

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026 – 2027**

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x+3\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- 1) Rút gọn biểu thức A .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = 3$.

Bài 2. (3,0 điểm)

1) Bác An đi chợ mua trứng vịt muối hết 120 nghìn đồng. Người bán thấy trứng nhỏ nên đã chủ động cho thêm 4 quả trứng vịt muối. Do đó giá mỗi quả trứng đã giảm đi 1 nghìn đồng. Tìm số trứng vịt muối ban đầu bác An mua.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 4(x - y) \\ \sqrt{x-2} - \sqrt{3y-x+3} = 1-x \end{cases}$$

Bài 3. (3,0 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m^2 + 1$ (m là tham số).

- 1) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- 2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1^2 + x_2 = 11$.

Bài 4. (2,0 điểm) Trong hộp gồm 100 lá thăm kích thước như nhau được đánh số từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên một lá thăm trong hộp. Gọi A và B là hai biến cố thỏa A : “Số ghi trên lá thăm chia hết cho 3” và B : “Số ghi trên lá thăm vừa chia hết cho 3 vừa chia cho 5 dư 1”.

- 1) Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A .
- 2) Tính xác suất biến cố B .

Bài 5. (2,0 điểm) Cho n là số nguyên dương và phương trình nghiệm nguyên $(2x - y)(x + y) = n$.

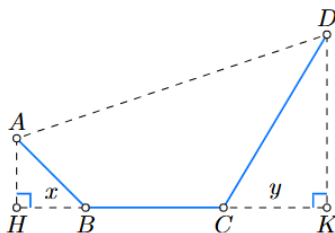
- 1) Giải phương trình với $n = 5$.
- 2) Tìm số nghiệm nguyên của phương trình khi $n = 630$.

Bài 6. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt đường tròn (O) tại E, F (điểm F thuộc cung nhỏ BC). Gọi D là giao điểm của BC và AF .

- 1) Chứng minh rằng $FB^2 = FD \cdot FA$.
- 2) Đường tròn tâm F bán kính FB cắt AF tại I . Gọi H (khác E) là giao điểm của EI và (O) , T là giao điểm của FH và BC . Chứng minh rằng $FBH = FTB$.
- 3) Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, T cùng thuộc một đường tròn và $TIF = 90^\circ$.

Bài 7. (2,0 điểm) Một khu đất hình thang $AHKD$ có $H = K = 90^\circ$, $AH = 1$ km, $DK = 2,4$ km và $HK = 4,8$ km. Người ta dự định thiết lập một đường bay cho drone như sau: xuất phát từ điểm A bay theo đường gấp khúc $ABCD$ để đến D . Trong đó B và C là hai điểm thay đổi thuộc đoạn thẳng HK . Do địa hình phức tạp, vận tốc bay của drone trên các đoạn thẳng AB, CD và BC lần lượt là 30 km/h, 40 km/h và 50 km/h.

- 1) Đặt $HB = x$, $CK = y$. Hãy thiết lập công thức tính thời gian bay từ A đến D của drone theo x, y .
- 2) Tìm thời gian bay nhanh nhất của drone.



-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026 – 2027**

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x+3\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Rút gọn biểu thức A .

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = 3$.

Hướng dẫn giải

1) Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$, ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x+3\sqrt{x}-10+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)-(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}-10+x-\sqrt{x}-2-x+\sqrt{x}+12}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}. \end{aligned}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 4$ thì $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

2) Với điều kiện đã nêu, $A = 3$ khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} &= 3 \\ 3(\sqrt{x}-2) &= \sqrt{x} \\ 3\sqrt{x}-6 &= \sqrt{x} \\ 2\sqrt{x} &= 6 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

Giá trị $x = 9$ thỏa mãn điều kiện nên là giá trị duy nhất.

Bài 2. (3,0 điểm)

1) Bác An đi chợ mua trứng vịt muối hết 120 nghìn đồng. Người bán thấy trứng nhỏ nên đã chủ động cho thêm 4 quả trứng vịt muối. Do đó giá mỗi quả trứng đã giảm đi 1 nghìn đồng. Tìm số trứng vịt muối ban đầu bác An mua.

$$2) \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 4(x - y) \\ \sqrt{x-2} - \sqrt{3y-x+3} = 1-x \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

1) Gọi số trứng vịt muối ban đầu là x (trứng), với x là số tự nhiên.

