

(Đề thi gồm 02 trang)

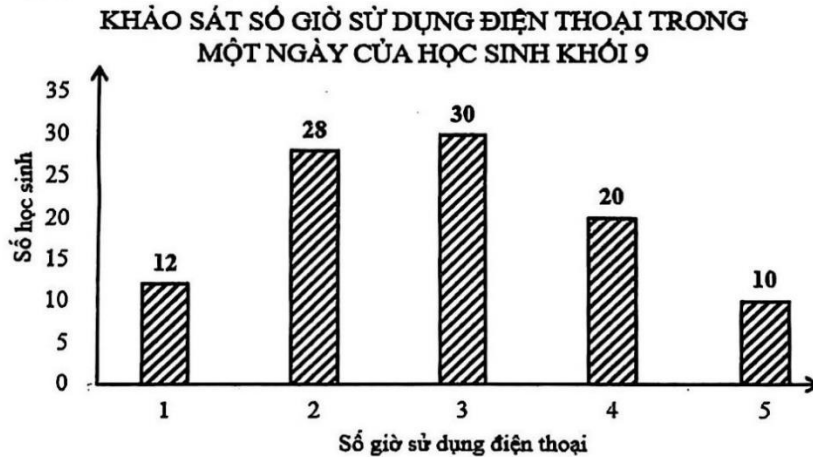
Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) .

- Vẽ (P) .
- Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng 6.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$

- Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$.

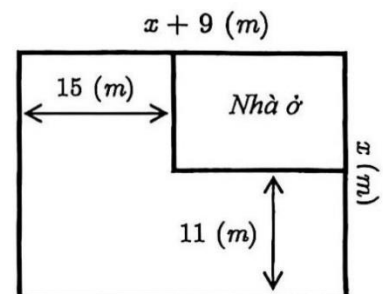
Bài 3. (1,5 điểm) Kết quả khảo sát đối với một số bạn học sinh khối 9 về số giờ sử dụng điện thoại trong một ngày được thể hiện qua biểu đồ dưới đây.



- Tính số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát.
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố A : "Học sinh được chọn có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày".
- Nhà trường khuyến cáo học sinh không nên sử dụng điện thoại nhiều hơn 3 giờ một ngày. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố B : "Học sinh được chọn đã thực hiện đúng khuyến cáo của nhà trường".

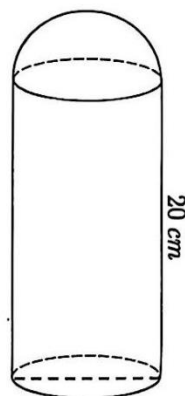
Bài 4. (1,0 điểm) Bác Năm có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều rộng $x(m)$, ($x > 11$) và chiều dài hơn chiều rộng $9(m)$. Bác Năm dùng một phần đất hình chữ nhật để làm nhà ở như hình vẽ.

- Viết biểu thức thu gọn biểu diễn diện tích phần làm nhà ở theo x .
- Tìm chiều dài, chiều rộng của mảnh đất, biết diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở.



Bài 5. (1,0 điểm)

Một bình inox có cấu tạo gồm hai phần: phần thân có dạng hình trụ có chiều cao 20 cm và bán kính đáy là 4 cm, phần nắp có dạng nửa hình cầu có đường kính bằng với đường kính đáy của phần thân.



a) Tính thể tích không gian bên trong của cái bình trên nếu bỏ qua độ dày của vỏ bình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^3).

b) Nhà sản xuất muốn phủ một lớp sơn tĩnh điện lên mặt ngoài của vỏ bình (gồm phần thân, phần nắp và đáy bình), giả sử chi phí sơn là 210 000 đồng/ m^2 .

Tính chi phí để sơn một cái bình inox (làm tròn kết quả đến nghìn đồng).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$, diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi R h$ với R là bán kính đáy và h là chiều cao của hình trụ. Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính. Lấy $\pi = 3,14$.

Bài 6. (1,0 điểm)

Hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong một số ngày. Nếu đội A làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội B làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 6 ngày. Nếu đội B làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội A làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 4 ngày. Hỏi hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc này trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất của hai đội A và B là không đổi).

Bài 7. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ ($AB < AC$) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) .

Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AKC$ và $AF \cdot AK = AH \cdot AC$

c) Gọi I là giao điểm của EF và AH; J là giao điểm của AK và BC.

i) Chứng minh $HK \parallel IJ$.

ii) Biết $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$, tính diện tích tam giác IHJ theo R.

