

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: **Mã đề: 2101**

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án trả lời.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $M'(-1; 2; -3)$. B. $M'(1; -2; 0)$. C. $M'(-1; 2; 3)$. D. $M'(1; -2; -3)$.

Câu 2. Khảo sát thời gian tự học trong một ngày (đơn vị tính bằng giờ) của 40 học sinh, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	5	12	15	6	2

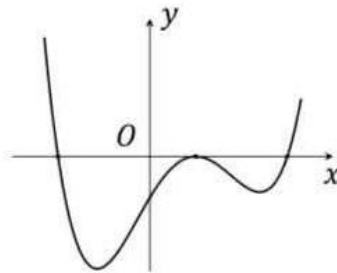
Trung vị của mẫu số liệu trên bằng

- A. 4,8. B. 4,5. C. 4,4. D. 4,2.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} \geq \frac{1}{4}$ là

- A. $[-1; 2]$. B. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-1; 2)$. D. $[-2; 1]$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 5, có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong có đúng ba điểm chung với trục hoành như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA'}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{B'D} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'D} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{B'D} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'D} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 6. Cho hàm số $F(x)$ thỏa mãn $\int xe^{2x} dx = F(x) + C$. Giá trị của biểu thức $P = F''(1) - 2F'(1)$ bằng

- A. 0. B. e^2 . C. $2e^2$. D. $3e^2$.

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC như hình vẽ dưới đây. Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, BC, A]$ là góc nào dưới đây?

- A. $\widehat{SAB}$. B. $\widehat{SBM}$. C. $\widehat{SMA}$. D. $\widehat{SCA}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -5. B. -48. C. 48. D. -96.

Câu 9. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.

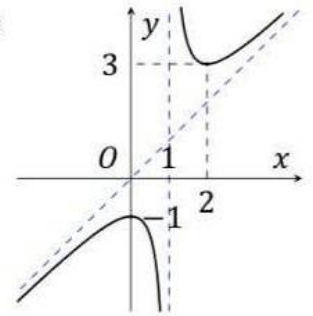
Hỏi hàm số đó là hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{-x^2 + x - 1}{x - 1}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 5 = 0$ có phương trình chính tắc là

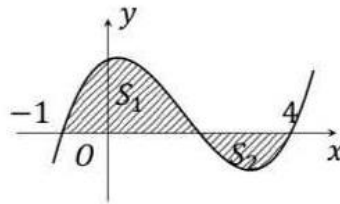
A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 11. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và trục hoành như hình vẽ dưới đây.



Tích phân $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng

- A. $S_1 - S_2$. B. $S_1 + S_2$. C. $-S_1 - S_2$. D. $-S_1 + S_2$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x} + \tan x$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một dịch vụ truyền hình trực tuyến tại Việt Nam cung cấp 3 gói đăng ký dịch vụ bao gồm gói “Cơ bản”, gói “Tiêu chuẩn” và gói “Cao cấp”. Những người sử dụng dịch vụ thông qua việc đóng phí hằng tháng được gọi là thuê bao. Mỗi thuê bao chỉ được chọn một trong ba gói dịch vụ trên. Theo thống kê của hệ thống: có 70% số thuê bao là người từ 40 tuổi trở xuống. Trong số những thuê bao từ 40 tuổi trở xuống, có 20% người chọn gói Cơ bản, 30% người chọn gói Tiêu chuẩn và 50% người chọn gói Cao cấp. Trong số những thuê bao trên 40 tuổi, có 40% người chọn gói Cơ bản, 40% người chọn gói Tiêu chuẩn và 20% người chọn gói Cao cấp.

- a) Nếu chọn ngẫu nhiên một thuê bao và biết người đó đăng ký gói Cao cấp, xác suất để thuê bao đó trên 40 tuổi lớn hơn 15%.

- b) Cần chọn ngẫu nhiên ít nhất 12 thuê bao để xác suất có ít nhất một người trên 40 tuổi lớn hơn 99%.
- c) Xác suất để chọn ngẫu nhiên một thuê bao là người từ 40 tuổi trở xuống và có đăng ký gói Cao cấp bằng 0,35.
- d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên một thuê bao là người trên 40 tuổi bằng 0,3.

Câu 2. Đang có một buổi triển lãm hàng không tại sân bay thể thao. Xét trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (với mặt phẳng Oxy là mặt đất, đơn vị đo chiều dài là mét), một khinh khí cầu được thả ra tại điểm $B(280; 600; 0)$. Khinh khí cầu bay lên theo phương thẳng đứng (cùng hướng với trục Oz) với vận tốc 5 m/s, trời không có gió. Cùng lúc đó, một chiếc máy bay đang ở điểm $F(0; -1350; 650)$ bay với vận tốc 40 m/s dọc theo một đường thẳng song song với trục Oy , theo chiều dương của trục Oy . Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa khinh khí cầu và máy bay phải luôn là 500 m. Gọi t (giây) là thời gian kể từ lúc khinh khí cầu bắt đầu được thả lên.

- a) Khoảng cách ngắn nhất giữa hai phương tiện bay xấp xỉ 490,81 m.
- b) Thời điểm đầu tiên khoảng cách an toàn bị vi phạm (nhỏ hơn mức quy định 500 m) là đúng tại giây thứ 50.
- c) Tại thời điểm $t = 20$ giây, khoảng cách giữa hai phương tiện bay là 1300 m.
- d) Tại thời điểm t (giây), tọa độ của chiếc máy bay là $F_t(0; -1350 + 40t; 650)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = e^x(\sin x - \cos x)$

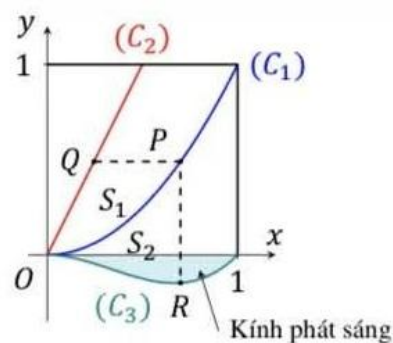
- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; \pi]$ bằng e^π .
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 2e^x \sin x$.
- c) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
- d) Các nghiệm của phương trình $y' = 0$ là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Trung bình mỗi người trưởng thành ở Việt Nam tiêu thụ khoảng 200 mg caffeine mỗi ngày. Sau khi uống, caffeine đi vào máu và được cơ thể phân giải theo thời gian. Diễn biến lượng caffeine trong máu sau khi uống được mô tả bởi hàm số mũ cơ số e có dạng $f(t) = A \cdot e^{k \cdot t}$, trong đó A là lượng caffeine ban đầu (tính bằng mg), t là thời gian kể từ lúc uống (tính bằng giờ), và k là hằng số phân giải. Một người uống một tách cà phê chứa 120 mg caffeine. Biết rằng cứ sau khoảng 3 giờ thì lượng caffeine trong cơ thể người này lại giảm đi một nửa.

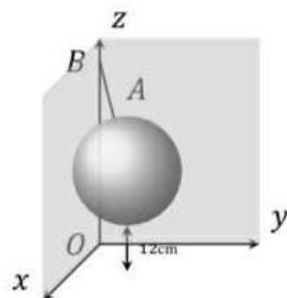
- a) Hàm số mô tả lượng caffeine trong máu của người đó sau t giờ có phương trình $f(t) = 120 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{3} \cdot t}$.
- b) Sau 6 giờ kể từ lúc uống, lượng caffeine còn lại trong máu người đó là 40 mg.
- c) Kể từ lúc uống, thời gian để lượng caffeine trong máu phân giải hết $\frac{7}{8}$ lượng ban đầu là 9 giờ.
- d) Một thanh niên uống một lon nước tăng lực chứa 160 mg caffeine có cùng chu kỳ bán rã như trên. Biết rằng để không bị mất ngủ, lượng caffeine trong cơ thể không được vượt quá 20 mg. Nếu thanh niên này dự định đi ngủ lúc 22 giờ thì thời điểm muộn nhất có thể uống lon nước tăng lực đó là lúc 14 giờ cùng ngày.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một logo được thiết kế trên hệ trục tọa độ Oxy (với đơn vị trên các trục là mét) gồm các đường $(C_1): y = x^2$, $(C_2): y = 2x$ và $(C_3): y = f(x)$. Lấy điểm $P(\alpha; \alpha^2)$ thuộc (C_1) với $\alpha \in [0; 1]$. Đường thẳng qua P song song với trục hoành cắt (C_2) tại Q và đường thẳng qua P song song với trục tung cắt (C_3) tại R . Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_2) , PQ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_3) , PR . Biết yêu cầu thiết kế là $S_1 = S_2$ với mọi $\alpha \in [0; 1]$. Phần hình phẳng giới hạn bởi (C_3) và trục hoành được lắp kính phát sáng. Biết chi phí loại kính này là 12 triệu đồng/m². Tổng chi phí thi công phần kính phát sáng là bao nhiêu triệu đồng?



