

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Giám thị: .....

**Phần I. Trắc nghiệm (3,0 điểm)**

**1. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn (2,0 điểm)** Từ câu 1 đến câu 8, hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1.** Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $x + 0y = -2$ .      B.  $3x + y(y - 2) = 1$ .      C.  $0x - 0y = 3$ .      D.  $\frac{1}{x} + 2y = -3$ .

**Câu 2.** Biết hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$ . Kết quả của phép tính  $x + y$  bằng

- A. 5.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 3.** Hệ phương trình nào sau đây có vô số nghiệm?

- A.  $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 5y = 10 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} 6x - 3y = -9 \\ -2x + y = 3 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ -3x - y = 2 \end{cases}$ .

**Câu 4.** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{5}{x^2 - 5x} - \frac{x}{2x^2 - 50} = \frac{x - 5}{2x^2 + 10x}$  là

- A.  $x \neq 5$ .      B.  $x \neq -5, x \neq 0$  và  $x \neq 5$ .      C.  $x \neq -5$  và  $x \neq 5$ .      D.  $x \neq -5$ .

**Câu 5.** Giá trị các hệ số  $x, y$  trong phản ứng hóa học đã được cân bằng  $3Fe + xO_2 \rightarrow yFe_3O_4$  là

- A.  $x = 1, y = 2$ .      B.  $x = 2, y = 1$ .      C.  $x = 4, y = 3$ .      D.  $x = 3, y = 4$ .

**Câu 6.** Nghiệm của phương trình  $(x + 1)(x - 2) = 0$  là:

- A.  $x = 1$  và  $x = -2$ .      B.  $x = 1$  và  $x = 2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -1$  và  $x = 2$ .

**Câu 7.** Cho  $0 < \alpha < 90^\circ$ , khi đó ta có

- A.  $\sin \alpha = \cos \alpha$ .      B.  $\cot \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ .      C.  $\cot \alpha = \tan \alpha$ .      D.  $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ .

**Câu 8.** Cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$ , có  $\widehat{N} = 60^\circ; MN = 9cm$ . Khi đó

- A.  $NP = 18cm$ .      B.  $NP = 6\sqrt{3}cm$ .      C.  $NP = \frac{1}{2}cm$ .      D.  $NP = 9\sqrt{3}cm$ .

**2. Trắc nghiệm đúng sai (1,0 điểm)**

Trong mỗi ý a), b), c), d), ở câu 9 học sinh chỉ trả lời đúng hoặc sai và ghi chữ “Đúng” hoặc “Sai” đó vào bài làm.

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có độ dài các cạnh  $AC = 6cm; BC = 12cm$ .

a)  $\cot C = \frac{AB}{AC}$ .

b)  $\widehat{B} = 30^\circ$ .

c)  $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

d)  $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$ .

**Phần II: Tư luận** (7,0 điểm)

**Bài 1** (1,75 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a)  $3x(x-1) + x^2 - 1 = 0$ ;

b)  $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3-x} = \frac{x^2+3x}{x^2-9}$ ;

c)  $\frac{x-2}{3} - x \geq \frac{2x-1}{2} - 1$ .

**Bài 2** (1,25 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào bể nước cạn thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 45 phút rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai trong nửa giờ nữa thì chảy được  $\frac{1}{3}$  bể. Hỏi nếu mở chảy riêng từng vòi thì sau bao lâu chảy đầy bể?

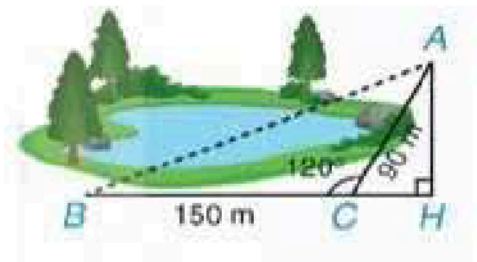
**Bài 3** (3,0 điểm)

1.

Một bạn muốn tính khoảng cách giữa hai địa điểm  $A, B$  ở hai bên hồ nước. Biết rằng các khoảng cách từ một điểm  $C$  đến điểm  $A$  và đến điểm  $B$  là  $CA = 90\text{ m}$ ,  $CB = 150\text{ m}$  và  $\widehat{ACB} = 120^\circ$  (hình vẽ bên).

a) Tính  $AH$ .

b) Tính  $AB$  giúp bạn.



2. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  biết  $AB = 2\text{ cm}$ ,  $AC = 4\text{ cm}$ .

a) Tính  $\widehat{BAC}$  và độ dài cạnh  $BC$ .

b) Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $H$ . Từ  $C$  kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng  $AH$  tại  $K$ , cắt tia  $AB$  tại  $D$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $DH$  và  $AC$ . Viết tỉ số lượng giác  $\cos \widehat{BDH}$  và chứng minh  $DB \cdot DA = DH \cdot DI$ .

c) Chứng minh  $DK = DH \cdot \sin \widehat{DBK}$ .

**Bài 4** (1,0 điểm)

a) Giải phương trình:  $(x^2 + 3)^2 + 5x(x^2 + 3) + 4x^2 = 0$ .

b) Cho ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2 \geq y^2 + z^2$ .

$$\text{Chứng minh } \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + 506x^2 \left( \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \geq 2025$$

-----Hết-----

## I. Hướng dẫn chung:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì cho điểm tương đương.
- Bài hình (tự luận) bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu hình vẽ sai ở phần nào thì không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

## II. Đáp án và thang điểm:

### Phần I: Trắc nghiệm (3,0 điểm)

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn:** Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

| Câu    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | A | C | C | B | B | D | D | A |

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai:

| 9a  | 9b   | 9c   | 9d  |
|-----|------|------|-----|
| Sai | Đúng | Đúng | Sai |

Chọn chính xác 1 ý được 0,1 điểm.

Chọn chính xác 2 ý được 0,25 điểm.

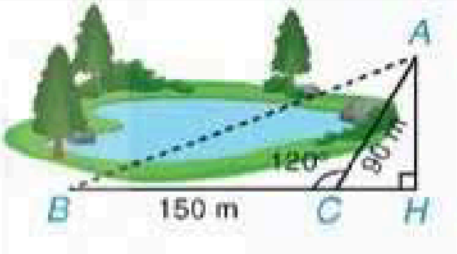
Chọn chính xác 3 ý được 0,5 điểm.

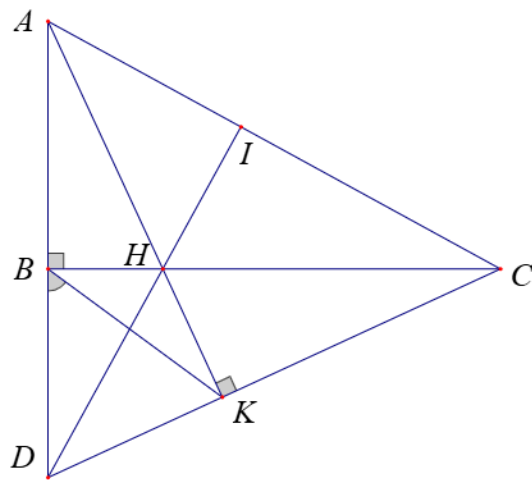
Chọn chính xác 4 ý được 1 điểm.

