

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 4 trang)

Mã đề thi 9101

Họ và tên thí sinh: SBD: Lớp:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9$,

$F(2) = 5$. Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 14. B. -4. C. 45. D. 4.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

- A. $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.
C. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bảng dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$								
	$-\infty$		$\nearrow$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; 4)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5; 4)$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\sin x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $-\sin x + C$. D. $\cos x + C$.

Câu 5. Mỗi ngày bác Mạnh đều đi bộ rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

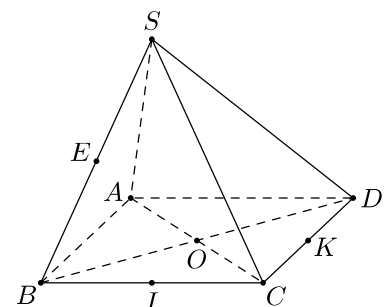
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,26. B. 0,26. C. 0,19. D. 0,13.

Câu 6.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E, I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (SAD) ?

- A. (BEK) . B. (EIK) . C. (OEI) . D. (KOE) .



Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
 C. $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 8. Dãy số nào trong các dãy số được cho dưới đây là một cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3. B. 3; 6; 9. C. 2; 4; 8. D. 2; 4; 6.

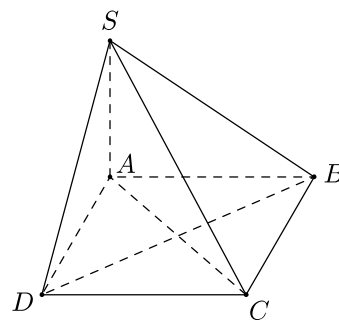
Câu 9. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
 B. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.
 C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
 D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Câu 10.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?

- A. (SAC) . B. (SBD) . C. (SAD) . D. (SAB) .



Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A. $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$.
 B. $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$.
 C. $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$.
 D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$.

a) Hàm số có tập xác định là $(0; 32)$.

b) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{32 - x}}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m thì $\frac{m}{M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. Trong một trò chơi điện tử, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị giả định trên mỗi trục là mét, người chơi điều khiển nhân vật chính như một chất điểm di động trên mặt đất (là mặt phẳng Oxy). Sau khi chiến đấu để vượt qua thử thách, nhân vật chính muốn qua màn thì phải đến vị trí gần với một phi thuyền để được bay vào trong phi thuyền đi đến một màn khác, gặp những thử thách mới.

Giả sử nhân vật chính sau khi chiến đấu xong màn một thì đứng ở vị trí A có tọa độ $(1; 2; 0)$, khi ấy trên bầu trời xuất hiện một chiếc phi thuyền ở vị trí $(-8; -3; 4)$, nhân vật chính nếu cách phi thuyền không quá 5 mét thì được phép bay vào phi thuyền.

a) Vùng được phép bay được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x + 8)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 25$.

b) Khi nhân vật chính vừa chiến đấu xong thì khoảng cách ngắn nhất từ nhân vật chính đến vùng được phép bay bằng 6,05 m (làm tròn đến hàng phần trăm).

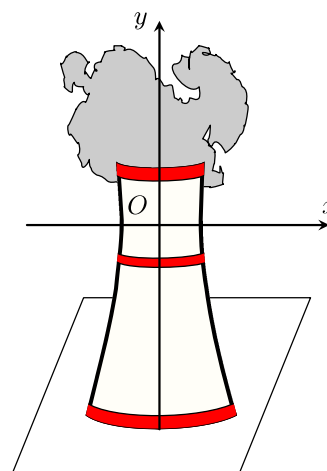
c) Nhân vật chính chạy trên một đường thẳng d để đến được vị trí gần vùng được phép bay nhất,

phương trình tham số đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases}$$

- d) Nhân vật chính xuất phát từ A , chạy trên đường thẳng d với gia tốc 1 m/s^2 , ngay khi được phép thì bay lên phi thuyền với tốc độ 6 m/s . Tổng thời gian của quá trình nói trên bằng $4,7$ giây (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3.

Tháp giải nhiệt tại một nhà máy điện hạt nhân có hình dạng là một phần của khối tròn xoay khi cho hypebol (H) quay quanh một trục đối xứng của (H). Tháp có chiều cao là 120 mét, bán kính đáy dưới bằng 40 mét. Thiết lập hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ sao cho mặt cắt dạng hypebol của tháp nhận Oy làm trục đối xứng; lấy đơn vị trên mỗi trục là mét. gốc O ở vị trí có độ cao 80 mét so với mặt đất và đoạn giao nhau giữa trục Ox với tháp bằng 30 mét.