Câu 2. Một quả bóng hình cầu có bán kính r đang được treo trong một góc của tường nhà. Một điểm B cố định nằm trên mép hai bờ tường và cách mặt đất 56 cm, sợi dây treo quả bóng có độ dài $AB = 20$ cm và dây cũng là độ dài ngắn nhất nối điểm B với mặt xung quanh của quả bóng. Biết rằng quả bóng tiếp xúc với hai bên bờ tường và điểm thấp nhất của quả bóng cách mặt đất 12 cm. Hỏi quả bóng có đường kính là bao nhiêu cm?



Câu 3. Chi phí đầu tư ban đầu để xây dựng một nhà máy sản xuất xe máy điện là 840 tỷ đồng. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng: lượng cầu đối với dòng xe này phụ thuộc vào giá bán theo hàm số $x = 100 - 2p$; trong đó p (triệu đồng) là giá niêm yết của mỗi chiếc xe và x (nghìn chiếc) là số lượng xe bán ra trong một năm. Chi phí để sản xuất x nghìn chiếc xe trong một năm (không bao gồm vốn đầu tư xây dựng nhà máy) được cho bởi hàm số $C(x) = 0,5x^2 + 10x + 50$ (tỷ đồng). Biết rằng nhà máy phải đóng thuế thu nhập doanh nghiệp là 20% trên lợi nhuận hàng năm (doanh thu trừ đi chi phí sản xuất).

Giả sử nhà máy luôn định giá p sao cho lợi nhuận sau thuế đạt mức cao nhất. Hỏi với chiến lược giá tối ưu đó, nhà máy sẽ thu hồi được toàn bộ vốn đầu tư ban đầu sau bao nhiêu năm hoạt động?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên SAB và SAC là các tam giác đều cạnh bằng $3\sqrt{2}$, góc $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

Câu 5. Có 3 chiếc hộp trống được ký hiệu là A , B và C . Người ta thực hiện một phép thử như sau: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất, gọi k là số chấm xuất hiện. Mỗi lần gieo, người ta lấy đúng 2 quả bóng để cho vào các hộp theo quy tắc: nếu $k \leq 2$ thì cho cả 2 quả bóng vào hộp A ; nếu $3 \leq k \leq 5$ thì cho 1 quả bóng vào hộp A và 1 quả bóng vào hộp B ; nếu $k = 6$ thì cho 1 quả bóng vào hộp B và 1 quả bóng vào hộp C . Thực hiện lặp lại phép thử trên 2 lần. Biết rằng sau 2 lần gieo, số bóng có trong hộp A là một số chẵn. Tính xác suất để số bóng trong hộp B nhiều hơn số bóng trong hộp C .

Câu 6. Một chậu nước có lòng chậu là hình nón cụt, đáy nhỏ bán kính 2 dm, miệng chậu bán kính 4 dm, chiều cao lòng chậu 4 dm. Trong chậu có sẵn một viên bi sắt đường kính 4 dm đặt ở đáy. Người ta đổ nước vào chậu với lưu lượng không đổi 1,5 dm³/s. Hỏi tại thời điểm mực nước đạt độ cao bằng $\frac{3}{4}$ đường kính viên bi, tốc độ tăng chiều cao mực nước là bao nhiêu (dm/s)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

— Hết —