

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2x - \sqrt{x} + 2}{x - 4} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

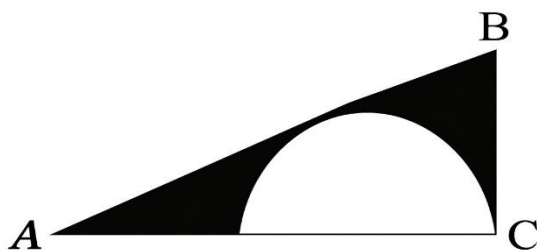
a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm x sao cho $A > 1$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{5x}{\sqrt{5x+1}-1} = x + 2$.

Câu 3. (1,0 điểm) Cho đa thức $f(x)$ có hệ số thực. Biết khi chia $f(x)$ cho $x - 4$ có dư là 10 và khi chia $f(x)$ cho $x - 5$ có dư là 8. Khi chia $f(x)$ cho $(x - 4)(x - 5)$ được thương là $g(x)$ và có dư là $r(x)$. Tìm $r(x)$.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại C có $AB = 13$ cm, $BC = 5$ cm. Một nửa đường tròn có đường kính nằm trên cạnh AC , tiếp xúc với BC tại C và tiếp xúc với AB (tham khảo hình bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình.



Câu 5. (2,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $BC = 6$ cm. Gọi H là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (H không trùng với O và B). Đường thẳng vuông góc với BC tại H cắt nửa đường tròn đã cho tại A . Gọi G là trung điểm của AC .

a) Chứng minh rằng A, G, O, H cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

b) Gọi D là điểm nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $HD = HA$. Đường thẳng DH cắt các đường thẳng AB, AO lần lượt tại E, I . Gọi K là giao điểm của AH và EC , F là giao điểm của AO và BD . Chứng minh rằng: $AE^2 = 2 \cdot EI \cdot HD$ và tam giác AKE đồng dạng với tam giác AFD .

c) Gọi $BH = x$. Tìm x để diện tích của tứ giác $ABKC$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho số nguyên tố $p > 5$. Chứng minh rằng $A = 6^p - 5^p - 1$ chia hết cho $5p$.

Câu 7. (1,0 điểm) Bên trong một đường tròn có bán kính bằng 11, cho 7 điểm phân biệt. Chứng minh rằng có ít nhất 2 trong 7 điểm đó có khoảng cách nhỏ hơn 11.

Câu 8. (0,5 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**TỈNH AN GIANG****ĐỀ CHÍNH THỨC****Đáp án và hướng dẫn giải****KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2026 – 2027****MÔN THI: TOÁN (CHUYÊN)**

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Ngày thi: 03/6/2026

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2x - \sqrt{x} + 2}{x - 4} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A .b) Tìm x sao cho $A > 1$.**Hướng dẫn giải**a) Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$ thì:

$$A = \frac{2x - \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

$$A = \frac{2x - \sqrt{x} + 2 + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{2x - \sqrt{x} + 2 + x - \sqrt{x} - 2 - x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{2x - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}.$$

b) Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$ ta có $A > 1$ khi và chỉ khi:

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} > 1$$

$$2\sqrt{x} > \sqrt{x} + 2$$

$$\sqrt{x} > 2$$

$$x > 4.$$

Kết hợp với điều kiện xác định thì $A > 1$ khi và chỉ khi $x > 4$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{5x}{\sqrt{5x+1}-1} = x+2$.

Hướng dẫn giảiĐiều kiện xác định của phương trình: $5x+1 \geq 0$ và $\sqrt{5x+1}-1 \neq 0$ tức là $x \geq -\frac{1}{5}$ và $x \neq 0$.

Phương trình đã cho tương đương:

$$\frac{5x(\sqrt{5x+1}+1)}{(\sqrt{5x+1}-1)(\sqrt{5x+1}+1)} = x+2$$

$$\frac{5x(\sqrt{5x+1}+1)}{5x} = x+2$$

$$\sqrt{5x+1}+1 = x+2$$

$$\sqrt{5x+1}+1 = x+2$$

$$5x+1 = (x+1)^2$$

$$5x+1 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

Giải phương trình trên, ta được $x = 0$ (loại do không thỏa mãn $x \neq 0$) và $x = 3$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 3$.