### Phần II. Tự luận (7,0 điểm)

| Bài                 | Nội dung                                                                                                                                                                                    | Điểm |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>1</b>            | <p>a) <math>3x(x-1) + x^2 - 1 = 0</math>;</p> <p>b) <math>\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3-x} = \frac{x^2+3}{x^2-9}</math>;</p> <p>c) <math>\frac{x-2}{3} - x \geq \frac{2x-1}{2} - 1</math>.</p> |      |
| <b>a</b><br>(0,5đ)  | $3x(x-1) + x^2 - 1 = 0$<br>$(x-1)(4x+1) = 0$                                                                                                                                                | 0,25 |
|                     | $x-1=0$ hoặc $4x+1=0$<br>$x=1$ hoặc $x=-\frac{1}{4}$ .                                                                                                                                      | 0,25 |
|                     | Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=1$ ; $x=-\frac{1}{4}$                                                                                                                           |      |
| <b>b</b><br>(0,75đ) | $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3-x} = \frac{x^2+3x}{x^2-9}$ ;<br>ĐKXĐ: $x \neq 3$ và $x \neq -3$                                                                                                 | 0,25 |
|                     | $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3-x} = \frac{x^2+3x}{(x-3)(x+3)}$ $\frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+3x}{(x-3)(x+3)}$                                              | 0,25 |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                            | $\frac{x-3+2x+6}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+3x}{(x-3)(x+3)}$ $3x+3 = x^2+3x$                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|                            | $x^2-3=0$ $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$ $x=\sqrt{3} \text{ (thỏa mãn ĐKXD)}$ $x=-\sqrt{3} \text{ thỏa mãn ĐKXD)}$ <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là: <math>x=\sqrt{3}</math> và <math>x=-\sqrt{3}</math></p>                                                                                                       | 0,25 |
| <b>c</b><br><b>(0,5đ)</b>  | $\frac{x-2}{3} - x \geq \frac{2x-1}{2} - 1$ $\frac{2(x-2)}{6} - \frac{6x}{6} + \frac{6}{6} \geq \frac{3(2x-1)}{6}$ $2x-4-6x \geq 6x-3-6$                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                            | $-10x \geq -5$ $x \leq \frac{1}{2}$ <p>Vậy nghiệm của bất phương trình là <math>x \leq \frac{1}{2}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                            | Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{1}{2}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
| <b>2</b><br><b>(1,25đ)</b> | Hai vòi nước cùng chảy vào bể nước cạn thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 45 phút rồi khóa lại và mở tiếp vòi thứ hai trong nửa giờ nữa thì chảy được $\frac{1}{3}$ bể. Hỏi nếu mở chảy riêng từng vòi thì sau bao lâu chảy đầy bể?                                                                            |      |
|                            | <p>Đổi 45 phút = <math>\frac{3}{4}</math> giờ</p> <p>Gọi thời gian vòi vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là: <math>x</math> (giờ)</p> <p>Thời gian thời gian vòi vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là: <math>y</math> (giờ) ( điều kiện <math>x &gt; 2; y &gt; 2</math> )</p>                                                      | 0,25 |
|                            | <p>Trong 1 giờ, vòi vòi thứ nhất chảy được <math>\frac{1}{x}</math> (phần bể)</p> <p>Trong 1 giờ, vòi vòi thứ hai chảy được <math>\frac{1}{y}</math> (phần bể)</p> <p>Vì trong 1 giờ cả hai vòi chảy được <math>\frac{1}{2}</math> (phần bể)</p> <p>Nên ta có: <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}</math> (1)</p> | 0,25 |
|                            | <p>Nếu mở vòi thứ nhất trong 45 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai trong nửa giờ thì cả hai vòi chảy được <math>\frac{1}{3}</math> bể</p> <p>Nên ta có phương trình: <math>\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{3}</math> (2)</p>                                                      | 0,25 |
|                            | Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$                                                                                                                                      | 0,25 |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                             | Giải hệ phương trình ta tìm được $x = 3; y = 6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|                             | $x = 3; y = 6$ (thỏa mãn điều kiện của ẩn)<br>Kết luận.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
| <b>3.1</b><br><b>(1,0đ)</b> | Một bạn muốn tính khoảng cách giữa hai địa điểm $A, B$ ở hai bên hồ nước. Biết rằng các khoảng cách từ một điểm $C$ đến $A$ và đến $B$ là $CA = 90\text{ m}$ , $CB = 150\text{ m}$ và $\widehat{ACB} = 120^\circ$ (hình vẽ bên).<br>a) Tính $AH$ .<br>b) Tính $AB$ giúp bạn.                                                                                                                                                   |      |
|                             |  <p>Ta có:<br/> <math>\widehat{ACB} + \widehat{ACH} = 180^\circ</math> ( hai góc kề bù)<br/> Suy ra : <math>\widehat{ACH} = 60^\circ</math><br/> Xét <math>\triangle ACH</math> vuông tại <math>H</math> có<br/> <math>AH = AC.\sin \widehat{ACH}</math> (hệ thức về cạnh và góc)<br/> <math>AH = 90.\sin 60^\circ = 45\sqrt{3}(m)</math></p> | 0,25 |
|                             | $AH = 90.\sin 60^\circ = 45\sqrt{3}(m)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                             | Xét $\triangle ACH$ vuông tại $H$ có<br>$CH = AC.\cos \widehat{ACH} = 90.\cos 60^\circ = 45(m)$ (hệ thức về cạnh và góc)<br>$BH = BC + CH = 195(m)$                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|                             | Xét $\triangle ABH$ vuông tại $H$ theo định lý Pythagore ta có<br>$AB^2 = BH^2 + AH^2$<br>$AB^2 = 44100$<br>$AB = 210(m)$<br>Vậy $AB = 210(m)$                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
| <b>3.2</b>                  | Cho tam giác $ABC$ vuông tại $B$ biết $AB = 2\text{ cm}$ , $AC = 4\text{ cm}$ .<br>a) Tính $\widehat{BAC}$ và độ dài cạnh $BC$ .<br>b) Trên cạnh $BC$ lấy điểm $H$ . Từ $C$ kẻ đường thẳng vuông góc với $AH$ tại $K$ , cắt tia $AB$ tại $D$ . Gọi $I$ là giao điểm của $DH$ và $AC$ . Viết tỉ số lượng giác $\cos \widehat{BDH}$ và chứng minh $DB.DA = DH.DI$ .<br>c) Chứng minh $DK = DH.\sin \widehat{DBK}$ .              |      |



