frac{4}{4 + 3} = \frac{4}{7}$ Vậy $A = \frac{4}{7}$ khi $x = 16$	0,25 0,25
	$B = \frac{1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 12}{x - 9}$	0,25
	$= \frac{1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} + 12}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} - 3 + \sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) + 2\sqrt{x} + 12}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$= \frac{x + 6\sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
II	$= \frac{(\sqrt{x} + 3)^2}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3}$ Vậy $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$	0,25
II	$P = A.B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$	
	$ P - P = 0$	
	$ P = P$	
	$P \geq 0$	
	$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \geq 0$	
II	*Trường hợp 1: $x = 0$ (thỏa mãn ĐK)	0,25
	*Trường hợp 2: $x > 0$	

	$\sqrt{x} - 3 > 0$ $x > 9$ Kết hợp với điều kiện $x \geq 0; x \neq 9 \Rightarrow x > 9$ Vậy $x = 0$ hoặc $x > 9$ thì $ P - P = 0$	0,25
	1) Gọi vận tốc của xe thứ hai là x (km/h) ($x > 0$) Vận tốc của xe thứ nhất là: $x + 10$ (km/h) Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là: $\frac{80}{x+10}$ (giờ) Thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là: $\frac{80}{x}$ (giờ) Vì xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 24 phút = $\frac{2}{5}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{2}{5}$ Giải phương trình tìm được $x = 40$ (TM) và $x = -50$ (KTM) Vậy vận tốc của xe thứ nhất là: $40 + 10 = 50$ (km/h) Vận tốc của xe thứ hai là 40 km/h	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
III	2) $\Delta = (-1)^2 - 4m = 1 - 4m$ Để phương trình có 2 nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Rightarrow m \leq \frac{1}{4}$ Áp dụng định lý Viète có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$ Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$ $x_1 x_2 = m \Rightarrow m = -3$ (thỏa mãn) $A = 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 = 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 3 \cdot (-3) \cdot 1 = -9$	0,25 0,25 0,25
	1a) Thể tích lượng nước tinh khiết chứa trong ly là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 2,5^2 \cdot 10$ $\approx 196,3 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25 0,25
IV	1b) Thể tích 5 viên bi hình cầu là: $\pi \cdot 2,5^2 \cdot (15 - 10) = 31,25\pi$ Thể tích mỗi viên bi là: $31,25\pi : 5 = 6,25\pi \approx 6,25 \cdot 3,14$ $\approx 19,6 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25 0,25

		0,25
	Vẽ hình đúng đến câu a a) Giải thích được $\widehat{ADB} = 90^0$, $\widehat{AEB} = 90^0$ A, B, D thuộc đường tròn đường kính AB A, B, E thuộc đường tròn đường kính AB $\Rightarrow$ 4 điểm A, B, D, E thuộc đường tròn đường kính AB $\Rightarrow$ Tứ giác ABDE nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25
	 b) Chỉ ra được: $\widehat{ACK} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\widehat{ABD} = \widehat{ATC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O)) Chứng minh: $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle ATC$ (g.g) Từ đó suy ra: $AB.AC = AD.AT$	0,25 0,25 0,25
	b) Tứ giác ABDE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DEH} = \widehat{DAB}$ Tứ giác AEHF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HEF} = \widehat{HAF}$ $\widehat{DEF} = \widehat{DEH} + \widehat{HEF} = \widehat{DAB} + \widehat{HAF} = 2\widehat{BAD} = 2\widehat{TAC}$ $\widehat{COT} = 2\widehat{TAC}$ (góc ngoài tam giác AOC) Do đó: $\widehat{DEF} = \widehat{COT}$	0,25 0,25 0,25
	 c) Chứng minh: $OM \perp BC$ $\Rightarrow$ Tứ giác OMIC nội tiếp đường tròn đường kính OC $\Rightarrow \widehat{OIM} = \widehat{OCM}$ (1)	0,25

	Tứ giác AFIC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AIF} = \widehat{ACF}$ (2) Chứng minh: $\triangle OMC$ đồng dạng $\triangle AFC$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{ACF} = \widehat{OCM}$ (3) Từ (1)(2)(3) $\Rightarrow \widehat{AIM} = \widehat{AIF}$ Nên F, M, I thẳng hàng	0,25 0,25
V	 Đặt $AM = x$ (km) ($x > 5$) $BM = \sqrt{x^2 - 25}$ (km) $MC = 26 - \sqrt{x^2 - 25}$ (km) Tổng thời gian đi là: $T = \frac{x}{12} + \frac{26 - \sqrt{x^2 - 25}}{13}$ $= \frac{13x + 312 - 12\sqrt{x^2 - 25}}{156}$ $= \frac{13x + 312 - 12\sqrt{(x-5)(x+5)}}{156}$ $= \frac{9(x-5) - 2\sqrt{9(x-5) \cdot 4(x+5)} + 4(x+5) + 337}{156}$ $= \frac{(3\sqrt{x-5} - 2\sqrt{x+5})^2 + 317}{156}$ $T \geq \frac{317}{156}$ Dấu “=” xảy ra khi $3\sqrt{x-5} = 2\sqrt{x+5}$ $x = 13$ (thỏa mãn) $MB = \sqrt{13^2 - 25} = 12$ (km)	0,25 0,25

Chú ý: Học sinh làm theo cách khác mà đúng, giáo viên vẫn cho điểm tối đa.

Người ra đề

Tổ trưởng kí duyệt

Ban giám hiệu kí duyệt

Phạm Thị Trang

Nguyễn Đình Khang