

Đề bài

Phần 1

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A.** Tổng của hai số tự nhiên là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số chẵn.
B. Tích của hai số tự nhiên là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số chẵn.
C. Tổng của hai số tự nhiên là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ.
D. Tích của hai số tự nhiên là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ.

Câu 2. Cho hai tập hợp $A = [-2; 4)$ và $B = (0; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

- A.** $A \cup B = (4; +\infty)$. **B.** $A \cap B = (0; 4)$. **C.** $B \setminus A = [-2; +\infty)$. **D.** $A \setminus B = [-2; 0)$.

Câu 3. Hình vẽ nào dưới đây biểu diễn cho tập hợp $[-2; 1] \cap (0; 1)$?



Câu 4. Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.** $2x^2 - 3x \geq 1$. **B.** $2x + y \leq 1$. **C.** $3xy + 1 \leq 0$. **D.** $3x + y = 1$.

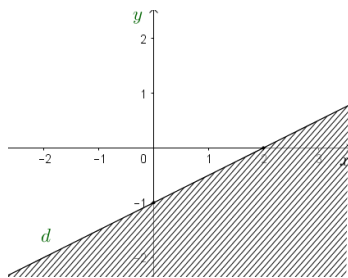
Câu 5. Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\sin \alpha < 0$. **B.** $\tan \alpha < 0$. **C.** $\cos \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.

Câu 6. Điểm $A(-1; 3)$ thuộc miền nghiệm nào của bất phương trình

- A.** $x + 3y < 0$. **B.** $x - 3y > 0$. **C.** $-3x + 2y - 4 > 0$. **D.** $2x + y - 4 > 0$.

Câu 7. Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng d) là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào dưới đây?



- A.** $2x - y < 0$. **B.** $x - 2y < 2$. **C.** $x - 2y \leq 2$. **D.** $x - 2y > 1$.

Câu 8. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 3$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A.** $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 7.

Câu 9. Tam giác ABC có $\hat{B}=30^0$, $\hat{C}=45^0$, $AB=3$. Tính độ dài AC .

A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10. Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

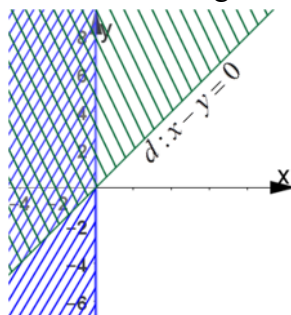
A. 34.

B. $7\sqrt{5}$.

C. 60.

D. 30.

Câu 11. Phần không bị gạch, kẻ cả biên trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào ?



A. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x-y \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.

Phần 2. (Trắc nghiệm Đúng - Sai)

Câu 1. Trong 1 lạng thịt bò chứa 26g protein, 1 lạng cá chứa 22g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$		
b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác		
c) $(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		
d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$		
b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$		
c) $ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = AC$		
d) Nếu $ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} $ thì $ABCD$ là hình thoi.		

Phần 3. Trả lời ngắn

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = [m+1; 2m-1]$, $B = (0; 6)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để $A \subset B$.

Câu 2. Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Hỏi lớp 10 A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa? (biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Lý, Hóa).

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$?

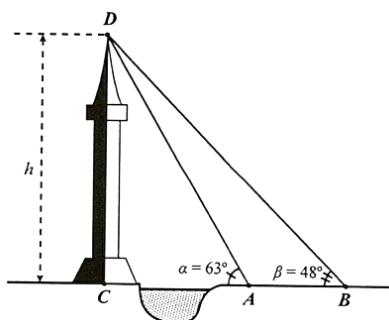
Câu 4. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có $A(0;3); B(-1;2); C(2;1)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m; \frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

Câu 6. Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Câu 7. Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng $60N, 90N$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Câu 8. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Tính chiều cao h của tháp?



ĐÁP ÁN

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A.** Tổng của hai số tự nhiên là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số chẵn.
- B.** Tích của hai số tự nhiên là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số chẵn.
- C.** Tổng của hai số tự nhiên là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ.
- D.** Tích của hai số tự nhiên là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ.

Lời giải

Chọn D

Vì nếu m, n là hai số tự nhiên, có tích $m.n$ là số lẻ $\Rightarrow m, n$ là các số tự nhiên lẻ.

Ngược lại nếu m, n là các số tự nhiên lẻ $\Rightarrow$ tích $m.n$ là số lẻ

Vậy tích của hai số tự nhiên là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ

Câu 2. Cho hai tập hợp $A = [-2; 4)$ và $B = (0; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

- A.** $A \cup B = (4; +\infty)$.
- B.** $A \cap B = (0; 4)$.
- C.** $B \setminus A = [-2; +\infty)$.
- D.** $A \setminus B = [-2; 0]$.

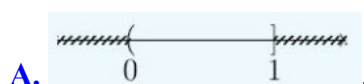
Lời giải

Chọn B

Ta có: $A \cup B = [-2; +\infty)$; $A \cap B = (0; 4)$; $B \setminus A = [4; +\infty)$; $A \setminus B = [-2; 0]$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 3. Hình vẽ nào dưới đây biểu diễn cho tập hợp $[-2; 1] \cap (0; 1)$?

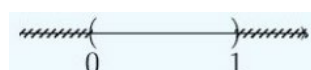


Lời giải

Chọn C

Ta có $[-2; 1] \cap (0; 1) = (0; 1)$.

Vậy tập hợp $[-2; 1] \cap (0; 1) = (0; 1)$ có biểu diễn trên trục số là hình dưới đây



Câu 4. Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.** $2x^2 - 3x \geq 1$.
- B.** $2x + y \leq 1$.
- C.** $3xy + 1 \leq 0$.
- D.** $3x + y = 1$.

Lời giải

Chọn B

+ Bất phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng:

$$ax + by > c; ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by \leq c \left(a^2 + b^2 \neq 0 \right)$$

+ Vậy bất phương trình $2x + y \leq 1$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 5. Cho góc α thoả mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\tan \alpha < 0$.

C. $\cos \alpha > 0$.

D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 6. Điểm $A(-1;3)$ thuộc miền nghiệm nào của bất phương trình

A. $x + 3y < 0$.

B. $x - 3y > 0$.

C. $-3x + 2y - 4 > 0$.

D. $2x + y - 4 > 0$.

Lời giải

Chọn C

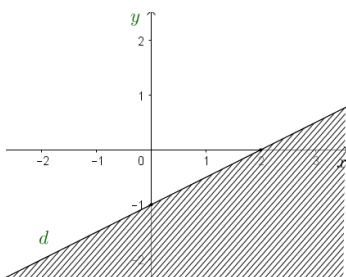
+ Ta có: $-1 + 3.3 < 0$ (sai) $\Rightarrow A(-1;3)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x + 3y < 0$.

+ Ta có: $-1 - 3.3 > 0$ (sai) $\Rightarrow A(-1;3)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - 3y > 0$.

+ Ta có: $-3.(-1) + 2.3 - 4 > 0$ (đúng) $\Rightarrow A(-1;3)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y - 4 > 0$.

+ Ta có: $2.(-1) + 3 - 4 > 0$ (sai) $\Rightarrow A(-1;3)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 4 > 0$.

Câu 7. Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng d) là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào dưới đây?



A. $2x - y < 0$.

B. $x - 2y < 2$.

C. $x - 2y \leq 2$.

D. $x - 2y > 1$.

Lời giải

Chọn B

d đi qua $A(0;-1)$ và $B(2;0)$ nên pt đt d : $x - 2y = 2$ loại A và D

Mặt khác miền nghiệm không chứa bờ d nên loại C

Câu 8. Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC là

A. $\sqrt{19}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. 7.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC} = 2^2 + 3^2 - 2.2.3.\cos 60^\circ = 7$.

Suy ra $BC = \sqrt{7}$.

Câu 9. Tam giác ABC có $\hat{B}=30^\circ$, $\hat{C}=45^\circ$, $AB=3$. Tính độ dài AC .

A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10. Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 34.