- Diện tích đáy dưới của tháp bằng 5027 m^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Các điểm $(-20; 0)$, $(20; 0)$ thuộc hypebol (H).
- Phương trình (H) là $\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{11520} = 1$.
- Thể tích của tháp giải nhiệt này bằng 214414 m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Bạn Bắc chuẩn bị đi dã ngoại tại Bùi Hui trong hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật. Biết rằng ở Bùi Hui, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày hôm sau vẫn nắng là 80% , còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30% . Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ Bảy là 70% .

- Xác suất để cả hai ngày nắng là $0,56$.
- Xác suất để có ít nhất một ngày nắng là $0,9$.
- Xác suất để Chủ nhật nắng là $0,77$.
- Biết Chủ nhật là ngày nắng, xác suất để thứ Bảy là ngày nắng là $0,7$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hai đội tuyển A và B tham gia giải bóng bàn. Mỗi đội có 7 người đã được sắp xếp theo một thứ tự nhất định. Đầu tiên, người thứ nhất của đội A , đấu với người thứ nhất của đội B và người thua sẽ bị loại. Sau đó, người chiến thắng đấu tiếp với người thứ hai của đội kia, các trận thi đấu tiếp theo diễn ra tương tự. Cuộc thi đấu kết thúc cho đến khi tất cả người chơi của 1 đội đều bị loại và đội còn lại là chiến thắng. Hỏi có bao nhiêu cách diễn ra cuộc thi đấu?

Câu 2. Hàm lượng các chất vitamin A, vitamin B và vitamin K chứa trong 100 g mỗi loại thực phẩm X và Y được cho bằng sau:

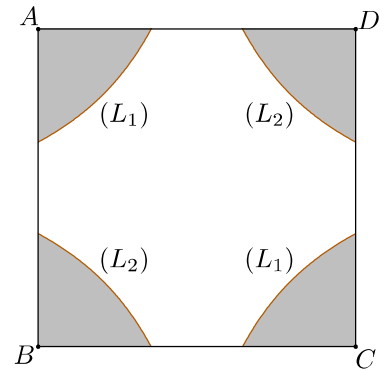
	vitamin A(mg)	vitamin B (mg)	vitamin K(mg)
X	200	600	8
Y	500	300	6

Từ hai loại thực phẩm X và Y , người ta muốn tạo ra một lượng thực phẩm hỗn hợp chứa ít nhất $2\,000$ mg vitamin A, $3\,000$ mg vitamin B, 48 mg vitamin K. Lượng thực phẩm hỗn hợp có khối lượng nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu trên là bao nhiêu? (đơn vị: kilogam; làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 20 khách đầu tiên có giá là 30 USD/người ; nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ hành khách. Hỏi công ty nên giới hạn số lượng hành khách tối đa là bao nhiêu để công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 400 USD .

Câu 4.

Một viên gạch hình vuông $ABCD$ có cạnh 60. Người ta trang trí viên gạch bằng các đường cong (L_1) , (L_2) . (L_1) là tập hợp các điểm M thỏa $MC = MA + 50$ hoặc $MA = MC + 50$. Khi quay đường cong (L_1) quanh tâm viên gạch hình vuông đó một góc 90° ta được đường cong (L_2) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong (L_1) , (L_2) và các cạnh viên gạch (phần màu trắng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2 cm. Gọi M và N lần lượt là trung điểm $B'C$ và $A'B'$. Gọi α là góc tạo bởi MN và $(BCC'B')$. Tính $\tan^2 \alpha$.

Câu 6. Bốn tay vợt Tennis An, Bình, Công và Duy tham gia vào một giải đấu có tổng cộng ba trận đấu. Đầu tiên, hai người chơi được chọn ngẫu nhiên để chơi với nhau; hai người chơi còn lại cũng chơi với nhau. Những người chiến thắng trong hai trận đấu đó sẽ thi đấu với nhau để quyết định nhà vô địch giải đấu. An, Bình và Công ngang sức nhau (nghĩa là, khi một trận đấu được chơi giữa hai người trong ba người An, Bình, Công, xác suất mỗi người chơi thắng là $\frac{1}{2}$). Khi Duy đấu với An, Bình hoặc Công, xác suất Duy thắng là 0,7. Xác định xác suất Bình vô địch giải đấu.