|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>a</b><br>(1,0đ) | Xét $\triangle ABC$ vuông tại $B$ có $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$ (định nghĩa TSLG)                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                    | $\cos \widehat{BAC} = \frac{2}{4} \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ$                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                    | Lại có $BC = AC \cdot \sin \widehat{BAC}$ (hệ thức cạnh và góc)                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                    | $BC = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}cm$ . Vậy $\widehat{BAC} = 60^\circ; BC = 2\sqrt{3}cm$ .                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
| <b>b</b><br>(0,5đ) | Xét $\triangle BHD$ vuông tại $B$ có $\cos \widehat{BDH} = \frac{BD}{DH}$ (định nghĩa TSLG)                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|                    | $\triangle ADC$ có $AK, CB$ là hai đường cao cắt nhau tại $H$<br>nên $H$ là trực tâm của $\triangle ADC$ , do đó $DH \perp AC$ tại $I$<br>Xét $\triangle ADI$ vuông tại $I$ có $\cos \widehat{ADI} = \frac{DI}{DA}$<br>Suy ra: $\frac{DB}{DH} = \frac{DI}{DA}$ , do đó: $DB \cdot DA = DH \cdot DI$            | 0,25 |
| <b>c</b><br>(0,5đ) | Tương tự ta có $DK \cdot DC = DH \cdot DI$ nên $DB \cdot DA = DK \cdot DC$<br>Lại có $\widehat{ADC}$ chung nên $\triangle DBK \sim \triangle DCA (c.g.c) \Rightarrow \widehat{DBK} = \widehat{DCA}$                                                                                                            | 0,25 |
|                    | Xét $\triangle DHK$ vuông tại $K$ có $DK = DH \cdot \sin \widehat{DHK}$<br>Lại có $\widehat{DCA} = \widehat{DHK}$ (cùng phụ với $\widehat{IDC}$ ) $\Rightarrow DK = DH \cdot \sin \widehat{DBK}$                                                                                                               | 0,25 |
| <b>4</b><br>(1,0đ) | Giải phương trình: $(x^2 + 3)^2 + 5x(x^2 + 3) + 4x^2 = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
| <b>a</b><br>(0,5đ) | $(x^2 + 3)^2 + 5x(x^2 + 3) + 4x^2 = 0$<br>$(x^2 + 3)^2 + x(x^2 + 3) + 4x(x^2 + 3) + 4x^2 = 0$<br>$\left[ (x^2 + 3)^2 + x(x^2 + 3) \right] + \left[ 4x(x^2 + 3) + 4x^2 \right] = 0$<br>$(x^2 + 3)(x^2 + 3 + x) + 4x(x^2 + 3 + x) = 0$<br>$(x^2 + 3 + x)(x^2 + 3 + 4x) = 0$<br>$(x^2 + x + 3)(x + 1)(x + 3) = 0$ | 0,25 |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                           | <p>Suy ra <math>x^2 + x + 3 = 0</math> hoặc <math>(x + 1) = 0</math> hoặc <math>(x + 3) = 0</math></p> <p>* <math>(x + 1) = 0</math><br/> <math>x = -1</math></p> <p>* <math>(x + 3) = 0</math><br/> <math>x = -3</math></p> <p>* <math>x^2 + x + 3 = \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + \frac{11}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} &gt; 0</math></p> <p>Nên phương trình <math>x^2 + x + 3 = 0</math> vô nghiệm<br/>         Vậy phương trình có 2 nghiệm: <math>x = -1</math> và <math>x = -3</math>.</p> | 0,25 |
| <b>b</b><br><b>(0,5đ)</b> | <p>Cho ba số dương <math>x, y, z</math> thỏa mãn <math>x^2 \geq y^2 + z^2</math>.</p> <p>Chứng minh <math>\frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + 506x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq 2025</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|                           | <p>Ta có <math>(a - b)^2 \geq 0 \forall a, b &gt; 0 \Leftrightarrow (a + b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a + b}</math>.</p> <p>Áp dụng BĐT trên ta được</p> $\frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + 506x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq \frac{y^2 + z^2}{x^2} + 506x^2 \cdot \frac{4}{y^2 + z^2} = \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{2024x^2}{y^2 + z^2}$                                                                                                                               | 0,25 |
|                           | $= \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} + \frac{2023x^2}{y^2 + z^2} \geq 2 + 2023 = 2025 \text{ (vì } x^2 \geq y^2 + z^2)$ <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi <math>x = \sqrt{2}y = \sqrt{2}z</math></p> <p>Vậy <math>\frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + 506x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq 2025</math></p>                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |