

Bài I. (2 điểm)

1. Số lượng học viên (đơn vị: học viên) trong 40 lớp học tại một trung tâm bồi dưỡng văn hóa được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	Cộng
Tần số	7	10	12	8	3	N = 40

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

2. Một chiếc hộp có 25 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 24, 25; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp”. Tính xác suất của biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia cho 4 dư 1”.

Bài II. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} - \frac{2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{3x+9}{x-9}$ với

$x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$

3) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $A.B < \frac{1}{2}$.

Bài III. (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

Bác Hùng đến siêu thị mua một máy hút ẩm và một cái quạt cây với tổng số tiền theo niêm yết giá 9 triệu đồng. Tuy nhiên do siêu thị khuyến mại để tri ân khách hàng nên giá của máy hút ẩm và quạt cây đã lần lượt được giảm 20% và 10% so với giá niêm yết. Do đó bác Xuân chỉ phải thanh toán 7,4 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết của máy hút ẩm, quạt cây là bao nhiêu?

Bài IV. (4 điểm)

1. Một phần bánh pizza có dạng hình quạt tròn với đường kính 30cm, góc ở tâm là 45° được minh họa như hình vẽ (Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

a) Tính độ dài cung tròn AB của miếng pizza.

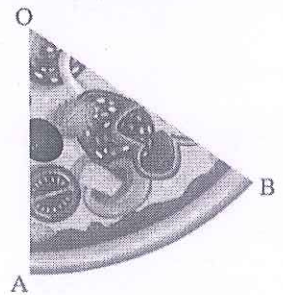
b) Tính diện tích của miếng pizza

2. Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O. Gọi I là trung điểm của OB. Tia CI cắt đường tròn (O) tại E.

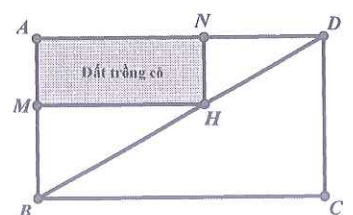
a) Chứng minh OIED là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của AE và CD. Chứng minh: $AH \cdot AE = 2R^2$ và $OA = 3.OH$;

c) Gọi K là hình chiếu của O trên BD, Q là giao điểm của AD và BE. Chứng minh: Q, K, I thẳng hàng.



Bài 5. (0,5 điểm) Trên mảnh đất hình chữ nhật ABCD có diện tích 25 m^2 , người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H với H thuộc cạnh BD. Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ (miền tô đậm) là bao nhiêu với chi phí trồng cỏ là $70\,000 \text{ đồng/m}^2$?



Bài I. (2 điểm)

1. Thời gian tự học ở nhà trong một tuần (đơn vị: giờ) của 50 học sinh lớp 9A được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	Cộng
Tần số	6	14	16	10	4	N = 50

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên.

2. Một chiếc hộp kín chứa 30 quả bóng bàn cùng loại, mỗi quả bóng được đánh một trong các số 1, 2, 3, ..., 29, 30; hai quả bóng khác nhau thì được đánh hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp”. Tính xác suất của biến cố B: “Số xuất hiện trên quả bóng được lấy ra là số chia cho 5 dư 2”.

Bài II. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$

2). Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3). Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của x để $P < 2$

Bài III. (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

Cô Lan đến trung tâm điện máy mua một chiếc máy tính xách tay và một máy in với tổng số tiền niêm yết là 25 triệu đồng. Nhân dịp ngày lễ, trung tâm có chương trình khuyến mãi: giảm giá 15% cho máy tính xách tay và 10% cho máy in so với giá niêm yết. Nhờ vậy, cô Lan chỉ phải thanh toán tổng 21,7 triệu đồng cho cả hai sản phẩm. Hỏi giá niêm yết của chiếc máy tính xách tay và máy in là bao nhiêu?

Bài IV. (4 điểm)

1. Một chiếc quạt giấy khi mở có dạng một phần hình quạt tròn. Biết chiều dài nan quạt (tính từ tâm đến mép ngoài của vành giấy) là 20 cm và góc ở tâm tạo bởi hai nan ngoài cùng là 120° .

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến phần mười)

a) Tính độ dài cung tròn do vành quạt tạo thành.

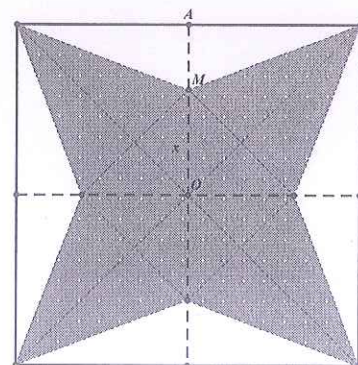
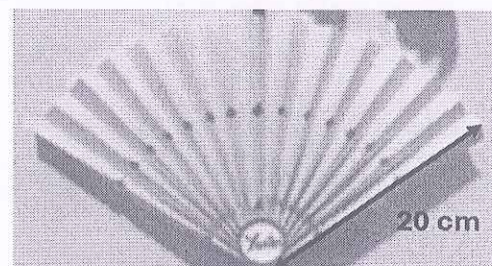
b) Tính diện tích phần hình quạt tròn tạo bởi chiếc quạt đó.

2. Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính MN và PQ vuông góc với nhau tại O. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng ON. Tia PK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F

a) Chứng minh tứ giác OKFQ nội tiếp.

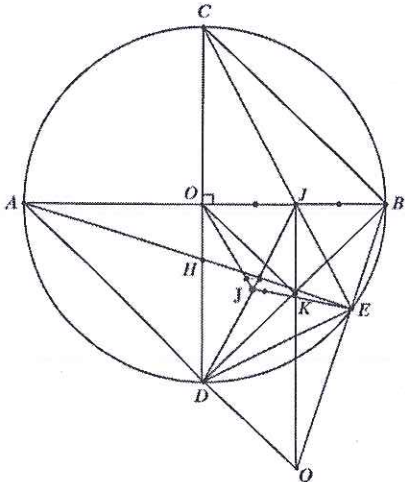
b) Gọi G là giao điểm của MF và PQ. Chứng minh $MG \cdot MF = 2R^2$ và $OM = 3OG$

c) Gọi S là hình chiếu vuông góc của O trên NQ, L là giao điểm của MQ và NF. Chứng minh ba điểm L, S, K thẳng hàng.

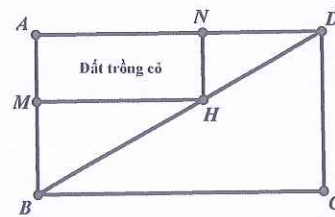


Bài 5. (0,5 điểm) Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20cm, $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất.

Bài	Ý	Lời giải	Điểm														
		Bảng tần số tương đối:<table><tr><th>Nhóm</th><td>[5;10)</td><td>[10;15)</td><td>[15;20)</td><td>[20;25)</td><td>[25;30)</td><td>Cộng</td></tr><tr><th>Tần số tương đối</th><td>17,5%</td><td>25%</td><td>30%</td><td>20%</td><td>7,5%</td><td>100%</td></tr></table>	Nhóm	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	Cộng	Tần số tương đối	17,5%	25%	30%	20%	7,5%	100%	1 (mỗi số liệu đúng 0,25)
Nhóm	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	Cộng											
Tần số tương đối	17,5%	25%	30%	20%	7,5%	100%											
	2 (1đ)	Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử trên là đồng khả năng. + Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{\text{thẻ số 1; thẻ số 2;.....; thẻ số 25}\}$ + Có 25 kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ ở trong hộp.	0,5														
		+ Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: thẻ số 1; 5; 9; 13; 17; 21; 25 + Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.	0,25														
		+ Vậy xác suất của biến cố trên là $P(A) = \frac{7}{25}$	0,25														
II (2đ)	1 (0,5đ)	Thay $x = 4(tmdk)$ vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{4} + 3}{\sqrt{4} + 2} = \frac{2 + 3}{2 + 2} = \frac{5}{4}$. Vậy khi $x = 4$ thì $A = \frac{5}{4}$.	0,5														
	2 (1đ)	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 9}{x - 9}$	1														
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) - (3x + 9)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25														
		$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25														
		$= \frac{3\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$															
		$= \frac{3(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$															
	$= \frac{3}{(\sqrt{x} + 3)}$	0,25															

	3 (0,5đ)	$P = A.B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} \cdot \frac{3}{\sqrt{x} + 3} = \frac{3}{\sqrt{x} + 2}$ Để $P < \frac{1}{2}$ thì $\frac{3}{\sqrt{x} + 2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{6 - \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} < 0$ Vậy $\frac{4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} < 0$, tìm được $x > 16$. Kết hợp với đk xác định, mà x là số nguyên nhỏ nhất nên $x = 17$.	0,25 0,25
III (1,5 đ)		Bác Hùng đến siêu thị mua một máy hút ẩm và một cái quạt cây với tổng số tiền theo niêm yết giá 9 triệu đồng. Tuy nhiên do siêu thị khuyến mại để tri ân khách hàng nên giá của máy hút ẩm và quạt cây đã lần lượt được giảm 20% và 10% so với giá niêm yết. Do đó bác Xuân chỉ phải thanh toán 7,4 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết của máy hút ẩm, quạt cây là bao nhiêu?	1
		Gọi giá niêm yết của máy hút ẩm, quạt cây lần lượt là x, y (triệu đồng, $x > 0, y > 0$) Tổng số tiền theo giá niêm yết là 9 triệu đồng, nên ta có phương trình $x + y = 9$ (1)	0,5
		Số tiền phải trả sau khi giảm giá 7,4 triệu đồng, nên số tiền được giảm giá là $9 - 7,4 = 1,6$ (triệu đồng) Lập luận phương trình $0,2x + 0,1y = 1,6$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 9 \\ 0,2x + 0,1y = 1,6 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ (tm)	0,25 0,5
		Vậy giá niêm yết của máy hút ẩm là 7 triệu đồng, quạt cây là 2 triệu đồng.	0,25
IV (4đ)	1 (1đ)	Tính được bán kính của miếng pizza: 15 (cm)	0,25
		Tính được độ dài cung tròn AB của miếng pizza khoảng 12cm	0,25
		Diện tích miếng bánh pizza khoảng 88 (cm ²)	0,5
	2 (3đ)		0,25

		Vẽ hình đúng đến câu a	
		Chứng minh được $CE \perp ED$	0,25
	a	Vì $\triangle ODI$ vuông tại O nên tam giác ODI nội tiếp đường tròn đường kính DI . Do đó, ba điểm O, D, I cùng thuộc đường tròn đường kính AO .	0,25
	1,25đ	Chứng minh tương tự ba điểm I, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính DI .	0,25
		Vậy 4 điểm O, I, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính DI hay tứ giác $OIED$ nội tiếp được đường tròn.	0,25
	b	+) Chứng minh: $\triangle AHO$ đồng dạng $\triangle ABE$ (g.g) +) Suy ra: $AH \cdot AE = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$	0,75
	1,25đ	Chứng minh được $OA/OH = AE/BE$	0,25
		+) C/m được EI là tia phân giác của góc AEB nên suy ra: $AE/BE = AI/IB = 3$ +) Suy ra: $OA/OH = 3$ do đó $OA = 3.OH$	0,25
	c	c) $OD = 3.OH$ suy ra $HD = 2/3 OD$ +) Suy ra: H là trọng tâm $\triangle ABD$ +) Chứng minh K là trung điểm của BD Suy ra: A, H, K, E thẳng hàng +) Suy ra: K là trực tâm của $\triangle ABQ$ +) Suy ra: KQ vuông góc AB +) Chứng minh được: KI vuông góc AB +) Suy ra: Q, K, I thẳng hàng	0,25 0,25
	V	Có: $NH \parallel AB$ nên $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{AD}$ (Hệ quả định lý Thalès) Đặt $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{AD} = x$ ($0 < x < 1$) Suy ra: $NH = x \cdot AB$; $DN = x \cdot AD$; Ta có: $AN = AD - DN = AD - x \cdot AD = (1-x) \cdot AD$; Diện tích hình chữ nhật $AMHN$ là: $S_{AMHN} = AN \cdot HN = x(1-x) \cdot AB \cdot AD = 25x(1-x)$	0,25
	(0,5 đ)	Có: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ nên: $S_{AMHN} = 25x(1-x) \leq 25 \cdot \left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 1-x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ Diện tích đất trồng cỏ lớn nhất là $\frac{25}{4} \text{ m}^2$ nên số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là: $\frac{25}{4} \cdot 70\,000 = 437\,500$ (đồng)	0,25



Lưu ý: Các cách làm khác đúng được tính điểm tối đa.



BGH duyệt

Ngô Thị Bích Liên

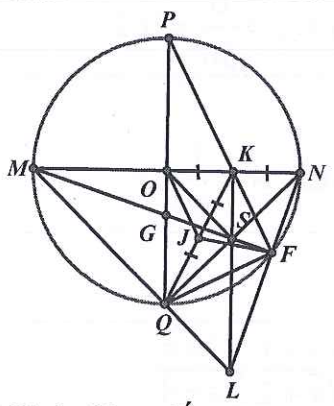
TTCM

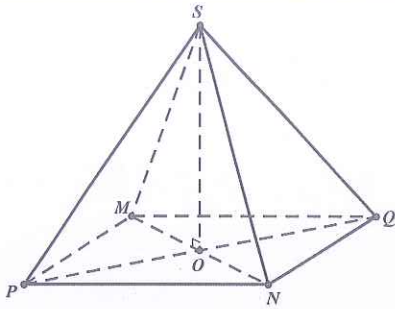
Phạm Thị Hải Yến

NTCM

Nguyễn Thị Hanh

Bài	Ý	Lời giải	Điểm														
		Bảng tần số tương đối:<table><tr><th>Nhóm</th><th>[0;5)</th><th>[5;10)</th><th>[10;15)</th><th>[15;20)</th><th>[20;25)</th><th>Cộng</th></tr><tr><th>Tần số tương đối</th><td>12%</td><td>28%</td><td>32%</td><td>20%</td><td>8%</td><td>100%</td></tr></table>	Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	Cộng	Tần số tương đối	12%	28%	32%	20%	8%	100%	1 (mỗi số liệu đúng 0,25)
Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	Cộng											
Tần số tương đối	12%	28%	32%	20%	8%	100%											
	2 (1đ)	Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp” Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử trên là đồng khả năng. + Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{ \text{quả số 1; quả số 2;.....; quả số 30} \}$ + Có 30 kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ ở trong hộp.	0,5														
		+ Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: thẻ số 2; 7;12; 17; 22; 27 + Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.	0,25														
		+ Vậy xác suất của biến cố trên là $P(B) = \frac{6}{30} = 0,2$	0,25														
II (2đ)	1 (0,5đ)	Thay $x = 64(tmdk)$ vào A ta được: $A = \frac{2}{\sqrt{64} - 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Vậy khi $x = 64$ thì $A = \frac{1}{3}$.	0,5														
	2 (1đ)	$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x}}{4 - x}$	1														
		$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x}}{4 - x} = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2\sqrt{x}}{x - 4}$	0,25														
		$= \frac{3(\sqrt{x} + 2) + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2).(\sqrt{x} + 2)}$	0,25														
		$= \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2).(\sqrt{x} + 2)}$	0,25														
		$= \frac{(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)}$	0,25														
3 (0,5đ)	$P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$ Để $P < 2$ thì $\frac{2}{\sqrt{x} + 2} < 2 \Rightarrow \frac{2 - 2\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 2} < 0$ Vậy $\frac{-2 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} < 0 \Rightarrow \frac{-2(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x} + 2} < 0$ (luôn đúng với mọi x thỏa mãn đkxd), suy ra tìm được $x \geq 0, x \neq 4$ mà x là số nguyên nhỏ nhất nên x = 1.	0,25 0,25															
III		Cô Lan đến trung tâm điện máy mua một chiếc máy tính xách tay và một	1														