———— HẾT ————

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9$, $F(2) = 5$.

Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 14.

B. -4.

C. 45.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên: $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 5 - 9 = -4$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

A. $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $2^{2+x^2} > 16 = 2^4$

Vì cơ số $2 > 1$ nên:

$$2 + x^2 > 4 \Leftrightarrow x^2 > 2 \Leftrightarrow x < -\sqrt{2} \text{ hoặc } x > \sqrt{2}.$$

Vậy tập nghiệm là $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bảng dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5	-4	$+\infty$	

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; 4)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5; 4)$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên:

$f'(x) > 0$ trên $(-\infty; 1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

$f'(x) < 0$ trên $(1; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.

$f'(x) > 0$ trên $(2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Do đó khẳng định đúng là: hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $\sin x + C$.

B. $-\cos x + C$.

C. $-\sin x + C$.

D. $\cos x + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 5. Mỗi ngày bác Mạnh đều đi bộ rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1,26.

B. 0,26.

C. 0,19.

D. 0,13.

Hướng dẫn giải

Bảng tần số ghép nhóm có các giá trị đại diện: 2,85; 3,15; 3,45; 3,75; 4,05.

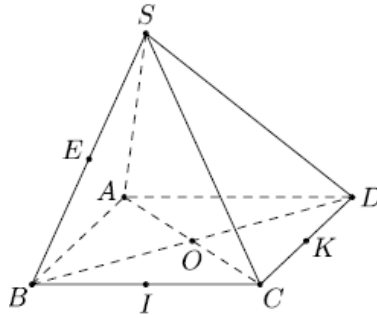
Số ngày tương ứng: 3; 6; 5; 4; 2.

Trung bình mẫu: $\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$.

Ta có: $\overline{x^2} = \frac{3 \cdot 2,85^2 + 6 \cdot 3,15^2 + 5 \cdot 3,45^2 + 4 \cdot 3,75^2 + 2 \cdot 4,05^2}{20} = 11,6235$.

Phương sai: $S^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 11,6235 - 3,39^2 = 0,1314 \approx 0,13$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E , I , K lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , BC , CD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (SAD) ?



A. (BEK) .

B. (EIK) .

C. (OEI) .

D. (KOE) .

Hướng dẫn giải

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{AS} = \vec{s}$.

Khi đó mặt phẳng (SAD) có hai phương vector là $\vec{s}$ và $\vec{d}$.

Ta xét mặt phẳng (KOE) .

Vì O là tâm hình bình hành $ABCD$, K là trung điểm CD , E là trung điểm SB nên:

$\overrightarrow{KO}$ song song với $\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{OE}$ song song với một vector nằm trong mặt phẳng (SAD) .

Do đó mặt phẳng (KOE) song song với mặt phẳng (SAD) .

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên: $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.

Đồng thời: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$.

Và: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Mệnh đề D sai vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ chỉ đúng nếu G là trọng tâm tam giác ABD , trong khi đề cho G là trọng tâm tam giác BCD .

Câu 8. Dãy số nào trong các dãy số được cho dưới đây là một cấp số nhân?

A. 1; 2; 3.

B. 3; 6; 9.

C. 2; 4; 8.

D. 2; 4; 6.

Hướng dẫn giải

Một cấp số nhân có tỉ số giữa hai số hạng liên tiếp không đổi.

Dãy 2; 4; 8 có: $\frac{4}{2} = 2, \frac{8}{4} = 2$.

Vậy đây là cấp số nhân.

Câu 9. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$y = \sin x$ là hàm số lẻ.

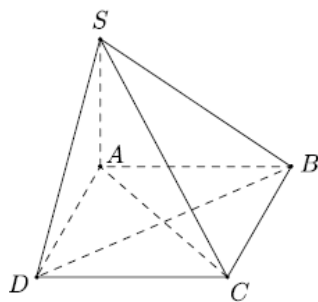
$y = \tan x$ là hàm số lẻ.

$y = \cos x$ là hàm số chẵn.

$y = \cot x$ là hàm số lẻ, không phải hàm số chẵn.

Vậy mệnh đề sai là D.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?



A. (SAC) .

B. (SBD) .

C. (SAD) .

D. (SAB) .

Hướng dẫn giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông nên $AD \perp CD$.

Mặt phẳng (SAD) chứa AD và SA .

Mặt phẳng (SCD) chứa CD .

Ta có $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAD)$.

Mà $CD \subset (SCD)$ nên $(SAD) \perp (SCD)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

A. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

B. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là: $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$.

B. $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$.

C. $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

Hướng dẫn giải

Phương trình mặt cầu có dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ với $R > 0$.

Chỉ có phương án D đúng dạng: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$.

a) Hàm số có tập xác định là $(0; 32)$.

b) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{32 - x}}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m thì $\frac{m}{M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Cho $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$.

a) SAI

Điều kiện xác định: $x \geq 0$ và $32 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 32$.

Vậy tập xác định là $[0; 32]$, không phải $(0; 32)$.

b) SAI

Với $x \in (0; 32)$, ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{32 - x}}$.

Đề cho dấu cộng ở hạng tử thứ hai nên sai.

c) SAI

Ta giải: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{32 - x}} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{32 - x} \Leftrightarrow x = 16.$$

Phương trình chỉ có một nghiệm, không có hai nghiệm phân biệt.

d) ĐÚNG

Ta có:

$$f(0) = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

$$f(32) = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

$$f(16) = 4 + 4 = 8.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $m = 4\sqrt{2}$, giá trị lớn nhất là $M = 8$.

$$\text{Do đó: } \frac{m}{M} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 2. Trong một trò chơi điện tử, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị giả định trên mỗi trục là mét, người chơi điều khiển nhân vật chính như một chất điểm di động trên mặt đất (là mặt phẳng Oxy). Sau khi chiến đấu để vượt qua thử thách, nhân vật chính muốn qua màn thì phải đến vị trí gần với một phi thuyền để được bay vào trong phi thuyền đi đến một màn khác, gặp những thử thách mới. Giả sử nhân vật chính sau khi chiến đấu xong màn một thì đứng ở vị trí A có tọa độ $(1; 2; 0)$, khi ấy trên bầu trời xuất hiện một chiếc phi thuyền ở vị trí $(-8; -3; 4)$, nhân vật chính nếu cách phi thuyền không quá 5 mét thì được phép bay vào phi thuyền.

a) Vùng được phép bay được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x+8)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 25$.

b) Khi nhân vật chính vừa chiến đấu xong thì khoảng cách ngắn nhất từ nhân vật chính đến vùng được phép bay bằng 6,05 m (làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Nhân vật chính chạy trên một đường thẳng d để đến được vị trí gần vùng được phép bay nhất, phương

$$\text{trình tham số đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases}.$$

d) Nhân vật chính xuất phát từ A , chạy trên đường thẳng d với gia tốc $1, m/s^2$, ngay khi được phép thì bay lên phi thuyền với tốc độ $6, m/s$. Tổng thời gian của quá trình nói trên bằng 4,7 giây (làm tròn đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải

Phi thuyền ở điểm $P(-8; -3; 4)$, bán kính vùng được phép bay là 5 m. Nhân vật ở $A(1; 2; 0)$.

a) ĐÚNG

Vùng được phép bay có biên là mặt cầu tâm $P(-8; -3; 4)$, bán kính 5 nên phương trình là:

$$(x+8)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 25.$$

b) ĐÚNG

Khoảng cách từ A đến tâm P là: $AP = \sqrt{(1+8)^2 + (2+3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{81+25+16} = \sqrt{122}$.

Khoảng cách ngắn nhất từ A đến vùng được phép bay là: $\sqrt{122} - 5 \approx 6,05$ m.

c) ĐÚNG

Vì nhân vật chạy trên mặt đất nên xét hình chiếu của P xuống mặt phẳng Oxy là $P'(-8; -3; 0)$.

Đường thẳng gần nhất đi qua $A(1; 2; 0)$ và $P'(-8; -3; 0)$.