-HẾT-

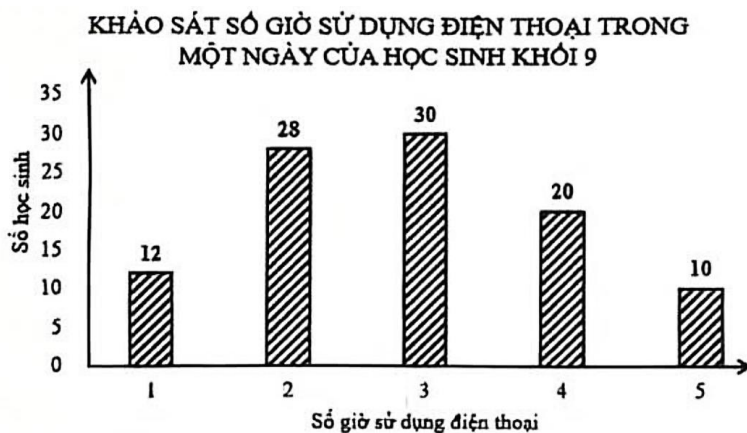
Bài 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) .

- Vẽ (P) .
- Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng 6.

Bài 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$.

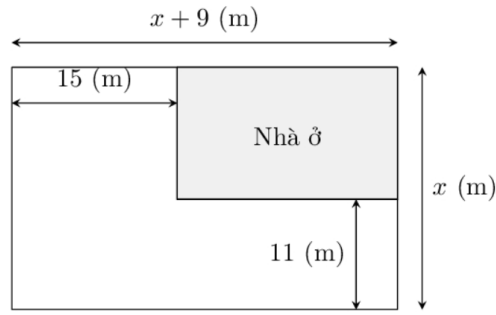
- Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$.

Bài 3 (1,5 điểm). Kết quả khảo sát đối với một số bạn học sinh khối 9 về số giờ sử dụng điện thoại trong một ngày được thể hiện qua biểu đồ dưới đây.



- Tính số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát.
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố A : “Học sinh được chọn có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày”.
- Nhà trường khuyến cáo học sinh không nên sử dụng điện thoại nhiều hơn 3 giờ một ngày. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố B : “Học sinh được chọn đã thực hiện đúng khuyến cáo của nhà trường”.

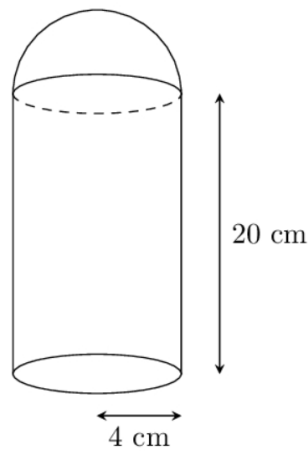
Bài 4 (1,0 điểm). Bác Năm có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều rộng x (m), ($x > 11$) và chiều dài hơn chiều rộng 9 (m). Bác Năm dùng một phần đất hình chữ nhật để làm nhà ở như hình vẽ.



a) Viết biểu thức thu gọn biểu diễn diện tích phần làm nhà ở theo x .

b) Tìm chiều dài, chiều rộng của mảnh đất, biết diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở.

Bài 5 (1,0 điểm). Một bình inox có cấu tạo gồm hai phần: phần thân có dạng hình trụ có chiều cao 20 cm và bán kính đáy là 4 cm, phần nắp có dạng nửa hình cầu có đường kính bằng với đường kính đáy của phần thân.



a) Tính thể tích không gian bên trong của cái bình trên nếu bỏ qua độ dày của vỏ bình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^3).

b) Nhà sản xuất muốn phủ một lớp sơn tĩnh điện lên mặt ngoài của vỏ bình (gồm phần thân, phần nắp và đáy bình), giả sử chi phí sơn là 210 000 đồng/ m^2 . Tính chi phí để sơn một cái bình inox (làm tròn kết quả đến nghìn đồng).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$, diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi R h$ với R là bán kính đáy và h là chiều cao hình trụ. Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính. Lấy $\pi = 3,14$.

Bài 6 (1,0 điểm). Hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong một số ngày.

Nếu đội A làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội B làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 6 ngày. Nếu đội

B làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội A làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 4 ngày. Hỏi hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc này trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất của hai đội A và B là không đổi).