Ta có bảng sau:

Thời điểm	Số quả trứng	Tổng số tiền (nghìn đồng)	Giá mỗi quả trứng (nghìn đồng/trứng)
Trước khi được cho	x	120	$\frac{120}{x}$
Sau khi được cho	$x + 4$	120	$\frac{120}{x + 4}$

Theo dữ kiện bài toán, giá mỗi quả giảm 1 nghìn đồng, ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} = \frac{120}{x+4} + 1.$$

Giải phương trình ta được hai nghiệm là $x = -24$ (loại) và $x = 20$ (thỏa mãn).

Vậy số trứng vịt muối ban đầu bác An mua là 20 quả.

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 4(x - y) & (1) \\ \sqrt{x-2} - \sqrt{3y-x+3} = 1-x & (2) \end{cases}$$

Điều kiện xác định của hệ phương trình là $x \geq 2$ và $3y \geq x - 3$.

Từ phương trình (1):

$$3x^2 - 2xy - y^2 = 4(x - y)$$

$$(x - y)(3x + y) = 4(x - y)$$

$$(x-y)(3x+y-4)=0$$

$$x-y=0$$

$$x=y.$$

$$(V\grave{i} v\acute{o}i \text{ \textit{điều kiện xác định}}, y+3x-4 \geq \frac{x-3}{3}+3x-4 = \frac{10x-15}{3} \geq \frac{10 \cdot 2-15}{3} = \frac{5}{3} > 0)$$

Thay $y=x$ vào phương trình (2), ta được:

$$\sqrt{x-2}-\sqrt{2x+3}=1-x$$

$$\sqrt{2x-3}-3-\sqrt{x-2}+1=x-3$$

$$(x-3)\left(\frac{2}{\sqrt{2x+3}+3}-\frac{1}{\sqrt{x-2}+1}-1\right)=0$$

$$\text{V\acute{o}i } x \geq 2 \text{ thì } \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3} \leq \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2+3}+3} < \frac{2}{3+3} < 1; \frac{1}{\sqrt{x-2}+1}+1 > 1$$

$$\text{Do đó } \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3}-\frac{1}{\sqrt{x-2}+1}-1 < 0$$

Như vậy phương trình tương đương với $x-3=0$ suy ra $x=3$.

Thử lại ta thấy $(x;y)=(3;3)$ thỏa mãn điều kiện xác định nên là nghiệm duy nhất.

Bài 3. (3,0 điểm) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=x+m^2+1$ (m là tham số).

1) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1^2+x_2=11$.

Hướng dẫn giải

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2=x+m^2+1 \text{ hay } x^2-x-(m^2+1)=0.$$

Phương trình có $a \cdot c = 1 \cdot [-(m^2+1)] = -m^2-1 < 0$ với mọi m .

Do a, c trái dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Vì x_1 là hoành độ giao điểm nên x_1 thỏa mãn pt: $x_1^2=x_1+m^2+1$.

Theo định lý Viète, ta có $x_1 + x_2 = 1$.

Yêu cầu bài toán:

$$x_2 + x_1^2 = 11$$

$$x_2 + x_1 + m^2 + 1 = 11$$

$$1 + m^2 + 1 = 11$$

$$m^2 = 9$$

$$m = 3 \text{ hoặc}$$

$$m = -3.$$

Bài 4. (2,0 điểm) Trong hộp gồm 100 lá thăm kích thước như nhau được đánh số từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên một lá thăm trong hộp. Gọi A và B là hai biến cố thỏa A : “Số ghi trên lá thăm chia hết cho 3” và B : “Số ghi trên lá thăm vừa chia hết cho 3 vừa chia cho 5 dư 1”.

1) Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A .

2) Tính xác suất biến cố B .

Hướng dẫn giải

1) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A (số chia hết cho 3 từ 1 đến 100) là: 33 số.

2) Một số nguyên chia hết cho 3 và chia 5 dư 1 khi và chỉ khi nó có dạng $15k + 6$ với k là số tự nhiên.

Các số thỏa mãn trong phạm vi từ 1 đến 100 là: 6, 21, 36, 51, 66, 81, 96. Có tất cả 7 số.

Xác suất biến cố B là: $\frac{7}{100}$.

Bài 5. (2,0 điểm) Cho n là số nguyên dương và phương trình nghiệm nguyên $(2x - y)(x + y) = n$.

1) Giải phương trình với $n = 5$.

2) Tìm số nghiệm nguyên của phương trình khi $n = 630$.

Hướng dẫn giải

1) Với $n = 5$, ta có phương trình $(2x - y)(x + y) = 5$.

Vì $5 = 1 \cdot 5 = (-1) \cdot (-5)$, ta có 4 hệ phương trình:

$$\bullet \text{ TH1: } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ ta giải được } x = 2; y = -1$$

• TH2: $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$ ta giải được $x = 2; y = 3$

• TH3: $\begin{cases} 2x - y = -5 \\ x + y = -1 \end{cases}$ ta giải được $x = -2; y = 1$

• TH4: $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = -5 \end{cases}$ ta giải được $x = -2; y = -3$.

Vậy có 4 cặp nghiệm nguyên: $(2; -1), (2; 3), (-2; 1), (-2; -3)$.

2) Với $n = 630$, xét $(2x - y)(x + y) = u \cdot v = 630$ (với $u = 2x - y, v = x + y$).

Ta có: $u + v = 3x$ nên $3 \mid (u + v)$.

Vì $3 \mid 630$, nên trong hai số u, v phải có số chia hết cho 3. Mà $3 \mid (u + v)$ nên cả u và v đều phải chia hết cho 3.

Lại có $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$. Do đó $u = 3u', v = 3v'$ với $u'v' = \frac{630}{9} = 70$.

Số $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ có $(1+1)(1+1)(1+1) = 8$ ước dương. Tương ứng có 8 cặp (u, v) dương và 8 cặp âm.

Tổng số cặp số tốt thỏa mãn là $8 + 8 = 16$. Vậy phương trình có 16 nghiệm nguyên.

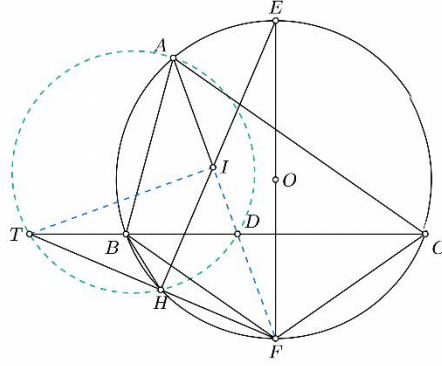
Bài 6. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt đường tròn (O) tại E, F (điểm F thuộc cung nhỏ BC). Gọi D là giao điểm của BC và AF .

1) Chứng minh rằng $FB^2 = FD \cdot FA$.

2) Đường tròn tâm F bán kính FB cắt AF tại I . Gọi H (khác E) là giao điểm của EI và (O) , T là giao điểm của FH và BC . Chứng minh rằng $FBH = FTB$.

3) Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, T cùng thuộc một đường tròn và $\angle TIF = 90^\circ$.

Hướng dẫn giải



1) Đường trung trực của BC đi qua tâm O nên EF là đường kính của (O) , suy ra $sđBE = sđCE$; $sđBF = sđCF$.

ΔFBD và ΔFAB có góc BFA chung và $FBC = FAC = FAB$ (chắn các cung bằng nhau).

Nên $\Delta FBD \sim \Delta FAB$ (g.g). Suy ra $\frac{FB}{FA} = \frac{FD}{FB}$ nên $FB^2 = FD \cdot FA$.

2) Áp dụng định lí góc ngoài tam giác cho ΔTBF :

$$FTC = BCF - BFH = \frac{1}{2}(sđCF - sđBH) = \frac{1}{2}(sđBF - sđBH) = \frac{1}{2}sđHF = FBH.$$

a) ΔFBH và ΔFTB có chung góc TFB và $FBH = FTB$

Do đó $\Delta FBH \sim \Delta FTB$ (g.g). Suy ra $\frac{FB}{FT} = \frac{FH}{FB}$ nên $FB^2 = FH \cdot FT$.