Câu 3. (1,0 điểm) Cho đa thức $f(x)$ có hệ số thực. Biết khi chia $f(x)$ cho $x-4$ có dư là 10 và khi chia $f(x)$ cho $x-5$ có dư là 8. Khi chia $f(x)$ cho $(x-4)(x-5)$ được thương là $g(x)$ và có dư là $r(x)$. Tìm $r(x)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f(x) = (x-4)(x-5)g(x) + r(x)$.

Vì đa thức chia có bậc 2 nên đa thức dư $r(x)$ có dạng $r(x) = ax + b$.

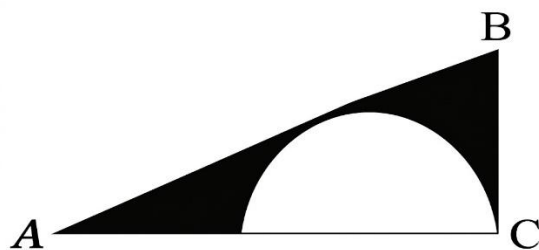
Vì chia $f(x)$ cho $x-4$ có dư là 10 nên $f(4) = r(4) = 10$ suy ra $4a + b = 10$.

Vì chia $f(x)$ cho $x-5$ có dư là 8 nên $f(5) = r(5) = 8$ suy ra $5a + b = 8$.

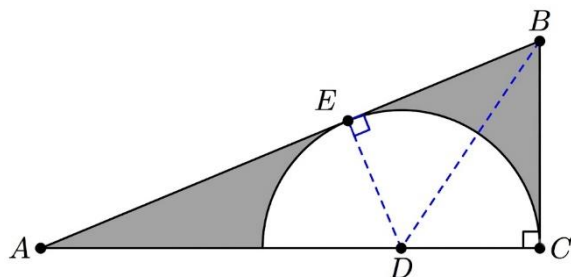
Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4a + b = 10 \\ 5a + b = 8 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} a = -2 \\ b = 18 \end{cases}$$

Vậy đa thức dư cần tìm là $r(x) = -2x + 18$.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại C có $AB = 13$ cm, $BC = 5$ cm. Một nửa đường tròn có đường kính nằm trên cạnh AC , tiếp xúc với BC tại C và tiếp xúc với AB (tham khảo hình bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình.



Hướng dẫn giải



Xét tam giác ABC vuông tại C thì $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm.

Gọi D là tâm nửa đường tròn (thuộc AC) và gọi E là tiếp điểm của đường tròn này với cạnh AB .

Xét hai tam giác vuông $\triangle BDC$ và $\triangle BDE$ có:

Cạnh huyền BD chung, $DC = DE$ (bán kính đường tròn).

Suy ra $\triangle BDC = \triangle BDE$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

Do đó $\angle DBC = \angle DBE$, suy ra BD là tia phân giác của $\angle ABC$.

Theo tính chất đường phân giác trong tam giác ABC :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{AD+DC}{AB+BC} = \frac{AC}{AB+BC} = \frac{12}{13+5} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra bán kính đường tròn là $R = DC = BC \cdot \frac{2}{3} = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ cm.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30$ cm².

Diện tích nửa hình tròn là $S_{\text{tròn}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot DC^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{50\pi}{9}$ cm².

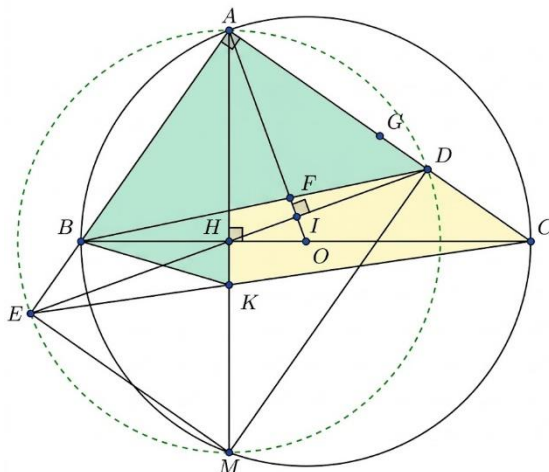
Vậy diện tích phần tô đậm là $S = S_{ABC} - S_{\text{tròn}} = 30 - \frac{50\pi}{9}$ (cm²).

