

PHẦN I (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0;-3)$, $B(2;1)$, $D(5;5)$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $C(-3;-1)$. B. $C(3;1)$. C. $C(7;9)$. D. $C(-7;-9)$.

Câu 2: Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2024 > 0$ ".

- A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2024 < 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2024 \leq 0$.
C. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2024 \leq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2024 < 0$.

Câu 3: Xét tam giác ABC tùy ý có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

Câu 4: Sử dụng các kí hiệu khoảng, đoạn để viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 9\}$, ta được:

- A. $A = (9; +\infty)$. B. $A = (-\infty; 9)$. C. $A = (-\infty; 9]$. D. $A = [9; -\infty)$.

Câu 5: Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Hỏi trung bình mỗi học sinh chạy 50m hết bao lâu?

- A. 8,53. B. 8,50. C. 4. D. 8,54.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{m} = (3; -4)$. Khi đó $|\vec{m}|$ bằng:

- A. 25. B. $(3; 4)$. C. 5. D. -1.

Câu 7: Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(4; -3)$ và $N(-2; 0)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$ là:

- A. $(-2; 3)$. B. $(-6; 3)$. C. $(6; -3)$. D. $(2; -3)$.

Câu 10: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $x^2 + y^2 < 2$. B. $2x^2 + 3y > 0$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $x + y \geq 0$.

Câu 11: Điểm thi toán cuối năm của một nhóm gồm 7 học sinh lớp 10 là 1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Số trung vị của dãy số liệu đã cho là

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 12: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

PHẦN II (4 0 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , có cạnh bằng 2. Biết M là trung điểm của AB . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{DM}$.
- b) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$.
- d) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$.

Câu 2: Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\sin \alpha > 0$
- b) $\cot(180^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$
- c) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- d) $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 3: Cho hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
 và biểu thức $F = 3x + 5y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm $B\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{4}\right)$ là điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình thỏa mãn $F = 3x + 5y$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
 là miền tam giác.

c) Miền nghiệm của bất phương trình $5x - y \geq -4$ là nửa mặt phẳng bờ là $d: 5x - y = -4$ và chứa gốc tọa độ O , kể cả bờ.

d) Điểm $M(1; 2024)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 4: Cho đoạn $A = [-5; -2]$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 2\}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $A \setminus B = [-5; -3]$
- b) $A \cap B = (-3; -2)$
- c) $A \cup B = [-5; 2)$
- d) $B = (-3; 2)$

PHẦN III (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác ABC cân tại A , $\widehat{A} = 120^\circ$ và $AB = 2$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; -4)$, $B(-2; 2)$ và $C(-5; 4)$. Biết rằng tồn tại điểm $M(a; b)$ thuộc trục Ox thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức: $T = 2a + b$

Câu 3: Một xưởng sản xuất có hai máy, sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 300 nghìn đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại I cần máy thứ nhất làm việc trong 1 giờ và máy thứ hai làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại II cần máy thứ nhất làm việc trong 2 giờ và máy thứ hai làm việc trong 1 giờ. Mỗi máy không đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc. Một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị nghìn đồng)?

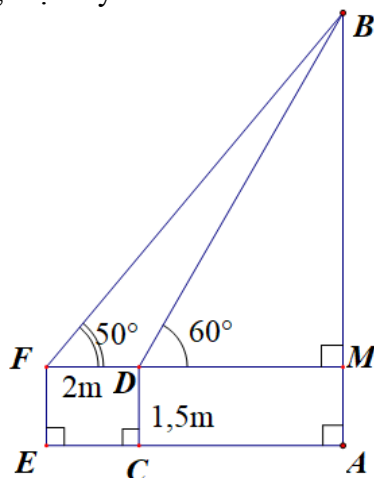
Câu 4: Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra định kì môn Toán của 42 học sinh như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	14	8	4	3	1

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 5: Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh chỉ chơi một môn thể thao?

Câu 6: Trong vườn nhà ông An có trồng một cây xanh AB có chiều cao h (tham khảo hình vẽ).



Mùa mưa bão sắp đến, để đảm bảo an toàn cho ngôi nhà của mình (không bị cây xanh AB ngã vào nhà khi bị bão làm bật gốc) ông An cần đo chiều cao của cây để so sánh khoảng cách từ gốc cây đến nhà so với chiều cao của cây. Bằng kiến thức toán học của mình ông An nghĩ ra cách đo như sau: Từ vị trí D cách mặt đất $1,5m$, ông An sử dụng thiết bị tự chế để nhìn được ngọn B của cây AB dưới một góc có số đo 60° so với phương nằm ngang. Sau đó, ông An di chuyển đến điểm F cách D một khoảng $2m$ (như hình vẽ), từ điểm F ông An nhìn ngọn B của cây dưới một góc bằng 50° . Hãy tính chiều cao h của cây AB , giả sử rằng cây AB vuông góc với mặt đất. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

----- HẾT -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. Giám thị không giải thích gì thêm.