Mà $FB^2 = FD \cdot FA$, suy ra $FH \cdot FT = FD \cdot FA$ nên $\frac{FH}{FA} = \frac{FD}{FT}$.

Nên $\Delta FHD \sim \Delta FAT$ (c.g.c), suy ra $FDH = FTA$.

Từ đó ta có tứ giác $TADH$ nội tiếp đường tròn.

b) Vì $FI^2 = FB^2 = FH \cdot FT$ nên $\frac{FI}{FT} = \frac{FH}{FI}$.

Xét ΔFHI và ΔFIT có góc TFI chung, tỉ số cạnh kề bằng nhau nên $\Delta FHI \sim \Delta FIT$ (c.g.c).

Suy ra $FIT = FHI$.

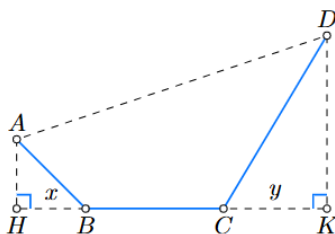
Mặt khác, do EF là đường kính của (O) nên $FHE = 90^\circ$ suy ra $FHI = 90^\circ$.

Vậy $FIT = 90^\circ$.

Bài 7. (2,0 điểm) Một khu đất hình thang $AHKD$ có $H = K = 90^\circ$, $AH = 1$ km, $DK = 2,4$ km và $HK = 4,8$ km. Người ta dự định thiết lập một đường bay cho drone như sau: xuất phát từ điểm A bay theo đường gấp khúc $ABCD$ để đến D . Trong đó B và C là hai điểm thay đổi thuộc đoạn thẳng HK . Do địa hình phức tạp, vận tốc bay của drone trên các đoạn thẳng AB, CD và BC lần lượt là 30 km/h, 40 km/h và 50 km/h.

1) Đặt $HB = x$, $CK = y$. Hãy thiết lập công thức tính thời gian bay từ A đến D của drone theo x, y .

2) Tìm thời gian bay nhanh nhất của drone.



Hướng dẫn giải

1) Theo định lý Pythagore, $AB = \sqrt{1+x^2}$ và $CD = \sqrt{2,4^2+y^2}$.

Đoạn $BC = 4,8 - x - y$.

Công thức tính thời gian bay T từ A đến D là:

$$T = \frac{\sqrt{1+x^2}}{30} + \frac{\sqrt{2,4^2+y^2}}{40} + \frac{4,8-x-y}{50} \text{ (giờ)}.$$

2) Biến đổi biểu thức T :

$$\begin{aligned} T &= \frac{4,8}{50} + \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{30} - \frac{x}{50} \right) + \left(\frac{\sqrt{2,4^2+y^2}}{40} - \frac{y}{50} \right) \\ &= \frac{12}{125} + \frac{1}{150} (5\sqrt{1+x^2} - 3x) + \frac{1}{200} (5\sqrt{2,4^2+y^2} - 4y) \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, với $x > 0, y > 0$:

$$5\sqrt{1+x^2} = \sqrt{(4^2+3^2)(1+x^2)} \geq |4 \cdot 1 + 3 \cdot x| = 4 + 3x. \text{ Suy ra } 5\sqrt{1+x^2} - 3x \geq 4$$

$$5\sqrt{2,4^2+y^2} = \sqrt{(3^2+4^2)(2,4^2+y^2)} \geq |3 \cdot 2,4 + 4 \cdot y| = 7,2 + 4y. \text{ Suy ra}$$

$$5\sqrt{2,4^2+y^2} - 4y \geq 7,2 = \frac{36}{5}.$$

Do đó: $T \geq \frac{12}{125} + \frac{1}{150} \cdot 4 + \frac{1}{200} \cdot \frac{36}{5} = \frac{119}{750}$ (giờ).

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{4} = \frac{x}{3} \\ \frac{2,4}{3} = \frac{y}{4} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{9,6}{3} = \frac{16}{5} \end{cases}$.

Vậy thời gian bay nhanh nhất của drone là $\frac{119}{750}$ giờ (hay 9 phút 31,2 giây).

-----HẾT-----