Câu 5. (2,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $BC = 6$ cm. Gọi H là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (H không trùng với O và B). Đường thẳng vuông góc với BC tại H cắt nửa đường tròn đã cho tại A . Gọi G là trung điểm của AC .

a) Chứng minh rằng A, G, O, H cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

- b) Gọi D là điểm nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $HD = HA$. Đường thẳng DH cắt các đường thẳng AB, AO lần lượt tại E, I . Gọi K là giao điểm của AH và EC , F là giao điểm của AO và BD . Chứng minh rằng: $AE^2 = 2 \cdot EI \cdot HD$ và tam giác AKE đồng dạng với tam giác AFD .
- c) Gọi $BH = x$. Tìm x để diện tích của tứ giác $ABKC$ đạt giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn giải



- a) Xét nửa đường tròn tâm O có G là trung điểm của dây cung AC (không đi qua tâm), suy ra $OG \perp AC$ nên $AGO = 90^\circ$.

Ta có $AHO = 90^\circ$ (do $AH \perp BC$).

Vì $AHO = AGO = 90^\circ$ nên bốn điểm A, G, O, H cùng thuộc đường tròn đường kính AO . Tâm của đường tròn này là trung điểm của đoạn thẳng AO .

- b) Bằng việc biến đổi góc, ta có $OAD + ADH = OCA + HAC = 90^\circ$ (do $\triangle AHC$ vuông tại H và $\triangle OAC$ cân tại O), suy ra $AO \perp ED$ tại I .

Xét tam giác AED vuông tại A có $H \in ED, HA = HD$ suy ra H là trung điểm của cạnh huyền ED .

Do đó, kết hợp với việc AI là đường cao của $\triangle AED$ thì $AE^2 = EI \cdot ED = 2 \cdot EI \cdot HD$.

Xét tứ giác $BEDC$ có $ADE = 90^\circ - OAC = 90^\circ - BCA = ABC$ nên tứ giác $BDEC$ nội tiếp.

Xét $\triangle AKE$ và $\triangle AFD$ có:

$$\angle AEK = \angle ADF \text{ (do tứ giác } BDEC \text{ nội tiếp)}$$

$$\angle FAD = \angle OCA = 90^\circ - \angle ABC = \angle EAK$$

Suy ra $\triangle AKE \sim \triangle AFD$ (g.g).

- c) Đặt $BH = x$. Gọi M là giao điểm thứ hai của (ABC) và (ADE) , suy ra $AEMD$ là hình chữ nhật.

Khi đó $ME \parallel AC$.

$$\text{Do đó } \frac{KM}{KA} = \frac{ME}{AC} = \frac{AD}{AC} = \frac{2AH \cdot \cos \angle CAH}{AC} = \frac{2AH^2}{AC^2}.$$

Mặt khác, $\frac{2AH^2}{AC^2} = \frac{2BH \cdot CH}{BC \cdot CH} = \frac{2x}{6} = \frac{x}{3}$.

Do AK là trục đẳng phương của hai đường tròn (ABC) và (ADE) nên:

$$\frac{x \cdot KA^2}{3} = KM \cdot KA = OA^2 - OK^2. \quad (1)$$

Mặt khác, $OA^2 - OK^2 = OA^2 - (OA^2 + KA^2 - 2OA \cdot KA \cdot \cos OAK) = 2KA \cdot AH - KA^2. \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $AK = \frac{6AH}{x+3} = \frac{6\sqrt{HB \cdot HC}}{x+3} = \frac{6\sqrt{x(6-x)}}{x+3}$.

Trở lại bài toán, ta có $S_{ABKC} = \frac{AK \cdot BC}{2} = \frac{18\sqrt{x(6-x)}}{x+3} \leq \frac{18 \cdot \frac{(6-x)+3x}{2\sqrt{3}}}{x+3} = 3\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $6-x=3x$ hay $x = \frac{3}{2}$.

Vậy diện tích tứ giác $ABKC$ lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi $x = BH = 1,5$ cm.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho số nguyên tố $p > 5$. Chứng minh rằng $A = 6^p - 5^p - 1$ chia hết cho $5p$.

Hướng dẫn giải

Vì $p > 5$ là số nguyên tố nên $(6, p) = 1$ và $(5, p) = 1$.

Theo định lý Fermat nhỏ, ta có: $6^p \equiv 6 \pmod{p}$ và $5^p \equiv 5 \pmod{p}$.

Suy ra $A = 6^p - 5^p - 1 \equiv 6 - 5 - 1 \equiv 0 \pmod{p}$. Nên $A \vdots p$.