B. $7\sqrt{5}$.

C. 60.

D. 30.

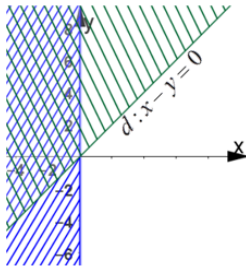
Lời giải

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

Câu 11. Phần không bị gạch, kẻ cả biên trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào ?



A. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x-y \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Ta có $AM = \frac{1}{2}AB$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Phần 2

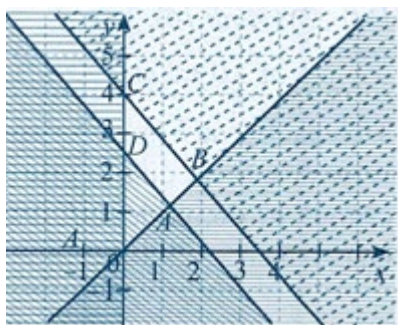
Câu 1

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết

$$\text{trong một ngày cho một người đàn ông là: } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right), C\left(0; \frac{91}{22}\right), D\left(0; \frac{28}{11}\right)$ ở Hình



c) Một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0, y_0 là $(x_0; y_0) = (1; 2)$.

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ lớn nhất

Câu 2. HD

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

b) Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{DB}| \Leftrightarrow AC = BD$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Phần 3

Lời giải câu 1

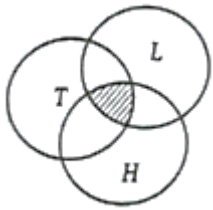
Điều kiện: $m+1 < 2m-1 \Leftrightarrow m > 2$

$$\text{Để } A \subset B \text{ thì } \begin{cases} m+1 > 0 \\ 2m-1 < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < \frac{7}{2}.$$

So điều kiện ta được $2 < m < \frac{7}{2}$. Vì m nguyên nên $m = 3$. Vậy có 1 giá trị m .

Câu 2. Gọi T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

Ta có: $|T \cup L \cup H| = |T| + |L| + |H| - |T \cap L| - |L \cap H| - |H \cap T| + |T \cap L \cap H|$
 $\Leftrightarrow 45 = 25 + 23 + 20 - 11 - 8 - 9 + |T \cap L \cap H|$
 $\Leftrightarrow |T \cap L \cap H| = 5$.



Vậy có 5 học sinh giỏi cả 3 môn.

Câu 3. Trả lời: $\frac{13}{4}$

Ta có: $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4 \cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$.

Câu 4.

Trả lời: -1

$$\begin{aligned} D &= (\cos 1^\circ + \cos 179^\circ) + (\cos 2^\circ + \cos 178^\circ) + \\ &\dots + (\cos 89^\circ + \cos 91^\circ) + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ \\ &= [\cos 1^\circ + \cos(180^\circ - 1^\circ)] + [\cos 2^\circ + \cos(180^\circ - 2^\circ)] + \dots + [\cos 89^\circ + \cos(180^\circ - 89^\circ)] + 0 - 1 \\ &= (\cos 1^\circ - \cos 1^\circ) + (\cos 2^\circ - \cos 2^\circ) + \dots + (\cos 89^\circ - \cos 89^\circ) - 1 \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 - 1 = -1. \end{aligned}$$

Câu 5 Trả lời: $\frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$

Lời giải

Đường thẳng $AB: \frac{x-0}{-1-0} = \frac{y-3}{2-3} \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$.

Đường thẳng $AC: \frac{x-0}{2-0} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$.

Đường thẳng $BC: \frac{x-2}{2-(-1)} = \frac{y-1}{1-2} \Leftrightarrow x + 3y - 5 = 0$.

Điều kiện cần và đủ để điểm M nằm bên trong tam giác ABC là điểm M cùng với mỗi đỉnh A, B, C lần lượt cùng phía với nhau đối với cạnh AB, AC, BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5) \cdot (1 \cdot m + 3 \cdot \frac{2m-1}{2} - 5) > 0 \\ (1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 - 3) \cdot (1 \cdot m + 1 \cdot \frac{2m-1}{2} - 3) > 0 \\ (1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 3) \cdot (1 \cdot m - 1 \cdot \frac{2m-1}{2} + 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{13}{8} \\ m < \frac{7}{4} \\ 14 > 0 (tm) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$$

Câu 6 Trả lời: 11

Lời giải

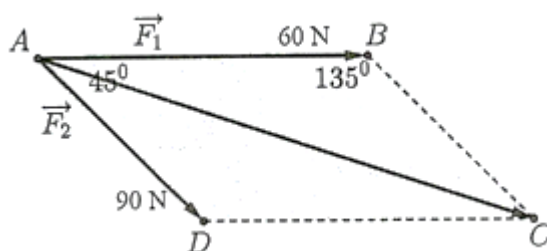
Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $8000x + 6000y \leq 150000$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là $8000x + 6000 \cdot 10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn Lan mua được là 11 quyển.

Trả lời Câu 7 $\approx 139,06 N$

Lời giải



Đặt $\vec{F}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{AD}$.

Vẽ hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Vì $\widehat{BAD} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 135^\circ$; $AD = 90 = BC$

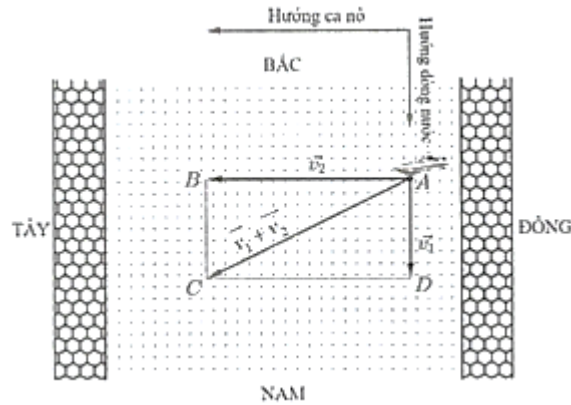
Theo định lí cosin ta có :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ \\ &= 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \approx 19336,75 \Rightarrow AC \approx 139,06. \end{aligned}$$

Vậy vector hợp lực của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có độ lớn là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \approx 139,06 N$.

Trả lời Câu 8 : xấp xỉ $36,4 km / h$.

Lời giải



Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vector vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước. Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

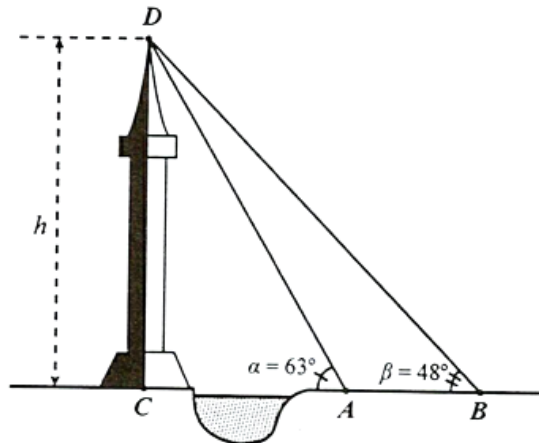
Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lí Py-ta-go: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4 \text{ km/h}$.

Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $36,4 \text{ km/h}$.

Trả lời Câu 9: khoảng $68,91 \text{ m}$

Lời giải



Ta có $\alpha = \widehat{D}_1 + \beta \Rightarrow \widehat{D}_1 = \alpha - \beta = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABD , ta có

$$\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \widehat{D}_1} \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin \widehat{D}_1} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91 \text{ m}$$

Trong tam giác vuông ACD , có

$$h = CD = AD \cdot \sin \alpha \approx 68,91 \text{ m}.$$

Vậy chiều cao của cái tháp khoảng $68,91 \text{ m}$.

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 ĐIỂM): Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Chọn khẳng định đúng.

- A. $-\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$. B. $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$. C. $\sqrt{10} \in \mathbb{R}$. D. $7 \notin \mathbb{N}$.

Câu 2. Bất phương trình nào dưới đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $-x+3 < 2y^2$. B. $x-2y \leq 0$. C. $x^2-2 \geq 0$. D. $x-y+4z < 0$.

Câu 3. Mệnh đề phủ định của mệnh đề: “ $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 > x-1$ ” là

- A. $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 \leq x-1$. B. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 \geq x-1$. C. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 \leq x-1$. D. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 > x-1$.

Câu 4. Vector có điểm đầu M điểm cuối N được kí hiệu như thế nào là đúng?

- A. $|\overrightarrow{MN}|$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. MN . D. $\overline{NM}$.

Câu 5. Dùng kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng để viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 2\}$ ta được

- A. $A = (-2; 1]$. B. $A = (-1; 2)$. C. $A = [-1; 2]$. D. $A = (-1; 2]$.

Câu 6. Xét tam giác ABC tùy ý, đường tròn ngoại tiếp tam giác có bán kính R , $BC = a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{a}{\sin A} = R$. B. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. C. $\frac{a}{\sin A} = 4R$. D. $\frac{a}{\sin A} = 3R$.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$. B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

Câu 8. Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 10. Tam giác ABC có $a = 20$, $b = 18$, $c = 10$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $S_{\triangle ABC} = 24\sqrt{14}$. B. $S_{\triangle ABC} = 48$. C. $S_{\triangle ABC} = 14$. D. $S_{\triangle ABC} = 24$.

Câu 11. Cho hai tập hợp $A = [-3; 5]$ và $B = (0; 7]$. Xác định tập hợp $A \cup B$.

- A. $[5; 7]$. B. $[-3; 0]$. C. $[-3; 7]$. D. $(0; 5)$.

Câu 12. Lớp 10A2 có 35 học sinh chơi cầu lông, 24 học sinh chơi bóng đá; trong đó có 10 học sinh chơi cả cầu lông và bóng đá. Hỏi lớp 10A2 có bao nhiêu học sinh?

- A. 50. B. 49. C. 48. D. 59.

II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (2,0 ĐIỂM): Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 3\text{cm}, b = 4\text{cm}, c = 5\text{cm}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$p = 12(\text{cm})$		
b)	$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$		
c)	$S_{ABC} = 6(\text{cm}^2)$.		
d)	$R = 3,5(\text{cm})$		

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 g thịt bò, 1100 g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán		
b)	Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác		
c)	Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(\text{kg})$ thịt bò và $y(\text{kg})$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).		
d)	Gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.		

III. TỰ LUẬN (5,0 ĐIỂM).

Câu 1: (2 điểm)

Cho tam giác ABC đều cạnh a . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Tính $|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NP}|$; $|\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}|$ và $|\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}|$

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$

Câu 2: (1 điểm).

Tìm miền nghiệm của bất phương trình sau: $3x - 4y \geq 3$

Câu 3 : (1 điểm)

Cho các tập hợp : $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (5x - 3x^2)(x^2 - 2x - 3) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 4\}$.

Tìm $A \cup B$; $A \setminus B$.

Câu 4: (1 điểm)

Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM và BN vuông góc với nhau, cạnh $AB=5$, góc $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	C	B	D	B	A	C	A	A	C	B

Câu 13:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Câu 14:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

I. PHẦN TỰ LUẬN: (5 điểm)

Bài 1: (2 điểm) Cho tam giác ABC đều cạnh a. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

a) Tính độ dài các vectơ sau: $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NP}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$

b) Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai vector $\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}$.

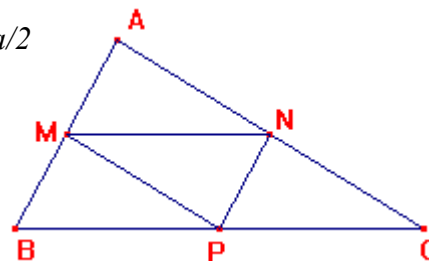
Giải

a) (0,5đ) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Suy ra độ dài bằng a/2 (Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$)

(0,5đ) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$. Suy ra độ dài bằng a/2

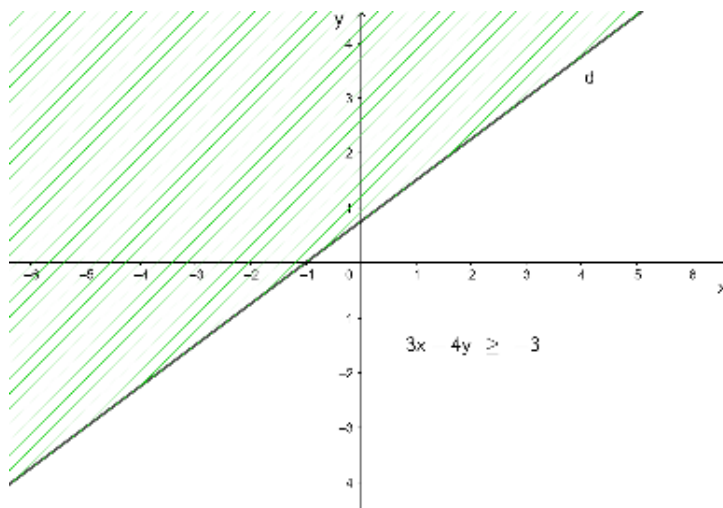
(0, 5đ) $|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NP}| = a \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}$ (0, 5đ)



Câu 2: (1 điểm) Tìm miền nghiệm của bất phương trình sau: $3x - 4y \geq 3$

(0,5đ) + Vẽ đường thẳng d: $3x - 4y = -3$. Lấy điểm O (0; 0). Ta có: $3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 = 0 > -3$.



(0,5đ) + Vậy miền nghiệm của bất phương trình $3x - 4y \geq -3$ là nửa mặt phẳng không bị gạch chứa điểm O (0; 0) kể cả đường thẳng d.

Câu 3 : (1 điểm)

Cho các tập hợp : $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (5x - 3x^2)(x^2 - 2x - 3) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 4\}$.

Tìm $A \cup B$; $A \setminus B$.

Giải: (0,25đ) + $A = \{0; 3\}$;

(0,25đ) + $B = \{-1; 0; 1\}$

(0,25đ) + $A \cup B = \{-1; 0; 1; 3\}$

$$(0,25đ) +) \quad A \setminus B = \{3\}$$

Câu 4: (1 điểm)

Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM và BN vuông góc với nhau, cạnh $AB=5$, góc $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

Giải :

(0,5đ) +) Chứng minh: Tam giác ABC có $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$. Hai đường trung tuyến AM và BN vuông góc với nhau khi và chỉ khi các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $a^2 + b^2 = 5c^2$

Thật vậy,

Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$.

$$\text{Ta có: } AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow AG^2 = \frac{4}{9} AM^2 = \frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9}$$

$$BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4} \Rightarrow GN^2 = \frac{1}{9} BN^2 = \frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36}$$

Trong tam giác $\triangle AGN$ ta có:

$$\begin{aligned} \cos \widehat{AGN} &= \frac{AG^2 + GN^2 - AN^2}{2 \cdot AG \cdot GN} = \frac{\frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9} + \frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36} - \frac{b^2}{4}}{2 \cdot \sqrt{\frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9}} \cdot \sqrt{\frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36}}} \\ &= \frac{\frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9} + \frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36} - \frac{b^2}{4}}{2 \cdot \sqrt{\frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9}} \cdot \sqrt{\frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36}}} = \frac{10c^2 - 2(a^2 + b^2)}{36 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2(b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2}{9}} \cdot \sqrt{\frac{c^2 + a^2}{18} - \frac{b^2}{36}}} = 0 \\ &\Rightarrow \widehat{AGN} = 90^\circ. \end{aligned}$$

(0,5đ) +) Vì $AM \perp BN \Rightarrow 5c^2 = a^2 + b^2$

$$\text{Trong tam giác } ABC, \text{ ta có } c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C \Rightarrow ab = \frac{2c^2}{\cos C}$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{25\sqrt{3}}{3}$$