PHẦN I (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai vector $\vec{a} = (5; -6)$, $\vec{b} = (3; -4)$. Kết quả của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là

- A. -9. B. -39. C. 9 D. 39.

Câu 2: Kết quả kiểm tra môn Toán lớp 10 gồm 40 học sinh của một lớp được thống kê theo bảng sau

Điểm	6	7	8	9	10
Tần số	10	5	19	4	2

Một của bảng số liệu trên là

- A. 19. B. 8. C. 2. D. 10.

Câu 3: Cho tam giác ABC với $A(3; -1)$, $B(-4; 2)$, $C(4; 3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

- A. $D(3; 6)$. B. $D(-3; -6)$. C. $D(-3; 6)$. D. $D(3; -6)$.

Câu 4: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- A. "16 là số chính phương". B. " $x^2 + x - 2 = 0$ ".
C. "20 là số chẵn". D. "21 là số nguyên tố".

Câu 5: Cho tập $A = [-2; 5)$ và $B = [0; +\infty)$. Tìm $A \cup B$.

- A. $A \cup B = [-2; +\infty)$. B. $A \cup B = [-2; 0)$. C. $A \cup B = [0; 5)$. D. $A \cup B = [5; +\infty)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1; 3)$ và $B(2; 1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(-3; -2)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

Câu 7: Tam giác nhọn ABC có $AB = 3$, $AC = \sqrt{3}$ và $\hat{A} = 30^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $BC = 3$. B. $BC = \sqrt{3}$. C. $BC = 6$. D. $BC = 9$.

Câu 8: Cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A. $x - y < 0$. B. $x - 3y + 7 < 0$. C. $4x > 3y$. D. $2x - 3y - 1 > 0$.

Câu 9: Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$, B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$,
C. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$. D. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$,

Câu 10: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng:

- A. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$. C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$. D. $2\overrightarrow{GM}$.

Câu 11: Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

- A. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$. B. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Kết quả kiểm tra 15 phút môn Toán của 100 em học sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	3	5	11	17	30	19	10	5	100

Giá trị trung bình cộng của bảng phân bố tần số nói trên là

- A. 7,12. B. 6,88. C. 7,22. D. 6,5.

PHẦN II (4 0 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
 là miền tam giác.

b) Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 5$ là nửa mặt phẳng bờ là $d : 2x + y = 5$ và chứa điểm $A(2; 2)$, kể cả bờ.

c) Giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 2x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
 bằng 10.

d) Điểm $M(1; 2)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

c) $\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

d) $\cos \alpha < 0$

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , có cạnh bằng 4. Biết M là trung điểm của AB . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = 90^\circ$.

d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.

Câu 4: Cho đoạn $A = [-5; -2]$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 2\}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) $A \cap B = (-3; -2)$

b) $B = (-3; 2)$

c) $A \cup B = [-5; 2)$

d) $A \setminus B = [-5; -3]$

PHẦN III (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một xưởng sản xuất có hai máy, sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 250 nghìn đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 350 nghìn đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại I cần máy thứ nhất làm việc trong 1 giờ và máy thứ hai làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại II cần máy thứ nhất làm việc trong 2 giờ và máy thứ hai làm việc trong 1 giờ. Mỗi máy không đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc. Một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị nghìn đồng)?

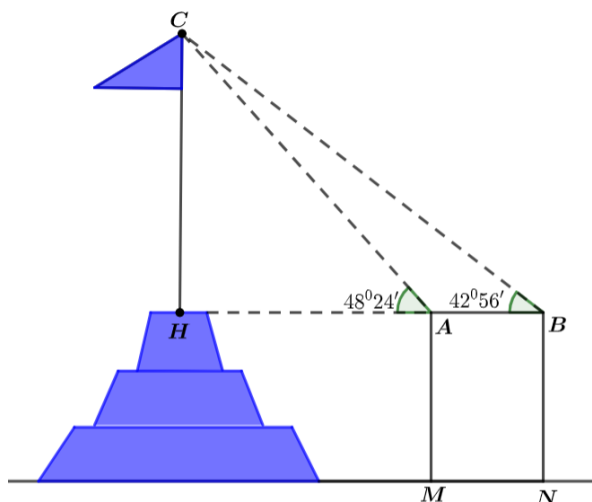
Câu 2: Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra định kì môn Toán của 40 học sinh như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 3: Cho tam giác ABC cân tại A , $\hat{A} = 60^\circ$ và $AB = 4$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Câu 4: Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm hai cọc AM và BN cao 1,5 mét so với mặt đất. Hai cọc này song song và cách nhau 10 mét và thẳng hàng so với trục cột cờ (Hình vẽ minh họa).



Đặt giác kế tại đỉnh A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta được các góc lần lượt là $48^\circ 24'$ và $42^\circ 56'$ so với đường song song mặt đất. Hỏi chiều cao của cột cờ bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)?

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; -4)$, $B(-2; 2)$ và $C(7; 4)$. Biết rằng tồn tại điểm $M(a; b)$ thuộc trục Ox thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức: $T = 3a + b$

Câu 6: Một lớp học có 30 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh của lớp đó?

----- HẾT -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. Giám thị không giải thích gì thêm.

I. ĐÁP ÁN

CÂU	Mã đề 102	Mã đề 103	Mã đề 104	Mã đề 105
Phần I				
1	C	D	D	C
2	C	B	B	D
3	C	C	A	D
4	C	B	B	C
5	A	A	C	B
6	C	D	A	A
7	B	B	A	B
8	A	A	A	D
9	B	C	D	A
10	D	A	A	B
11	A	C	A	A
12	A	B	D	D
PHẦN II: CÂU HỎI ĐÚNG, SAI				
1	ĐSĐĐ	ĐSĐĐ	ĐĐĐS	ĐĐĐS
2	ĐSĐĐ	ĐĐSD	SĐĐĐ	ĐSĐĐ
3	ĐĐĐS	ĐSĐĐ	ĐSĐĐ	ĐĐSD
4	ĐSĐĐ	SĐĐĐ	SĐĐĐ	SĐĐĐ
PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN				
1	-2	950	9,1	1,5
2	-6	1,5	20	950
3	1100	-8	1100	45
4	2	55	-2	55
5	20	9	-6	9
6	9,1	45	2	-8

II. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG

MÃ ĐỀ 102 VÀ 104

PHẦN III: Trả lời ngắn.

Câu 5 mã đề 102 (câu 2 mã đề 104): Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh chỉ chơi một môn thể thao?

Lời giải

Đáp án: 20

Gọi A là tập hợp các học sinh chơi bóng đá,

B là tập hợp các học sinh chơi bóng bàn,

C là tập hợp các học sinh không chơi môn thể thao nào.

Ta có: $n(A)$: là số học sinh chơi bóng đá; $n(B)$: là số học sinh chơi bóng bàn; $n(C)$: là số học sinh không chơi môn thể thao nào.

Khi đó số học sinh chỉ chơi một môn thể thao là:

$$n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 25 + 23 - 2.14 = 20.$$

Câu 3 mã đề 102 (câu 3 mã đề 104): Một xưởng sản xuất có hai máy, sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 300 nghìn đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại I cần máy thứ nhất làm việc trong 1 giờ và máy thứ hai làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại II cần máy thứ nhất làm việc trong 2 giờ và máy thứ hai làm việc trong 1 giờ. Mỗi máy không đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc. Một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1100

Gọi x, y ($x \geq 0, y \geq 0$) lần lượt là số tấn sản phẩm loại I, loại II sản xuất trong một ngày. Khi đó:

- Số tiền lãi một ngày là $L = 300x + 400y$ (nghìn đồng)
- Số giờ làm việc của mỗi ngày của máy thứ nhất là $x + 2y$
- Số giờ làm việc của máy thứ hai là $2x + y$.

Vì một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ nên x, y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 5 \\ 2x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$

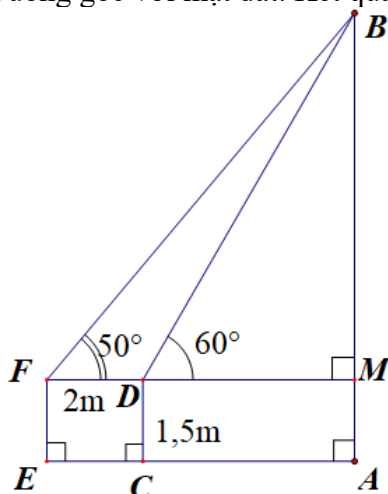
Khi đó bài toán trở thành: Trong các nghiệm của hệ bất phương trình (*), tìm nghiệm $x = x_0, y = y_0$ sao cho $L = 300x + 400y$ lớn nhất.

Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $OABC$ kẻ cả miền trong của tứ giác (hình vẽ dưới).

Biểu thức $L = 300x + 400y$ đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Tính giá trị của L tại các đỉnh $O(0;0)$, $A\left(0; \frac{5}{2}\right)$, $B(1;2)$, $C(2;0)$, ta thấy L đạt giá trị lớn nhất là $\max L = 1100$ tại đỉnh B .

Câu 6 mã đề 102 (câu 1 mã đề 104): Trong vườn nhà ông An có trồng một cây xanh AB có chiều cao h (tham khảo hình vẽ). Mùa mưa bão sắp đến, để đảm bảo an toàn cho ngôi nhà của mình (không bị cây xanh AB ngã vào nhà khi bị bão làm bật gốc) ông An cần đo chiều cao của cây để so sánh khoảng cách từ gốc cây đến nhà so với chiều cao của cây. Bằng kiến thức toán học của mình ông An nghĩ ra cách đo như sau: Từ vị trí D cách mặt đất $1,5m$, ông An sử dụng thiết bị tự chế để nhìn được ngọn B của cây AB dưới một góc có số đo 60° so với phương nằm ngang. Sau đó, ông An di chuyển đến điểm F cách D một khoảng $2m$ (như hình vẽ), từ điểm F ông An nhìn ngọn B của cây dưới một góc bằng 50° . Hãy tính chiều cao h của cây AB , giả sử rằng cây AB vuông góc với mặt đất. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Lời giải

Đáp án: 9,1.

Xét tam giác $\triangle BFD$ có: $\widehat{BDF} = 120^\circ$; $\widehat{DBF} = 10^\circ$

Áp dụng định lý sin vào tam giác $\triangle BFD$ ta có: $\frac{BD}{\sin 50^\circ} = \frac{FD}{\sin 10^\circ}$.

Suy ra: $\frac{BD}{\sin 50^\circ} = \frac{2}{\sin 10^\circ}$. Do đó: $BD = \frac{2 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 10^\circ}$

Xét tam giác $\triangle BMD$ vuông tại M ta có: $\sin 60^\circ = \frac{MB}{BD}$

Suy ra: $MB = BD \cdot \sin 60^\circ$. Do đó: $MB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 7,6$

Suy ra chiều cao của cây AB là $7,6 + 1,5 = 9,1(m)$

Câu 2 mã đề 102 (câu 5 mã đề 104): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; -4)$, $B(-2; 2)$ và $C(-5; 4)$. Biết rằng tồn tại điểm $M(a; b)$ thuộc trục Ox thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức: $T = 2a + b$

Lời giải

♦ Gọi $I(a; b)$ là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1-a; -4-b)$; $\overrightarrow{IB} = (-2-a; 2-b)$; $\overrightarrow{IC} = (-5-a; 4-b)$.

Theo bài $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a+2(-2-a)+3(-5-a)=0 \\ -4-b+2(2-b)+3(4-b)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a-4-2a-15-3a=0 \\ -4-b+4-2b+12-3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a-18=0 \\ -6b+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}$.

Vậy tọa độ $I(-3; 2)$.

♦ Ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})$
 $= 6\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = 6\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) = 6\overrightarrow{MI}$.

Do $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 6|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất.

Mặt khác $M \in Ox$ nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu của $I(-3; 2)$ trên Ox .

Suy ra tọa độ $M(-3; 0)$. Vậy $T = -6$

MÃ ĐỀ 103 VÀ 105

PHẦN III: Trả lời ngắn

Câu 6 mã đề 103 (câu 3 mã đề 105): Một lớp học có 30 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh của lớp đó?

Lời giải

Đáp án: 45

Gọi A là tập hợp các học sinh chơi bóng đá,

B là tập hợp các học sinh chơi bóng bàn,

C là tập hợp các học sinh không chơi môn thể thao nào.

Ta có: $n(A)$: là số học sinh chơi bóng đá; $n(B)$: là số học sinh chơi bóng bàn; $n(C)$: là số học sinh không chơi môn thể thao nào.

Khi đó số học sinh của lớp học là:

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) = 30 + 23 - 14 + 6 = 45.$$

Câu 1 mã đề 103 (câu 2 mã đề 105): Một xưởng sản xuất có hai máy, sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 250 nghìn đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 350 nghìn đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại I cần máy thứ nhất làm việc trong 1 giờ và máy thứ hai làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm loại II cần máy thứ nhất làm việc trong 2 giờ và máy thứ hai làm việc trong 1 giờ. Mỗi máy không đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc. Một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 950

Gọi x, y ($x \geq 0, y \geq 0$) lần lượt là số tấn sản phẩm loại I, loại II sản xuất trong một ngày. Khi đó:

- Số tiền lãi một ngày là $L = 250x + 350y$ (nghìn đồng)
- Số giờ làm việc của mỗi ngày của máy thứ nhất là $x + 2y$
- Số giờ làm việc của máy thứ hai là $2x + y$.

Vì một ngày máy thứ nhất làm việc không quá 5 giờ, máy thứ hai làm việc không quá 4 giờ nên x, y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 5 \\ 2x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$

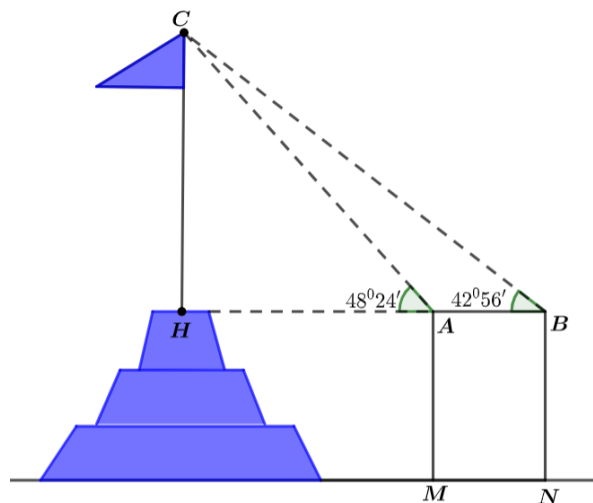
Khi đó bài toán trở thành: Trong các nghiệm của hệ bất phương trình (*), tìm nghiệm $x = x_0, y = y_0$ sao cho $L = 250x + 350y$ lớn nhất.

Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $OABC$ kể cả miền trong của tứ giác (hình vẽ dưới).

Biểu thức $L = 250x + 350y$ đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Tính giá trị của L tại các đỉnh $O(0;0)$, $A(0; \frac{5}{2})$, $B(1;2)$, $C(2;0)$, ta thấy L đạt giá trị lớn nhất là $\max L = 950$ tại đỉnh B .

Câu 4 mã đề 103 (câu 4 mã đề 105): Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm hai cọc AM và BN cao 1,5 mét so với mặt đất. Hai cọc này song song và cách nhau 10 mét và thẳng hàng so với trục cột cờ (Hình vẽ minh họa).



Đặt giác kế tại đỉnh A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta được các góc lần lượt là $48^\circ 24'$ và $42^\circ 56'$ so với đường song song mặt đất. Hỏi chiều cao của cột cờ bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)?

Lời giải

Đáp án: 55

Ta có $\widehat{CAB} = 180^\circ - 48^\circ 24' = 131^\circ 36'$

Xét tam giác ABC ta có $\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{CAB} - \widehat{CBA} = 180^\circ - 131^\circ 36' - 42^\circ 56' = 5^\circ 28'$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{AC}{\sin \widehat{CBA}} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin \widehat{CBA}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{10 \cdot \sin 42^\circ 56'}{\sin 5^\circ 28'}$$

$$\text{Xét tam giác } ACH \text{ vuông tại } H \text{ có: } CH = AC \cdot \sin \widehat{CAH} = \frac{10 \cdot \sin 42^\circ 56'}{\sin 5^\circ 28'} \cdot \sin 48^\circ 24' \approx 53,5$$

Chiều cao của cột cờ là khoảng: $1,5 + 53,5 = 55$ mét

Câu 5 mã đề 103 (câu 5 mã đề 105): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; -4)$, $B(-2; 2)$ và $C(7; 4)$. Biết rằng tồn tại điểm $M(a; b)$ thuộc trục Ox thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất.

Tính giá trị biểu thức: $T = 3a + b$

Lời giải

Đáp án: 9

♦ Gọi $I(a; b)$ là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1 - a; -4 - b)$; $\overrightarrow{IB} = (-2 - a; 2 - b)$; $\overrightarrow{IC} = (7 - a; 4 - b)$.

$$\text{Theo bài } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a + 2(-2 - a) + 3(7 - a) = 0 \\ -4 - b + 2(2 - b) + 3(4 - b) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a - 4 - 2a + 21 - 3a = 0 \\ -4 - b + 4 - 2b + 12 - 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a + 18 = 0 \\ -6b + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ $I(3; 2)$.

$$\begin{aligned} \text{♦ Ta có } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \\ &= 6\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = 6\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) = 6\overrightarrow{MI}. \end{aligned}$$

Do $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 6|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất.

Mặt khác $M \in Ox$ nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu của $I(3; 2)$ trên Ox .

Suy ra tọa độ $M(3; 0)$. Vậy $T = 9$