Bài 7 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ ($AB \neq AC$) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AKC$ và $AF \cdot AK = AH \cdot AC$.

c) Gọi I là giao điểm của EF và AH , J là giao điểm của AK và BC .

i) Chứng minh $HK \parallel IJ$.

ii) Biết $BAC = 60^\circ$, $ACB = 45^\circ$, tính diện tích tam giác IHJ theo R .

--- HẾT ---

Bài 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) .

a) Vẽ (P) .

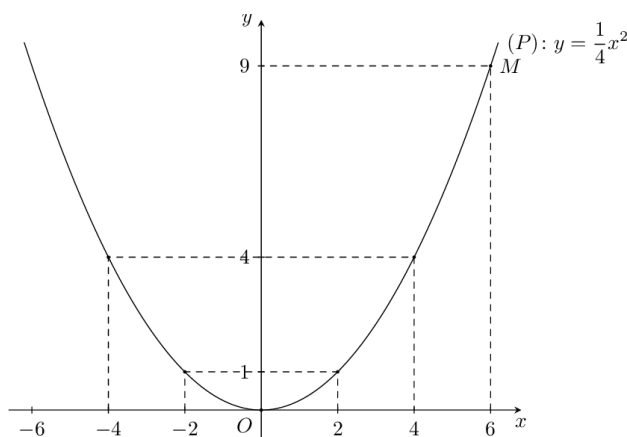
b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng 6.

Hướng dẫn giải

a) Bảng giá trị:

	-2	-2	0	1	2
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Vì M thuộc (P) và có hoành độ bằng 6 nên $y_M = \frac{1}{4} \cdot 6^2 = 9$.

Vậy $M(6; 9)$.

Bài 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $a = 2$, $b = -3$, $c = -4$.

Vì $ac = 2 \cdot (-4) = -8 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Theo định lí Viète, ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -2. \end{cases}$$

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2.$

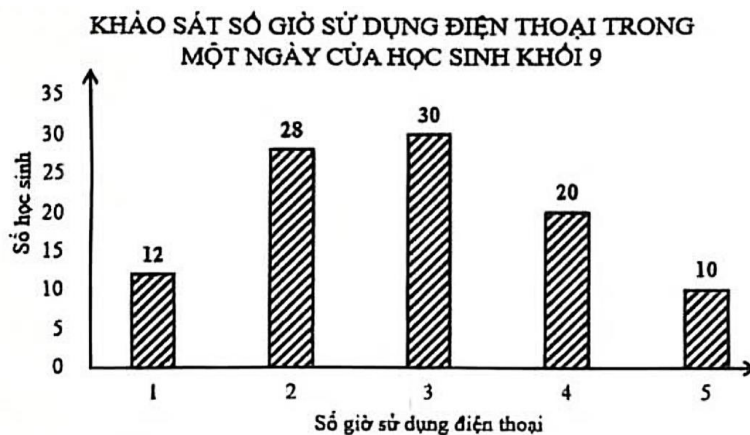
$$= x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 7.$$

Vậy $A = 7$.

Bài 3 (1,5 điểm). Kết quả khảo sát đối với một số bạn học sinh khối 9 về số giờ sử dụng điện thoại trong một ngày được thể hiện qua biểu đồ dưới đây.



a) Tính số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát.

b) Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố A : “Học sinh được chọn có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày”.

c) Nhà trường khuyến cáo học sinh không nên sử dụng điện thoại nhiều hơn 3 giờ một ngày. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố B : “Học sinh được chọn đã thực hiện đúng khuyến cáo của nhà trường”.

Hướng dẫn giải

a) Số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát là

$$12 + 28 + 30 + 20 + 10 = 100 \text{ (học sinh).}$$

b) Có 30 học sinh sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày.

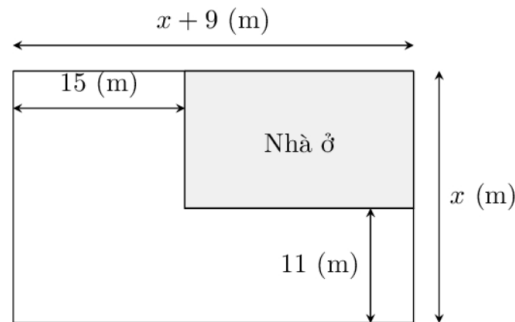
Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}.$

c) Thực hiện đúng khuyến cáo là sử dụng điện thoại không quá 3 giờ một ngày.

Số học sinh thực hiện đúng khuyến cáo là: $12 + 28 + 30 = 70$ (học sinh).

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$.