Vectơ chỉ phương có thể lấy là:

$$\overrightarrow{AP'} = (-9; -5; 0).$$

Đường thẳng đề cho có vectơ chỉ phương $(9; 5; 0)$, cùng phương với $\overrightarrow{AP'}$.

$$\text{Vậy phương trình } \begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases} \text{ là đúng đường thẳng cần xét.}$$

d) ĐÚNG

Trên mặt đất $z = 0$, vùng được phép bay thỏa:

$$(x+8)^2 + (y+3)^2 + 16 \leq 25$$

$$\Leftrightarrow (x+8)^2 + (y+3)^2 \leq 9.$$

Đây là hình tròn tâm $P'(-8; -3; 0)$, bán kính 3.

$$\text{Ta có: } AP' = \sqrt{(1+8)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{106}.$$

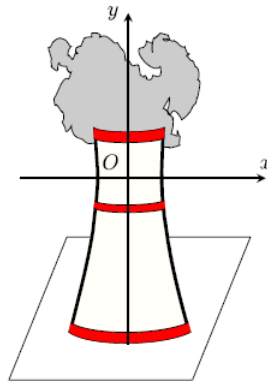
Quãng đường nhân vật phải chạy là: $s = \sqrt{106} - 3 \approx 7,296$ m.

Với gia tốc $a = 1, m/s^2$ và bắt đầu từ trạng thái nghỉ: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{2s} \approx 3,82$ giây.

Khi được phép bay, khoảng cách đến phi thuyền là 5 m. Bay với tốc độ $6, m/s$ nên: $t_2 = \frac{5}{6} \approx 0,83$ giây.

Tổng thời gian: $t = t_1 + t_2 \approx 3,82 + 0,83 = 4,65 \approx 4,7$ giây.

Câu 3. Tháp giải nhiệt tại một nhà máy điện hạt nhân có hình dạng là một phần của khối tròn xoay khi cho hypebol (H) quay quanh một trục đối xứng của (H). Tháp có chiều cao là 120 mét, bán kính đáy dưới bằng 40 mét. Thiết lập hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ sao cho mặt cắt dạng hypebol của tháp nhận Oy làm trục đối xứng; lấy đơn vị trên mỗi trục là mét. gốc O ở vị trí có độ cao 80 mét so với mặt đất và đoạn giao nhau giữa trục Ox với tháp bằng 30 mét.



a) Diện tích đáy dưới của tháp bằng $5027, m^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Các điểm $(-20;0)$, $(20;0)$ thuộc hypebol (H) .

c) Phương trình (H) là $\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{11520} = 1$.

d) Thể tích của tháp giải nhiệt này bằng $214414, m^3$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải

Tháp có mặt cắt là hypebol nhận Oy làm trục đối xứng. Gốc O ở độ cao 80 m so với mặt đất. Chiều cao tháp 120 m nên đáy dưới có tung độ $y = -80$, đỉnh trên có tung độ $y = 40$.

Đoạn giao giữa trục Ox và tháp bằng 30 m nên tại $y = 0$, bán kính là 15 m.

Do đó hypebol có dạng: $\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì bán kính đáy dưới bằng 40 m nên điểm $(40; -80)$ thuộc hypebol: $\frac{40^2}{15^2} - \frac{80^2}{b^2} = 1$.

Suy ra: $\frac{1600}{225} - 1 = \frac{6400}{b^2} \Leftrightarrow \frac{1375}{225} = \frac{6400}{b^2} \Leftrightarrow b^2 = \frac{57600}{55}$.

a) ĐÚNG

Diện tích đáy dưới là: $S = \pi R^2 = \pi \cdot 40^2 = 1600\pi \approx 5027, m^2$.

b) SAI

Tại $y = 0$, hypebol cắt trục Ox tại $x = \pm 15$, không phải $x = \pm 20$.

Vậy các điểm $(-20;0)$, $(20;0)$ không thuộc hypebol.

c) SAI

Theo trên, phương trình đúng là: $\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{\frac{57600}{55}} = 1$.

Đề cho $\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{11520} = 1$ là sai.

d) ĐÚNG

Từ phương trình hypebol: $x^2 = 15^2 \left(1 + \frac{y^2}{b^2} \right)$ với $b^2 = \frac{57600}{55}$.

Thể tích tháp là: $V = \pi \int_{-80}^{40} x^2 dy = \pi \int_{-80}^{40} 225 \left(1 + \frac{y^2}{b^2} \right) dy$.

Thay $b^2 = \frac{57600}{55}$, tính được: $V \approx 214413,7, m^3 \approx 214414, m^3$.

Câu 4. Bạn Bắc chuẩn bị đi dã ngoại tại Bùi Hui trong hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật. Biết rằng ở Bùi Hui,

mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày hôm sau vẫn nắng là 80%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ Bảy là 70%.

- a) Xác suất để cả hai ngày nắng là 0,56.
- b) Xác suất để có ít nhất một ngày nắng là 0,9.
- c) Xác suất để Chủ nhật nắng là 0,77.
- d) Biết Chủ nhật là ngày nắng, xác suất để thứ Bảy là ngày nắng là 0,7.

Hướng dẫn giải

Gọi N là biến cố “ngày nắng”, M là biến cố “ngày mưa”.

Theo đề:

$$P(N_{T7}) = 0,7.$$

$$P(M_{T7}) = 0,3.$$

$$P(N_{CN} | N_{T7}) = 0,8.$$

$$P(M_{CN} | M_{T7}) = 0,3 \text{ nên } P(N_{CN} | M_{T7}) = 0,7.$$

a) ĐÚNG

Xác suất cả hai ngày nắng là: $P(N_{T7} \cap N_{CN}) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

b) SAI

Xác suất cả hai ngày đều mưa là: $P(M_{T7} \cap M_{CN}) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Vậy xác suất có ít nhất một ngày nắng là: $1 - 0,09 = 0,91$.

Không phải 0,9.

c) ĐÚNG

Xác suất Chủ nhật nắng là: $P(N_{CN}) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,56 + 0,21 = 0,77$.

d) SAI

Ta cần tính: $P(N_{T7} | N_{CN}) = \frac{P(N_{T7} \cap N_{CN})}{P(N_{CN})} = \frac{0,56}{0,77} = \frac{8}{11} \approx 0,727$.

Không phải 0,7.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hai đội tuyển A và B tham gia giải bóng bàn. Mỗi đội có 7 người đã được sắp xếp theo một thứ tự nhất định. Đầu tiên, người thứ nhất của đội A , đấu với người thứ nhất của đội B và người thua sẽ bị loại. Sau đó, người chiến thắng đấu tiếp với người thứ hai của đội kia, các trận thi đấu tiếp theo diễn ra tương tự. Cuộc thi đấu kết thúc cho đến khi tất cả người chơi của 1 đội đều bị loại và đội còn lại là chiến thắng. Hỏi có bao nhiêu cách diễn ra cuộc thi đấu?

Hướng dẫn giải

Mỗi đội có 7 người, thứ tự người chơi đã cố định. Mỗi trận sẽ loại đúng 1 người của một đội.

Ta mã hóa kết quả mỗi trận bằng:

- A : đội A thắng trận đó, nghĩa là đội B bị loại 1 người.
- B : đội B thắng trận đó, nghĩa là đội A bị loại 1 người.

Cuộc thi kết thúc khi một đội thắng đủ 7 trận, tức là loại hết 7 người của đội kia.

Nếu đội A thắng chung cuộc thì trận cuối cùng phải là trận thắng thứ 7 của đội A. Trước trận cuối, đội A đã thắng 6 trận, đội B thắng k trận với $k = 0, 1, 2, \dots, 6$.

Số cách ứng với mỗi k là: C_{6+k}^k .

Vậy số cách đội A thắng là: $\sum_{k=0}^6 C_{6+k}^k = C_{13}^6 = 1716$.

Tương tự, số cách đội B thắng cũng là 1716.

Vậy tổng số cách diễn ra cuộc thi là: $1716 + 1716 = 3432$.

Đáp số: 3432.

Câu 2. Hàm lượng các chất vitamin A, vitamin B và vitamin K chứa trong 100 g mỗi loại thực phẩm X và Y được cho bảng sau:

	vitamin A(mg)	vitamin B (mg)	vitamin K(mg)
X	200	600	8
Y	500	300	6

Từ hai loại thực phẩm X và Y , người ta muốn tạo ra một lượng thực phẩm hỗn hợp chứa ít nhất 2,000 mg vitamin A, 3,000 mg vitamin B, 48 mg vitamin K. Lượng thực phẩm hỗn hợp có khối lượng nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu trên là bao nhiêu? (đơn vị: kilogram; làm tròn đến hàng phần trăm)

Hướng dẫn giải

Gọi x, y lần lượt là số đơn vị 100 g thực phẩm X, Y .

Khối lượng hỗn hợp là $0,1(x+y)$ kg. Ta cần tối thiểu hóa $x+y$.

