

**Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm).**

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1:** Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $xy - y = 2$ .      B.  $3x - \sqrt{y} = -4$ .      C.  $\frac{2}{x} - y = 3$ .      D.  $3x - \frac{4}{5}y = 0$ .

**Câu 2:** Nghiệm tổng quát của phương trình  $2x - y = 3$  là

- A.  $(x; 2x - 3)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .      B.  $(x; 2x + 3)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
C.  $(x; 2y - 3)$  với mọi  $x, y \in \mathbb{R}$ .      D.  $(x; y)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 3:** Cặp số  $(2; -1)$  là nghiệm của hệ phương trình

- A.  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ .

**Câu 4:** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-2}{x} = \frac{2}{x^2+1}$  là

- A.  $x \neq 0; x \neq \pm 1$       B.  $x = 0; x = \pm 1$       C.  $x \neq 0; x \neq 1$       D.  $x \neq 0; x \neq -1$

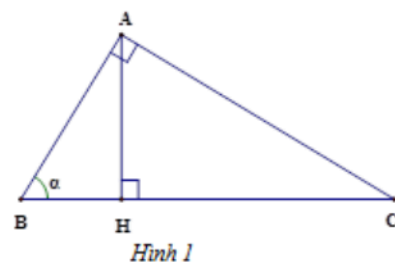
**Câu 5:** Nghiệm của bất phương trình  $-2x > -3x - 3$  là

- A.  $x \geq 3$ .      B.  $x > -3$ .      C.  $x \leq -3$ .      D.  $x < 3$ .

**Câu 6:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  và  $\widehat{B} = \alpha$  (Hình 1).

Tỉ số  $\frac{HA}{HB}$  bằng

- A.  $\sin \alpha$ .      B.  $\cos \alpha$ .      C.  $\tan \alpha$ .      D.  $\cot \alpha$ .



**Câu 7:** Tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$  thì

- A.  $MP = MN \cdot \cot P$ .      B.  $MP = NP \cdot \sin P$   
C.  $NP = MN \cdot \tan P$       D.  $NP = MP \cdot \cos P$ .

**Câu 8:** Giá trị của biểu thức  $A = \sin 12^\circ + \sin 13^\circ + \sin 14^\circ - \cos 78^\circ - \cos 77^\circ - \cos 76^\circ$  là

- A.  $-1$ .      B.  $0$ .      C.  $1$ .      D.  $2$ .

## II. Phần tự luận (8,0 điểm).

### Bài 1 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình  $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$ .

2) Giải bất phương trình  $(x+1)^2 - (x+1)(x+2) \geq -2$ .

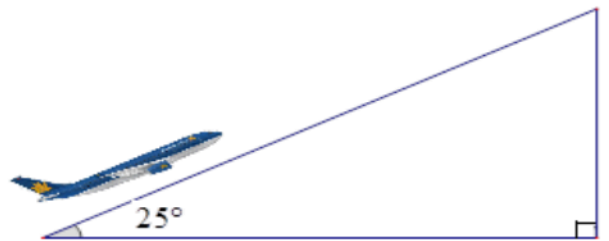
### Bài 2 (2,0 điểm). Giải các hệ phương trình (Không sử dụng phương pháp dùng máy tính cầm tay).

a) 
$$\begin{cases} 2(x-y) - 3(x+y) = -7 \\ 5(x-y) - 2(x+y) = -1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x^2}{3x+y-1} - \frac{4}{x-2} = 5 \\ 2x+y = -1 \end{cases}$$

### Bài 3 (3,0 điểm).

1) Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 350km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc  $25^\circ$  (Hình 2). Hỏi sau 3 phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng?



Hình 2

(làm tròn kết quả với độ chính xác 0,05).

2) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Từ  $H$  kẻ  $HE \perp AB, HF \perp AC$  ( $E \in AB, F \in AC$ ).

a) Biết  $AB = 3cm, AC = 4cm$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AH, HB$ .

b) Chứng minh  $EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C$ .

### Bài 4 (1,0 điểm).

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$ .

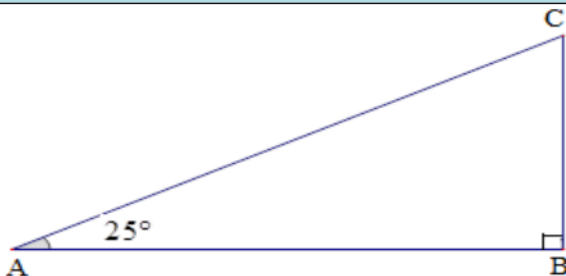
---- Hết ----

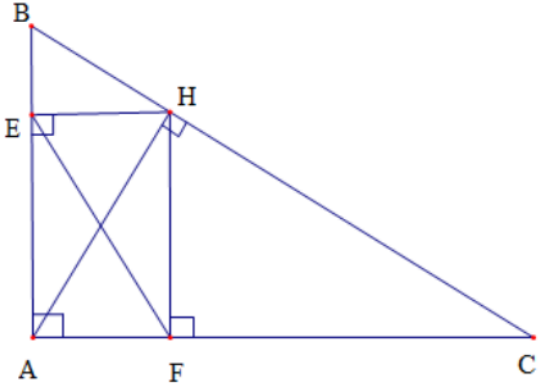
**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM****Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm).** *Mỗi đáp án đúng được 0,25 điểm.*

| Câu    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | D | A | C | C | B | C | A | B |

**II. Phần tự luận (8,0 điểm).**

| Bài                           | Đáp án                                                                                                                                                                                           | Điểm       |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1</b><br><b>(2,0 điểm)</b> | <b>1) Giải phương trình</b> $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$ .                                                                                                          | <b>1,0</b> |
|                               | Điều kiện xác định của phương trình là: $x \neq 2$ và $x \neq -2$ .                                                                                                                              | 0,25       |
|                               | $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{x^2-4}$ $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{(x-2)(x+2)}$ $\frac{(x-2)^2}{x+2} - \frac{x(x+2)}{x-2} = \frac{2(1-2x)}{(x-2)(x+2)}$ | 0,25       |
|                               | $(x-2)^2 - x(x+2) = 2(1-2x).$ $x^2 - 4x + 4 - x^2 - 2x = 2 - 4x.$ $-2x = -2.$                                                                                                                    | 0,25       |
|                               | $x = 1$ ( Thỏa mãn điều kiện xác định).<br>Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = 1$ .                                                                                                     | 0,25       |
|                               | <b>2) Giải bất phương trình</b> $(x+1)^2 - (x+1)(x+2) \geq -2$                                                                                                                                   | <b>1,0</b> |
|                               | $x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x + x + 2) \geq -2$                                                                                                                                                      | 0,25       |
|                               | $x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x - x - 2 \geq -2$ $-x \geq -1$                                                                                                                                           | 0,25       |
|                               | $x \leq 1$                                                                                                                                                                                       | 0,25       |
|                               | Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 1$                                                                                                                                                    | 0,25       |
|                               | <b>Giải các hệ phương trình sau:</b><br><b>a)</b> $\begin{cases} 2(x-y) - 3(x+y) = -7 \\ 5(x-y) - 2(x+y) = -1 \end{cases}$                                                                       | <b>1,0</b> |
|                               | $\begin{cases} 2x - 2y - 3x - 3y = -7 \\ 5x - 5y - 2x - 2y = -1 \end{cases}$                                                                                                                     | 0,25       |
|                               | $\begin{cases} -x - 5y = -7 \\ 3x - 7y = -1 \end{cases}$                                                                                                                                         | 0,25       |

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2<br>(2,0 điểm) | $\begin{cases} x = 7 - 5y & (1) \\ 3x - 7y = -1 & (2) \end{cases}$ <p>Thay <math>x = 7 - 5y</math> vào (2) ta được <math>3(7 - 5y) - 7y = -1</math><br/>Suy ra <math>y = 1</math></p>                                                                                   | 0,25 |
|                 | <p>Thay <math>y = 1</math> vào (1) ta được <math>x = 2</math><br/>Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất<br/><math>(x; y) = (2; 1)</math></p>                                                                                                                | 0,25 |
|                 | <p>b) <math display="block">\begin{cases} \frac{x^2}{3x + y - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5 \\ 2x + y = -1 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                            | 1,0  |
|                 | <p>Điều kiện: <math>3x + y - 1 \neq 0; x \neq 2</math></p>                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                 | $\begin{cases} \frac{x^2}{x + 2x + y - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5 & (3) \\ 2x + y = -1 & (4) \end{cases}$ <p>Thay <math>2x + y = -1</math> vào (3) ta được</p> $\frac{x^2}{x - 1 - 1} - \frac{4}{x - 2} = 5$                                                              | 0,25 |
|                 | $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 5$ $x + 2 = 5$ $x = 3$                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                 | <p>Thay <math>x = 3</math> vào (4) ta được <math>y = -7</math><br/>Ta có <math>x = 3</math> và <math>y = -7</math> thỏa mãn điều kiện<br/>Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất<br/><math>(x; y) = (3; -7)</math></p>                                       | 0,25 |
|                 | <p><b>1) Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 350 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc <math>25^\circ</math> (Hình 2). Hỏi sau 3 phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (làm tròn kết quả với độ chính xác 0,05).</b></p> | 1,0  |
|                 |                                                                                                                                                                                      |      |

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 3<br>(3,0 điểm) | <p>Quãng đường máy bay bay trong 3 phút là</p> $AC = 350 \cdot \frac{3}{60} = 17,5 (km)$                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                 | <p>Xét <math>\triangle ABC</math> vuông tại B có</p> $BC = AC \cdot \sin A$                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|                 | $= 17,5 \cdot \sin 25^\circ$ $\approx 7,4 (km)$ <p>Vậy sau 3 phút máy bay bay lên cao được 7,4 km.</p>                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,5  |
|                 | <p><b>2) Cho <math>\triangle ABC</math> vuông tại A, đường cao AH. Từ H kẻ <math>HE \perp AB, HF \perp AC</math> (<math>E \in AB, F \in AC</math>).</b></p> <p><b>a) Biết <math>AB = 3cm, AC = 4cm</math>. Tính độ dài các đoạn thẳng AH, HB.</b></p> <p><b>b) Chứng minh <math>EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C</math>.</b></p> |      |
|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
|                 | <p><b>a) Biết <math>AB = 3cm, AC = 4cm</math>. Tính độ dài các đoạn thẳng AH, HB.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                              | 1,0  |
|                 | <p><math>\triangle ABC</math> vuông tại A có <math>BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2</math><br/> <math>BC = 5cm</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                 | <p><math>\triangle HBA</math> và <math>\triangle ABC</math> có <math>\widehat{BHA} = \widehat{BAC} = 90^\circ</math>; <math>\widehat{B}</math> chung<br/> <math>\triangle HBA \sim \triangle ABC</math> (g.g)</p>                                                                                                                                      | 0,25 |
|                 | $\frac{HB}{AB} = \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$ $\frac{HB}{3} = \frac{AH}{4} = \frac{3}{5}$ $HB = \frac{9}{5} cm$                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|                 | $AH = \frac{12}{5} cm$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                 | <p><b>b) Chứng minh <math>EA \cdot EB + AF \cdot FC = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C</math>.</b></p> <p>Chứng minh <math>\triangle HEB \sim \triangle AEH</math> (g.g)</p>                                                                                                                                                                                 | 1,0  |

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |            |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|                               | $\frac{EH}{AE} = \frac{BE}{EH}$ $AE \cdot BE = EH^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |
|                               | <p>Chứng minh <math>\triangle HFA \sim \triangle CFH</math> (g.g)</p> $\frac{HF}{AF} = \frac{CF}{HF}$ $AF \cdot CF = HF^2$                                                                                                                                                                                                                  | 0,25       |
|                               | <p>chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật từ đó suy ra <math>EF = AH</math>.</p> <p><math>\triangle EHF</math> vuông tại H suy ra <math>EF^2 = HE^2 + HF^2</math></p> <p><math>\triangle AHC</math> vuông tại H có đường cao HF nên <math>\cos C = \frac{FC}{CH} = \frac{CH}{AC}</math></p> <p>Suy ra <math>CH^2 = CA \cdot CF</math></p> | 0,25       |
|                               | <p>Ta có</p> $AE \cdot BE + AF \cdot CF = EH^2 + HF^2 = EF^2 = AH^2$ $= \frac{HC^2}{AC^2} \cdot AH^2 = CA \cdot CF \cdot \tan^2 C.$                                                                                                                                                                                                         | 0,25       |
| <b>4</b><br><b>(1,0 điểm)</b> | <p><b>Cho <math>a, b, c</math> là các số thực dương tùy ý.</b></p> <p><b>Chứng minh rằng <math>\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c</math>.</b></p>                                                                                                                                                                 | <b>1,0</b> |
|                               | <p>Ta chứng minh <math>\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c \geq 0</math></p> $VT = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} - a - b - c$ $= \left( \frac{a^2}{b} - 2a + b \right) + \left( \frac{b^2}{c} - 2b + c \right) + \left( \frac{c^2}{a} - 2c + a \right)$                                               | 0,5        |
|                               | $= \left( \frac{a^2 - 2ab + b^2}{b} \right) + \left( \frac{b^2 - 2bc + c^2}{c} \right) + \left( \frac{c^2 - 2ca + a^2}{a} \right)$                                                                                                                                                                                                          | 0,25       |
|                               | $= \frac{(a-b)^2}{b} + \frac{(b-c)^2}{c} + \frac{(c-a)^2}{a} \geq 0 \text{ với mọi số thực dương } a, b, c.$ <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b = c</math>.</p> <p>Vậy với mọi <math>a, b, c</math> là các số thực dương tùy ý thì</p> $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c.$                                       | 0,25       |

**Lưu ý:**

- Trên đây là sơ lược các bước giải, yêu cầu HS lập luận chặt chẽ khi trình bày bài.
- Các cách giải khác đúng và logic vẫn cho điểm tối đa.