

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Để có 02 trang)

Ngày thi: 31/5/2026

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính $1 + \sqrt{4}$.
- Rút gọn biểu thức $A = \frac{x}{x - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = x + 3$.

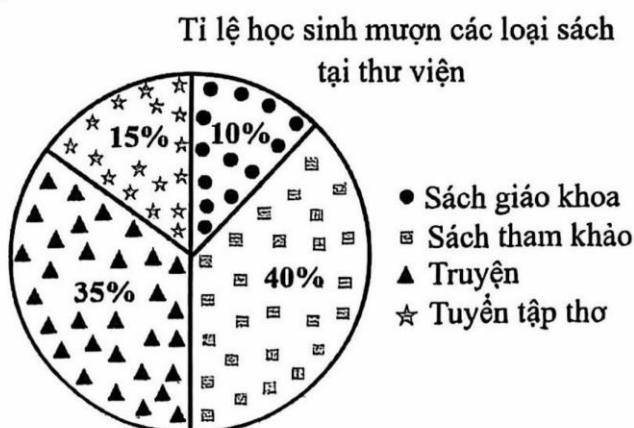
Bài 2. (2,5 điểm)

- Giải bất phương trình $2x - 10 < 0$.
- Chứng minh phương trình $x^2 + x - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

3. Anh Hải đến siêu thị mua một cái ti vi và một máy điều hòa. Tổng số tiền của hai sản phẩm này theo giá niêm yết của siêu thị là 25 triệu đồng. Nhân dịp giải bóng đá World Cup 2026 sắp diễn ra, siêu thị đã giảm giá 10% cho một cái ti vi và giảm giá 5% cho một máy điều hòa so với giá niêm yết của mỗi sản phẩm. Vì thế, anh Hải chỉ phải trả 23 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của mỗi sản phẩm trên là bao nhiêu?

Bài 3. (1,0 điểm)

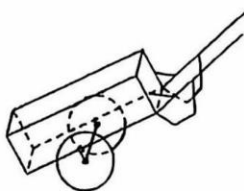
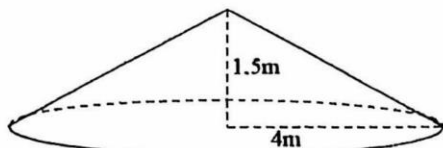
Hưởng ứng Tuần lễ đọc sách, 40 học sinh lớp 9A mượn của thư viện các loại sách: sách giáo khoa, sách tham khảo, truyện, tuyển tập thơ. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình sau biểu diễn tỉ lệ học sinh mượn các loại sách tại thư viện, biết rằng mỗi học sinh chỉ mượn đúng một loại sách.



- Từ biểu đồ đã cho, hãy lập bảng tần số mô tả số học sinh thuộc lớp học trên mượn từng loại sách.
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh thuộc lớp học trên. Tính xác suất để học sinh đó mượn sách tham khảo hoặc tuyển tập thơ.

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Giả sử một đống cát có dạng hình nón với bán kính đáy bằng 4 m và chiều cao bằng 1,5 m.



a) Tính thể tích của đống cát trên.

b) Người ta dùng một chiếc xe cải tiến với thùng chứa của xe có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m, rộng 0,6 m, cao 0,3 m để vận chuyển đống cát đến khu xây dựng. Mỗi chuyến xe người ta vận chuyển được một lượng cát có thể tích không vượt quá thể tích của thùng xe. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe để vận chuyển hết đống cát trên đến khu xây dựng?

2. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là một điểm thay đổi trên cạnh BC (E khác B, C). Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE và cắt tia CD tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AECF$ nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của EF , tia AI cắt CD tại K .

Chứng minh $FI \cdot FE = FK \cdot FC$.

c) Gọi L là giao điểm của BI và AE . Chứng minh rằng khi E thay đổi trên cạnh BC thì số đo của góc LCI không đổi.

Bài 5. (1,0 điểm) Biết a và b là các số thực thay đổi sao cho phương trình $x^2 - 2ax + 2a^2 + b^2 - 5 = 0$ (x là ẩn) có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a+1)(b+1)$.