Mặt khác, $6 \equiv 1 \pmod{5}$ suy ra $6^p \equiv 1^p \equiv 1 \pmod{5}$.

Và $5^p \equiv 0 \pmod{5}$.

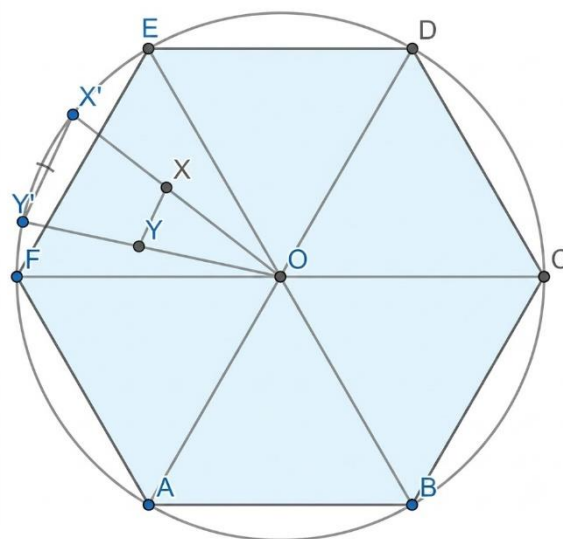
Suy ra $A = 6^p - 5^p - 1 \equiv 1 - 0 - 1 \equiv 0 \pmod{5}$. Nên $A \vdots 5$.

Vì $p > 5$ là số nguyên tố nên $(5, p) = 1$.

Do $A \vdots 5$ và $A \vdots p$, suy ra $A \vdots 5p$.

Câu 7. (1,0 điểm) Bên trong một đường tròn có bán kính bằng 11, cho 7 điểm phân biệt. Chứng minh rằng có ít nhất 2 trong 7 điểm đó có khoảng cách nhỏ hơn 11.

Hướng dẫn giải



Chia hình tròn đã cho thành 6 hình quạt bằng nhau, mỗi hình quạt có góc ở tâm là $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

Theo nguyên lý Dirichlet, khi đặt 7 điểm vào 6 hình quạt, sẽ có ít nhất 2 điểm nằm trong cùng một hình quạt. Gọi hai điểm đó là X và Y .

Xét tam giác OXY (O là tâm đường tròn). Gọi X', Y' là giao điểm của tia OX, OY với đường tròn.

Trong hình quạt chứa X, Y , góc ở tâm $XOY \leq 60^\circ$.

Xét tam giác OXY , tổng 3 góc là 180° suy ra $OXY + OYX = 180^\circ - XOY \geq 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Do đó, góc lớn nhất trong hai góc OXY và OYX phải $\geq 60^\circ$.

Không mất tính tổng quát, giả sử $OXY \geq 60^\circ$ suy ra $OXY \geq XOY$.

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì dài hơn, do đó $OY \geq XY$.

Mà Y nằm hoàn toàn bên trong đường tròn bán kính 11 nên $OY < 11$.

Từ đó suy ra $XY \leq OY < 11$.

Vậy có ít nhất 2 điểm trong 7 điểm đó có khoảng cách nhỏ hơn 11.

Câu 8. (0,5 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)}.$$

Hướng dẫn giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương:

$$\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{1+y}{8} + \frac{1+z}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} \cdot \frac{1+y}{8} \cdot \frac{1+z}{8}} = 3\sqrt[3]{\frac{x^3}{64}} = \frac{3x}{4}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{x^3}{(1+y)(1+z)} \geq \frac{3x}{4} - \frac{y+z+2}{8}. \quad (1)$$

Tương tự, ta có:

$$\frac{y^3}{(1+z)(1+x)} \geq \frac{3y}{4} - \frac{z+x+2}{8}. \quad (2)$$

$$\frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \geq \frac{3z}{4} - \frac{x+y+2}{8}. \quad (3)$$

Cộng vế theo vế (1), (2), (3), ta được:

$$P \geq \frac{3}{4}(x+y+z) - \frac{1}{8}(2(x+y+z)+6)$$

$$P \geq \frac{x+y+z}{2} - \frac{3}{4}.$$

Mặt khác, do $xyz = 1$, theo bất đẳng thức AM-GM ta có: $x+y+z \geq 3\sqrt[3]{xyz} = 3$.

$$\text{Suy ra } P \geq \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{4}$.

-----HẾT-----