Các điều kiện vitamin là:

Vitamin A: $200x + 500y \geq 2000 \Leftrightarrow 2x + 5y \geq 20$.

Vitamin B: $600x + 300y \geq 3000 \Leftrightarrow 2x + y \geq 10$.

Vitamin K: $8x + 6y \geq 48 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 24$.

Xét giao điểm của hai đường: $2x + 5y = 20$ và $4x + 3y = 24$.

Ta giải được: $y = \frac{16}{7}$, $x = \frac{30}{7}$.

Khi đó: $2x + y = 2 \cdot \frac{30}{7} + \frac{16}{7} = \frac{76}{7} > 10$ nên thỏa điều kiện vitamin B.

Tổng: $x + y = \frac{30}{7} + \frac{16}{7} = \frac{46}{7}$ đơn vị 100 g.

Khối lượng nhỏ nhất là: $0,1 \cdot \frac{46}{7} \approx 0,657$ kg.

Làm tròn đến hàng phần trăm: 0,66 kg.

Đáp số: 0,66

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 20 khách đầu tiên có giá là 30 USD/người; nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ hành khách. Hỏi công ty nên giới hạn số lượng hành khách tối đa là bao nhiêu để công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 400 USD.

Hướng dẫn giải

Gọi n là số khách du lịch.

Với $n > 20$, giá vé mỗi người là:

$$30 - (n - 20) = 50 - n \text{ USD.}$$

Doanh thu là: $R = n(50 - n)$.

Công ty không bị lỗ khi: $n(50 - n) \geq 400$.

$$\Leftrightarrow -n^2 + 50n - 400 \geq 0 \Leftrightarrow n^2 - 50n + 400 \leq 0.$$

Giải phương trình: $n^2 - 50n + 400 = 0$

$$\Delta = 50^2 - 4 \cdot 400 = 2500 - 1600 = 900.$$

$$n = \frac{50 \pm 30}{2}.$$

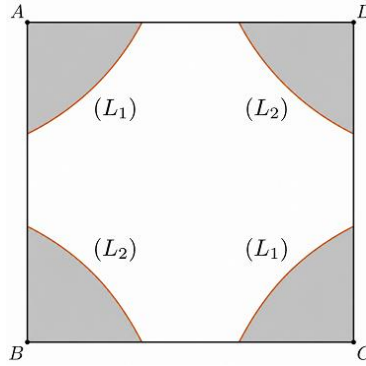
Suy ra hai nghiệm là 10 và 40.

Do đó: $10 \leq n \leq 40$.

Vì hỏi số lượng hành khách tối đa để công ty không bị lỗ nên công ty nên giới hạn tối đa là: 40 khách.

Đáp số: 40

Câu 4. Một viên gạch hình vuông $ABCD$ có cạnh 60. Người ta trang trí viên gạch bằng các đường cong (L_1) , (L_2) . (L_1) là tập hợp các điểm M thỏa $MC = MA + 50$ hoặc $MA = MC + 50$. Khi quay đường cong (L_1) quanh tâm viên gạch hình vuông đó một góc 90° ta được đường cong (L_2) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong (L_1) , (L_2) và các cạnh viên gạch (phần màu trắng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải

Đặt hệ trục tọa độ có gốc tại tâm viên gạch, trục Ou trùng với đường chéo AC , trục Ov vuông góc với AC

Khi đó hai đỉnh A, C có tọa độ: $A(-30\sqrt{2}; 0)$, $C(30\sqrt{2}; 0)$.

Với đường cong (L_1) , ta có: $|MC - MA| = 50$.

Đây là hypebol có hai tiêu điểm A, C .

Ta có:

$$2a = 50 \Rightarrow a = 25.$$

$$c = 30\sqrt{2}.$$

$$b^2 = c^2 - a^2 = (30\sqrt{2})^2 - 25^2 = 1800 - 625 = 1175.$$

Phương trình hypebol là: $\frac{u^2}{25^2} - \frac{v^2}{1175} = 1.$

Xét một góc xám của viên gạch. Nhánh hypebol gần đỉnh A có phương trình: $u = -25\sqrt{1 + \frac{v^2}{1175}}.$

Cạnh viên gạch gần đỉnh A có phương trình: $u = -30\sqrt{2} + v$ với $v \geq 0$.

Gọi v_0 là giao điểm của hypebol với cạnh viên gạch, ta có: $30\sqrt{2} - v_0 = 25\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{1175}}.$

Giải ra: $v_0 \approx 15,106$.