(1,5 đ)		máy in với tổng số tiền niêm yết là 25 triệu đồng. Nhân dịp ngày lễ, trung tâm có chương trình khuyến mãi: giảm giá 15% cho máy tính xách tay và 10% cho máy in so với giá niêm yết. Nhờ vậy, cô Lan chỉ phải thanh toán tổng cộng 21,7 triệu đồng cho cả hai sản phẩm. Hỏi giá niêm yết của chiếc máy tính xách tay và máy in là bao nhiêu?	
		Gọi giá niêm yết của máy tính xách tay, máy in lần lượt là x, y (triệu đồng, $x > 0, y > 0$) Ta có phương trình $x + y = 25$ (1)	0,5
		Tổng số được giảm là: $25 - 21,7 = 3,3$ (Triệu đồng) Lập luận phương trình $0,15x + 0,1y = 3,3$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 25 \\ 0,15x + 0,1y = 3,3 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x = 16 \\ y = 9 \end{cases}$ (tm)	0,25 0,5
		Vậy giá niêm yết của máy tính xách tay là 16 triệu đồng, máy in là 9 triệu đồng.	0,25
IV (4đ)	1 (1đ)	Tính được bán kính của bàn: 20 (cm)	0,25
		Độ dài cung tròn là 41,9	0,25
		Diện tích là : 418,7	0,5
	2 (3đ)	 Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
	a (1,25đ)	Chứng minh được $QF \perp FP$	0,25
		Vì ΔOQK vuông tại O nên tam giác OQK nội tiếp đường tròn đường kính QK . Do đó, ba điểm $O; Q; K$ cùng thuộc đường tròn đường kính QK .	0,25
		Chứng minh tương tự ba điểm $K; F; Q$ cùng thuộc đường tròn đường kính QK	0,25
		Vậy 4 điểm $O, Q; F; K$ cùng thuộc đường tròn đường kính QK hay tứ giác $QOKF$ nội tiếp được đường tròn.	0,25
	b 1,25đ	+) Chứng minh: ΔMGO đồng dạng ΔMNF (g.g) +) Suy ra: $MG.MF = MO.MN = R.2R = 2R^2$	0,75
		Chứng minh được $OM/OG = MF/NF$	0,25
		+) C/m được FK là tia phân giác của góc MFN nên suy ra: $MF/NF = MK/KN = 3$ +) Suy ra: $OM/OG = 3$	0,25
	c (0,5đ)	+) $OM = 3.OG$ hay $OQ = 3.OG$ suy ra $QG/OQ = 2/3$ +) Suy ra: G là trọng tâm ΔMQN +) Chứng minh S là trung điểm của QN Suy ra: M, G, S, F thẳng hàng +) Suy ra: S là trực tâm của ΔMLN +) Suy ra: LS vuông góc MN	0,25 0,25

		+) Chứng minh được: KS vuông góc MN +) Suy ra: K, S, L thẳng hàng	
V (0,5 đ)		 Ta có $OA = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10(\text{cm})$; $AM = OA - OM = 10 - x$; $MN = 2OM = 2x$ với $0 < x < 10$. Xét hình chóp đều $S.MPNQ$ như hình vẽ. Diện tích đáy của hình chóp đã cho là: $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} MN^2 = \frac{1}{2} \cdot (2x)^2 = 2x^2$. Ta có $SM^2 = SA^2 + AM^2$. Do đó $h = SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{SA^2 + AM^2 - OM^2}$ $= \sqrt{10^2 + (10 - x)^2 - x^2} = \sqrt{200 - 20x}$ Thể tích của hình chóp đều $S.MPNQ$ là: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{200 - 20x}$.	0,25
		Thể tích của hình chóp đều $S.MPNQ$ là: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{200 - 20x}$. Suy ra: $V^2 = \frac{4}{9} x^4 (200 - 20x) = \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot 5x \cdot 5x \cdot 5x \cdot 5x \cdot (200 - 20x)$ $\leq \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot \left(\frac{5x + 5x + 5x + 5x + 200 - 20x}{5} \right)^5$ Hay $V^2 \leq \frac{4}{9 \cdot 5^4} \cdot 40^5 = \frac{2^{18} \cdot 10}{9}$. Do đó $V \leq \frac{2^9 \sqrt{10}}{3} = \frac{512\sqrt{10}}{3}$. Dấu "=" xảy ra khi $5x = 200 - 20x$ hay $x = 8$.	0,25

Lưu ý: Các cách làm khác đúng được tính điểm tối đa.



BGH duyệt

Ngô Thị Bích Liên

TTCM

Phạm Thị Hải Yến

NTCM

Nguyễn Thị Diệu Hà