_____ HẾT _____

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính $1 + \sqrt{4}$.
- Rút gọn biểu thức $A = \frac{x}{x - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = x + 3$.

Bài 2. (2,5 điểm)

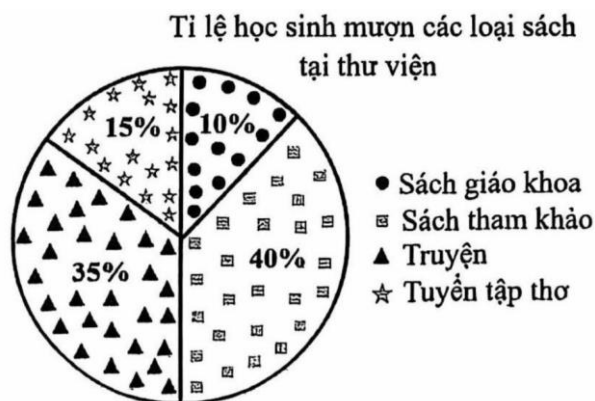
- Giải bất phương trình $2x - 10 < 0$.
- Chứng minh phương trình $x^2 + x - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

3. Anh Hải đến siêu thị mua một cái ti vi và một máy điều hòa. Tổng số tiền của hai sản phẩm này theo giá niêm yết của siêu thị là 25 triệu đồng. Nhân dịp giải bóng đá World Cup 2026 sắp diễn ra, siêu thị đã giảm giá 10% cho một cái ti vi và giảm giá 5% cho một máy điều hòa so với giá niêm yết của mỗi sản phẩm. Vì thế, anh Hải chỉ phải trả 23 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của mỗi sản phẩm trên là bao nhiêu?

Bài 3. (1,0 điểm)

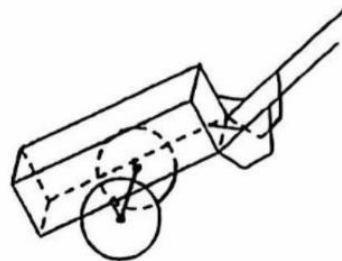
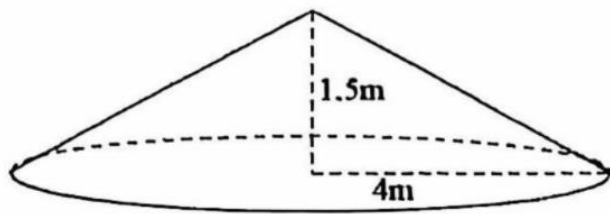
Hưởng ứng Tuần lễ đọc sách, 40 học sinh lớp 9A mượn của thư viện các loại sách: sách giáo khoa, sách tham khảo, truyện, tuyển tập thơ. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình sau biểu diễn tỉ lệ học sinh mượn các loại sách tại thư viện, biết rằng mỗi học sinh chỉ mượn đúng một loại sách.



- Từ biểu đồ đã cho, hãy lập bảng tần số mô tả số học sinh thuộc lớp học trên mượn từng loại sách.
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh thuộc lớp học trên. Tính xác suất để học sinh đó mượn sách tham khảo hoặc tuyển tập thơ.

Bài 4. (3,5 điểm)

- Giả sử một đồng cát có dạng hình nón với bán kính đáy bằng 4 m và chiều cao bằng 1,5 m.



a) Tính thể tích của đồng cát trên.

b) Người ta dùng một chiếc xe cải tiến với thùng chứa của xe có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m, rộng 0,6 m, cao 0,3 m để vận chuyển đồng cát đến khu xây dựng. Mỗi chuyến xe người ta vận chuyển được một lượng cát có thể tích không vượt quá thể tích của thùng xe. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe để vận chuyển hết đồng cát trên đến khu xây dựng?

2. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là một điểm thay đổi trên cạnh BC (E khác B, C). Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE và cắt tia CD tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AECF$ nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của EF , tia AI cắt CD tại K .

Chứng minh $FI.FE = FK.FC$.

c) Gọi L là giao điểm của BI và AE . Chứng minh rằng khi E thay đổi trên cạnh BC thì số đo của góc LCI không đổi.

Bài 5. (1,0 điểm) Biết a và b là các số thực thay đổi sao cho phương trình $x^2 - 2ax + 2a^2 + b^2 - 5 = 0$ (x là ẩn) có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a+1)(b+1)$.

--- HẾT ---

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính $1 + \sqrt{4}$.
- Rút gọn biểu thức $A = \frac{x}{x - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = x + 3$.

Hướng dẫn giải

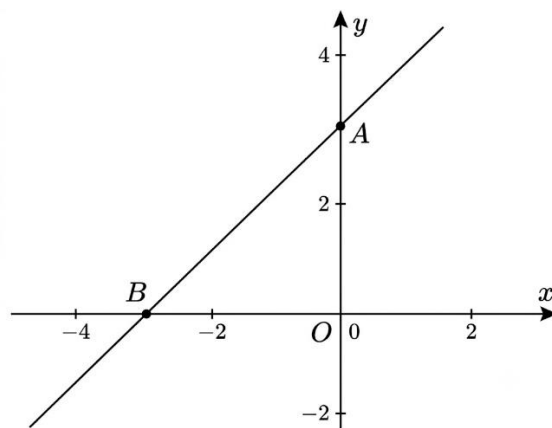
- Ta có $1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3$.
- Với $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$A = \frac{x}{x - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} = 1.$$

- Bảng giá trị:

x	0	-3
$y = x + 3$	3	0

Biểu diễn 2 điểm $A(0; 3)$ và $B(-3; 0)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Đồ thị của hàm số $y = x + 3$ là đường thẳng AB .



Bài 2. (2,5 điểm)

- Giải bất phương trình $2x - 10 < 0$.
- Chứng minh phương trình $x^2 + x - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

3. Anh Hải đến siêu thị mua một cái ti vi và một máy điều hòa. Tổng số tiền của hai sản phẩm này theo giá niêm yết của siêu thị là 25 triệu đồng. Nhân dịp giải bóng đá World Cup 2026 sắp diễn ra, siêu thị đã giảm giá 10% cho một cái ti vi và giảm giá 5% cho một máy điều hòa so với giá niêm yết của mỗi sản phẩm. Vì thế, anh Hải chỉ phải trả 23 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của mỗi sản phẩm trên là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

1. Ta có $2x - 10 < 0$

$$2x < 10$$

$$x < 5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 5$.

2. Vì $\Delta = 17 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{4}.$$

3. Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là giá niêm yết của một ti vi và một máy điều hòa ($0 < x, y < 25$).

Vì tổng số tiền hai sản phẩm này theo giá niêm yết là 25 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 25 \quad (1).$$

Giá của một ti vi sau khi giảm giá 10% là $0,9x$ (triệu đồng);

Giá của một máy điều hòa sau khi giảm giá 5% là $0,95y$ (triệu đồng).

Vì tổng số tiền anh Hải phải trả là 23 triệu đồng nên ta có phương trình: $0,9x + 0,95y = 23 \quad (2).$

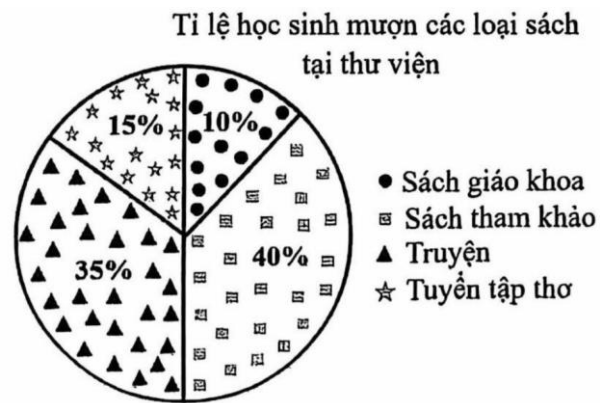
Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 25 \\ 0,9x + 0,95y = 23 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được $x = 15, y = 10$ (thỏa mãn).

Vậy giá niêm yết của một ti vi là 15 triệu đồng và giá niêm yết của một máy điều hòa là 10 triệu đồng.

Bài 3. (1,0 điểm)

Hưởng ứng Tuần lễ đọc sách, 40 học sinh lớp 9A mượn của thư viện các loại sách: sách giáo khoa, sách tham khảo, truyện, tuyển tập thơ. Biểu đồ hình quạt tròn ở hình sau biểu diễn tỉ lệ học sinh mượn các loại sách tại thư viện, biết rằng mỗi học sinh chỉ mượn đúng một loại sách.



1. Từ biểu đồ đã cho, hãy lập bảng tần số mô tả số học sinh thuộc lớp học trên mượn từng loại sách.
2. Chọn ngẫu nhiên một học sinh thuộc lớp học trên. Tính xác suất để học sinh đó mượn sách tham khảo hoặc tuyển tập thơ.

Hướng dẫn giải

1. Số học sinh mượn sách giáo khoa là $40 \cdot 10\% = 4$ (học sinh).
Số học sinh mượn sách tham khảo là $40 \cdot 40\% = 16$ (học sinh).
Số học sinh mượn truyện là $40 \cdot 35\% = 14$ (học sinh).
Số học sinh mượn tuyển tập thơ là $40 \cdot 15\% = 6$ (học sinh).

Bảng tần số

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện	Tuyển tập thơ
Số học sinh	4	16	14	6

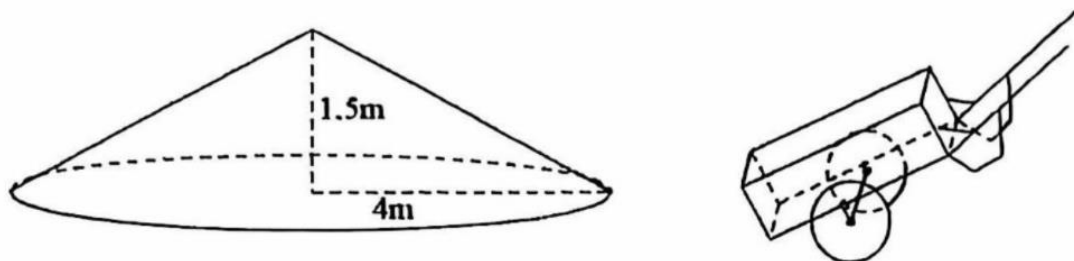
2. Không gian mẫu của phép thử là toàn bộ học sinh của lớp 9A, vì lớp 9A có 40 học sinh nên số phần tử của không gian mẫu là 40. Các kết quả của phép thử này là đồng khả năng.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “học sinh đó mượn sách tham khảo hoặc tập thơ” là $16 + 6 = 22$.

Vậy xác suất của biến cố trên là $\frac{22}{40} = \frac{11}{20}$.

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Giả sử một đống cát có dạng hình nón với bán kính đáy bằng 4 m và chiều cao bằng 1,5 m.



- a) Tính thể tích của đống cát trên.
- b) Người ta dùng một chiếc xe cải tiến với thùng chứa của xe có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m, rộng 0,6 m, cao 0,3 m để vận chuyển đống cát đến khu xây dựng. Mỗi chuyến xe người ta vận chuyển được một lượng cát có thể tích không vượt quá thể tích của thùng xe. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe để vận chuyển hết đống cát trên đến khu xây dựng?

2. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là một điểm thay đổi trên cạnh BC (E khác B, C). Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE và cắt tia CD tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AECF$ nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của EF , tia AI cắt CD tại K . Chứng minh $FI \cdot FE = FK \cdot FC$.

c) Gọi L là giao điểm của BI và AE . Chứng minh rằng khi E thay đổi trên cạnh BC thì số đo của góc LCI không đổi.

Hướng dẫn giải

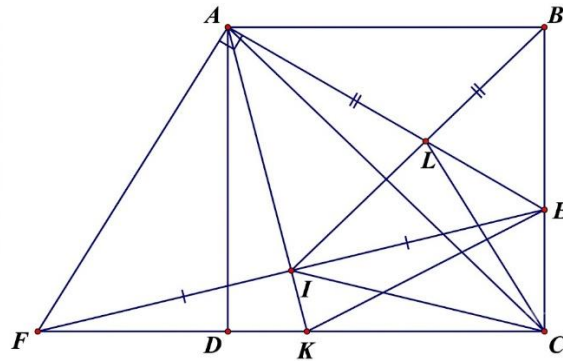
1. a) Tính thể tích của đồng cát trên là: $V_{cat} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 1,5 = 8\pi \text{ (m}^3\text{)}.$

b) Thể tích thùng xe là: $V_{xe} = 1 \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 \text{ (m}^3\text{)}.$

Số chuyến xe cần để vận chuyển hết đồng cát là: $\frac{8\pi}{0,18} \approx 139,6$ (chuyến).

Vậy số chuyến xe ít nhất cần để vận chuyển hết đồng cát đến khu xây dựng là 140 chuyến.

2.



a) Vì $ABCD$ là hình vuông nên $ECF = 90^\circ$ suy ra $\triangle ECF$ vuông tại C , suy ra $\triangle ECF$ nội tiếp đường tròn đường kính EF .

Do đó ba điểm C, E, F cùng thuộc một đường tròn đường kính EF (1).

Ta có $AE \perp AF$ tại A nên $\triangle AEF$ vuông tại A , suy ra $\triangle AEF$ nội tiếp đường tròn đường kính EF .

Do đó ba điểm A, E, F cùng thuộc một đường tròn đường kính EF (2).

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, E, C, F cùng thuộc một đường tròn đường kính EF .

Vậy tứ giác $AECF$ nội tiếp.

b) Vì $ABCD$ là hình vuông nên $ACD = 45^\circ$.

Ta có tứ giác $AECF$ nội tiếp nên $ACF = AEF = 45^\circ$ (cùng chắn cung AF).

Mà $\triangle AEF$ vuông tại A nên $\triangle AEF$ vuông cân tại A .

Hơn nữa I là trung điểm của EF nên AI vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao của $\triangle AEF$.

Suy ra $AI \perp EF$ hay $AK \perp EF$.

Xét $\triangle CEF$ và $\triangle IKF$ có: $\angle CFE$ chung; $\angle FIK = \angle ECF = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle CEF \sim \triangle IKF$ (g.g) nên $\frac{FI}{FC} = \frac{FK}{FE}$.

Vậy $FI \cdot FE = FK \cdot FC$.

c) Ta có $\triangle AEF$ vuông cân tại A . Hơn nữa I là trung điểm của EF nên AI vừa là đường trung tuyến vừa là đường phân giác của $\triangle AEF$. Suy ra $EAI = 45^\circ$ và $IA = IE$.

Ta có $\triangle CEF$ vuông tại C có I là trung điểm của EF nên $IC = IE$.

Suy ra $IC = IA$ nên I thuộc đường trung trực của AC .

Ta lại có $ABCD$ là hình vuông nên BD là đường trung trực của AC .

Do đó bốn điểm B, L, I, D thẳng hàng.

Suy ra $LA = LC$.

Xét $\triangle LAI$ và $\triangle LCI$ có:

$LA = LC$ (cmt); $IC = IA$ (cmt); cạnh IL chung

Suy ra $\triangle LAI = \triangle LCI$ (c.c.c). Khi đó $LAI = LCI = 45^\circ$.

Vậy khi E thay đổi trên cạnh BC thì số đo của góc LCI không đổi.

Bài 5. (1,0 điểm) Biết a và b là các số thực thay đổi sao cho phương trình $x^2 - 2ax + 2a^2 + b^2 - 5 = 0$ (x là ẩn) có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a+1)(b+1)$.

Hướng dẫn giải

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0$ hay $(-2a)^2 - 4(2a^2 + b^2 - 5) \geq 0$, suy ra $a^2 + b^2 \leq 5$.

Ta có $P = (a+1)(b+1) = ab + a + b + 1$

$$= \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} + a + b + 1$$

$$\geq \frac{(a+b)^2 - 5}{2} + a + b + 1$$

$$= \frac{1}{2}[(a+b)+1]^2 - 2 \geq -2$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là -2 .

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} a+b=-1 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$, tức là $(a; b) = (-2; 1)$ hoặc $(a; b) = (1; -2)$.

--- HẾT ---