Diện tích một góc xám là: $S_1 = 2 \int_0^{v_0} \left(30\sqrt{2} - v - 25\sqrt{1 + \frac{v^2}{1175}} \right) dv \approx 274,515.$

Có 4 góc xám bằng nhau, nên diện tích phần màu trắng là:

$$S = 60^2 - 4S_1$$

$$S \approx 3600 - 4 \cdot 274,515 = 2501,94.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: $S \approx 2502$.

Đáp số: 2502

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2 cm. Gọi M và N lần lượt là

trung điểm $B'C'$ và $A'B'$. Gọi α là góc tạo bởi MN và $(BCC'B')$. Tính $\tan^2 \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn hệ tọa độ: $B(0;0;0)$, $C(2;0;0)$, $A(1;\sqrt{3};0)$.

Vì lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2 nên:

$$B'(0;0;2), C'(2;0;2), A'(1;\sqrt{3};2).$$

M là trung điểm $B'C'$ nên: $M(1;0;2)$.

N là trung điểm $A'B'$ nên: $N\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$.

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Mặt phẳng $(BCC'B')$ có phương trình $y = 0$.

Thành phần vuông góc với mặt phẳng này của $\overrightarrow{MN}$ có độ dài: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Độ dài hình chiếu của $\overrightarrow{MN}$ lên mặt phẳng $y = 0$ là: $\frac{1}{2}$.

$$\text{Do đó: } \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Vậy: $\tan^2 \alpha = 3$.

Đáp số: 3

Câu 6. Bốn tay vợt Tennis An, Bình, Công và Duy tham gia vào một giải đấu có tổng cộng ba trận đấu. Đầu tiên, hai người chơi được chọn ngẫu nhiên để chơi với nhau; hai người chơi còn lại cũng chơi với nhau. Những người chiến thắng trong hai trận đấu sẽ thi đấu với nhau để quyết định nhà vô địch giải đấu. An, Bình và Công ngang sức nhau (nghĩa là, khi một trận đấu được chơi giữa hai người trong ba người An, Bình, Công, xác suất mỗi người chơi thắng là $\frac{1}{2}$). Khi Duy đấu với An, Bình hoặc Công, xác suất Duy thắng là 0,7. Xác định xác suất Bình vô địch giải đấu.

Hướng dẫn giải

Có 4 tay vợt: An, Bình, Công, Duy.

Các cách chia cặp ở vòng đầu có xác suất như nhau:

1. Bình gặp Duy, An gặp Công.
2. Bình gặp An, Công gặp Duy.
3. Bình gặp Công, An gặp Duy.

Mỗi cách chia cặp có xác suất $\frac{1}{3}$.

Trường hợp 1: Bình gặp Duy

Xác suất Bình thắng Duy là $0,3$.

Nếu Bình vào chung kết, đối thủ là An hoặc Công. Bình ngang sức với An, Công nên xác suất Bình thắng chung kết là $\frac{1}{2}$.

Xác suất Bình vô địch trong trường hợp này: $0,3 \cdot \frac{1}{2} = 0,15$.

Đóng góp: $\frac{1}{3} \cdot 0,15 = 0,05$.

Trường hợp 2: Bình gặp An

Xác suất Bình thắng An là $\frac{1}{2}$.

Ở cặp còn lại, Công gặp Duy.

Nếu Công thắng Duy, xác suất là $0,3$, khi đó Bình thắng Công với xác suất $\frac{1}{2}$.

Nếu Duy thắng Công, xác suất là $0,7$, khi đó Bình thắng Duy với xác suất $0,3$.

Vậy xác suất Bình thắng chung kết sau khi đã thắng An là:

$$0,3 \cdot \frac{1}{2} + 0,7 \cdot 0,3 = 0,15 + 0,21 = 0,36.$$

Xác suất Bình vô địch trong trường hợp này: $\frac{1}{2} \cdot 0,36 = 0,18$.

Đóng góp: $\frac{1}{3} \cdot 0,18 = 0,06$.

Trường hợp 3: Bình gặp Công

Tương tự trường hợp 2, đóng góp là: $0,06$.

Vậy xác suất Bình vô địch là: $0,05 + 0,06 + 0,06 = 0,17$.

Đáp số: 0,17

———— HẾT ————