Bài 4 (1,0 điểm). Bác Năm có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều rộng x (m), ($x > 11$) và chiều dài hơn chiều rộng 9 (m). Bác Năm dùng một phần đất hình chữ nhật để làm nhà ở như hình vẽ.



a) Viết biểu thức thu gọn biểu diễn diện tích phần làm nhà ở theo x .

b) Tìm chiều dài, chiều rộng của mảnh đất, biết diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở.

Hướng dẫn giải

a) Chiều dài phần làm nhà ở là $x + 9 - 15 = x - 6$ (m).

Chiều rộng phần làm nhà ở là $x - 11$ (m).

Diện tích phần làm nhà ở là: $(x - 6)(x - 11) = x^2 - 17x + 66$ (m²).

b) Diện tích mảnh đất là: $x(x + 9)$ (m²).

Theo đề bài, ta có phương trình $x(x + 9) = 8(x - 6)(x - 11)$

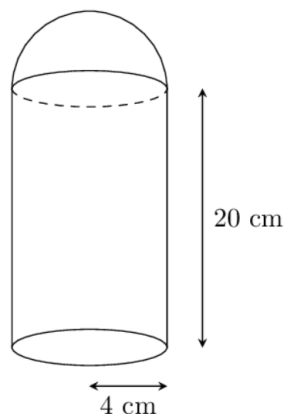
$$x^2 + 9x = 8x^2 - 136x + 528$$

$$7x^2 - 145x + 528 = 0$$

Giải phương trình ta có nghiệm $x = 16$ (TMĐK) hoặc $x = \frac{33}{7}$ (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất là 16 m, chiều dài mảnh đất là $16 + 9 = 25$ (m).

Bài 5 (1,0 điểm). Một bình inox có cấu tạo gồm hai phần: phần thân có dạng hình trụ có chiều cao 20 cm và bán kính đáy là 4 cm, phần nắp có dạng nửa hình cầu có đường kính bằng với đường kính đáy của phần thân.



a) Tính thể tích không gian bên trong của cái bình trên nếu bỏ qua độ dày của vỏ bình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^3).

b) Nhà sản xuất muốn phủ một lớp sơn tĩnh điện lên mặt ngoài của vỏ bình (gồm phần thân, phần nắp và đáy bình), giả sử chi phí sơn là $210\,000$ đồng/ m^2 . Tính chi phí để sơn một cái bình inox (làm tròn kết quả đến nghìn đồng).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$, diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi R h$ với R là bán kính đáy và h là chiều cao hình trụ. Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ với R là bán kính. Lấy $\pi = 3,14$.

Hướng dẫn giải

a) Thể tích phần thân hình trụ là: $V_1 = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 20 = 1004,8 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích phần nắp là nửa hình cầu bán kính 4 cm nên $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 4^3 = \frac{401,92}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích không gian bên trong của bình là: $V = V_1 + V_2 \approx 1138,77 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Vậy thể tích cần tìm khoảng 1139 cm^3 .

b) Diện tích xung quanh phần thân là: $S_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 20 = 502,4 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích phần nắp là: $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = 100,48 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích đáy bình là: $S_3 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích cần sơn là:

$$S = 502,4 + 100,48 + 50,24 = 653,12 \text{ (cm}^2\text{)} = 0,065312 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chi phí sơn một cái bình là: $0,065312 \cdot 210\,000 = 13\,715,52$ (đồng).

Làm tròn đến nghìn đồng, chi phí cần tìm là $14\,000$ đồng.

Bài 6 (1,0 điểm). Hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong một số ngày.

Nếu đội A làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội B làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 6 ngày. Nếu đội

B làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội A làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 4 ngày. Hỏi hai đội A

và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc này trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất của hai đội A và B là không đổi).

Lời giải.

Gọi x, y (ngày) lần lượt là thời gian đội A , đội B làm riêng xong công việc ($x > 0, y > 0$).

Thời gian hai đội cùng làm xong công việc là $\frac{xy}{x+y}$ (ngày).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{2y}{3} = \frac{xy}{x+y} + 6 \\ \frac{2x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{xy}{x+y} + 4. \end{cases}$$

Lấy phương trình thứ nhất trừ phương trình thứ hai, ta được $\frac{y-x}{3} = 2$ suy ra $y = x + 6$.

Thay vào phương trình thứ nhất, ta được

$$\frac{x}{3} + \frac{2(x+6)}{3} = \frac{x(x+6)}{2x+6} + 6$$

$$x + 2x + 12 = \frac{3x(x+6)}{2x+6} + 18$$

$$3x - 6 = \frac{3x(x+6)}{2x+6}$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = 6 \text{ (TMDK) hoặc } x = -2 \text{ (loại)}.$$

Với $x = 6$ suy ra $y = 12$.

Thời gian hai đội dự kiến cùng làm xong công việc là: $\frac{xy}{x+y} = \frac{6 \cdot 12}{6+12} = 4$ (ngày).

Vậy thời gian hai đội dự kiến cùng làm xong công việc là 4 ngày.

Bài 7 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ ($AB \neq AC$) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

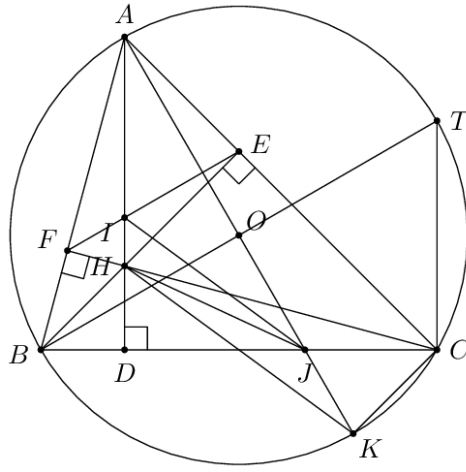
b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng $\triangle AKC$ và $AF \cdot AK = AH \cdot AC$.

c) Gọi I là giao điểm của EF và AH , J là giao điểm của AK và BC .

i) Chứng minh $HK \parallel IJ$.

ii) Biết $BAC = 60^\circ$, $ACB = 45^\circ$, tính diện tích tam giác IHK theo R .

Hướng dẫn giải



a) Ta có các $\triangle BFC$ và $\triangle BEC$ lần lượt vuông tại F và E nên $\triangle BFC$ và $\triangle BEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC .

Suy ra 4 điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

Vậy tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Vì $AD \perp BC$ nên $\angle ADB = 90^\circ$.

Vì AK là đường kính của (O) nên $\angle ACK = 90^\circ$.

Lại có $\angle ABD = \angle ABC = \angle AKC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (g.g).

Ta có $\angle AFH = 90^\circ$ và $\angle ACK = 90^\circ$.

Mặt khác, $\angle FAH = \angle CAK$ nên $\triangle AFH \sim \triangle ACK$ (g.g).

Suy ra $\frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AK}$.

Do đó $AF \cdot AK = AH \cdot AC$.

c) Từ $\angle FAI = \angle JAC$ (cmt) và $\angle AFI = \angle ACJ$ (tứ giác $BFEC$ nội tiếp).

Suy ra $\triangle AIF \sim \triangle AJC$ (g.g).

Suy ra $\frac{AI}{AJ} = \frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AK}$ hay $\frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK}$.

Áp dụng định lý Thalès đảo suy ra $HK \parallel IJ$.

Áp dụng định lý tổng ba góc trong $\triangle ABC$ tính được $\angle ABC = 75^\circ$ suy ra $\angle AKC = 75^\circ$.

Ta có $\angle JCK = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

Suy ra $\angle AJD = \angle CJK = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$.

Ta có $AC = \sin 75^\circ \cdot 2R = R \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle ADC$ vuông cân tại D nên $AD = AC : \sqrt{2} = R \cdot \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Ta có $AJ = AD : \sin AJD = R \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3}$; $JD = AJ \cdot \cos 60^\circ = R \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{6}$.

Kẻ đường kính BT của (O) ta có $BC = 2R \cdot \sin 60^\circ = R\sqrt{3}$.

Ta có $\triangle FAH \sim \triangle FCB$ (g.g) nên $\frac{FA}{FC} = \frac{AH}{BC}$ suy ra $AH = R\sqrt{3} \cdot \cot 60^\circ = R$.

Ta có $\frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK}$ nên $\frac{AI}{AH} = \frac{R \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3}}{2R} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $\frac{S_{AIJ}}{S_{AHJ}} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$ hay $S_{AIJ} = S_{AHJ} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot JD \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot R \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $\frac{3+\sqrt{3}}{6} = R^2 \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{12}$.

Do đó $S_{IHJ} = S_{AHJ} - S_{AIJ} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot R \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{6} - R^2 \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{12} = \frac{R^2}{12}$.

Vậy diện tích tam giác IHJ bằng $\frac{R^2}{12}$.

--- HẾT ---