

Họ và tên học sinh:Lớp:

Bài 1. (1,5 điểm)

1. Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

2. Giải phương trình.

a) $6x^2 - 4x - 1 = 0$

b) $x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$

Bài 2. (1,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$

1. Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$

2. Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A - B < 0$

Bài 3. (2,5 điểm).

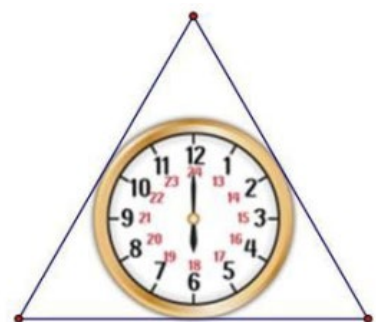
1. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

2. Chị Nga gửi tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi suất 6,2% một năm. Chị Nga dự định tổng số tiền nhận được sau kì hạn 12 tháng ít nhất là 318.600.000 đồng. Hỏi chị Nga phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu để đạt được dự định đó?

3. Cho phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , trong đó có một nghiệm là $x_1 = -\sqrt{3}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình.

Bài 4. (4,0 điểm)

1. Một xưởng thiết kế đồ gỗ được đặt hàng làm một loại khung gỗ hình tam giác đều để đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn (mẫu như hình bên). Biết một cạnh của khung gỗ dài 30cm (bỏ qua độ dày của khung). Hỏi với kích thước khung như vậy có đặt khít được chiếc đồng hồ có đường kính 1,8dm hay không?



2. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < BC$, nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AE, BI, CN cắt nhau tại H.

a) Chứng minh bốn điểm B, E, H, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính BK của đường tròn (O) cắt cạnh AC tại Q. Gọi P là giao điểm của BH và EN. Chứng minh $\widehat{IBA} = \widehat{CBQ}$

c) Chứng minh $\triangle BEP \sim \triangle BAQ$ và $PQ \parallel HK$

Bài 5. (0,5 điểm). Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

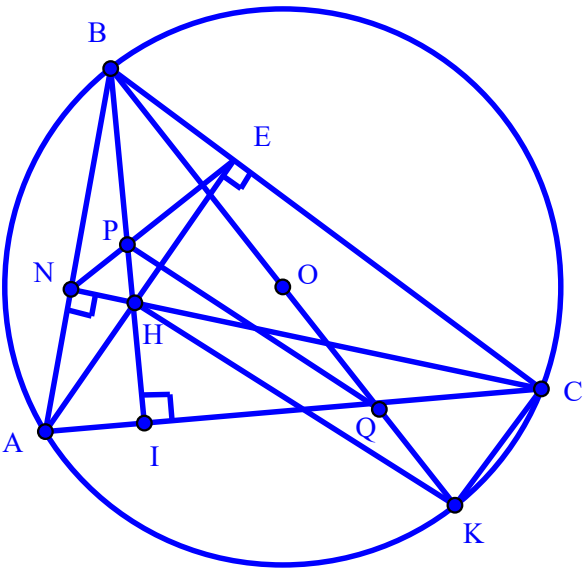
$$T = \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{y^2 - yz + z^2} + \sqrt{z^2 - zx + x^2}$$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	1	Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.	0,5
	2a	PT $6x^2 - 4x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\frac{2 \pm \sqrt{10}}{6}$	0,5
	2b	PT $x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$ có $a + b + c = 0$ nên pt có hai nghiệm là 1 và $\sqrt{3} - 1$	0,5
2 (1,5đ)	1	Giá trị biểu thức A khi $x = 4$ (tmđk) là $\frac{4}{\sqrt{4}-3} = -4$	0,25
	2	$B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2x-3-(\sqrt{x}-3)}{x-3\sqrt{x}}$ $= \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$ $= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \text{ (đpcm)}$	0,25 0,25 0,25
	3	$A - B = \frac{x}{\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} < 0$ $\text{khi } \begin{cases} \sqrt{x}-1 \neq 0 \\ \sqrt{x}-3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x < 9 \end{cases}$ Kết hợp đk và x nguyên nên $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$	0,25 0,25
3 (2,5đ)	1 (1đ)	Gọi thời gian đội chở hàng phải hoàn thành theo kế hoạch là x (ngày, $x \in N, x > 1$) Thực tế đội đã hoàn thành x - 1 (ngày) Theo kế hoạch, mỗi ngày đội chở được $\frac{140}{x}$ (tấn) Thực tế mỗi ngày đội chở được là $\frac{140+10}{x-1} = \frac{150}{x-1}$ (tấn) Ta có pt $\frac{150}{x-1} - \frac{140}{x} = 5$ Giải pt ta được hai nghiệm $x = 7$ (tm), $x = -4$ (loại)	0,25 0,25 0,25 0,25

		Vậy thời gian đội chở hàng phải hoàn thành theo kế hoạch là 7 ngày	
2 (1đ)		Gọi số tiền chị Nga gửi tiết kiệm là x ($x \in N^*$, đồng) Tiền lãi 1 năm là $6,2\%x$ (đồng) Tổng số tiền chị Nga thu được sau 1 năm là $x + 6,2\%x$ (đồng). Ta có bpt $x + 6,2\%x = 318\,600\,000$ $x \geq 300\,000\,000$ Vậy số tiền chị Nga gửi ít nhất 300 000 000 đồng thì đạt được dự định	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (0,5đ)		Vì pt có nghiệm là $-\sqrt{3}$ nên thay $x = -\sqrt{3}$ vào pt ta được $(-\sqrt{3})^2 + 4 \cdot (-\sqrt{3}) + m = 0$ $m = 4\sqrt{3} - 3$ Khi đó pt trở thành $x^2 + 4x - 3 + 4\sqrt{3} = 0$. Vì pt có hai nghiệm pb Áp dụng hệ thức vi-ét ta có x_1, x_2 nên áp dụng định lý vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -4$ $x_1 x_2 = 4\sqrt{3} - 3$ Tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình là $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-4}{4\sqrt{3} - 3} = \frac{-4(4\sqrt{3} + 3)}{39}$	0,25 0,25
4 (4đ)	1 (1đ)	Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều là $R = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 30 = 5\sqrt{3}(cm)$ Bán kính đồng hồ là $1,8:2 = 0,9dm = 9cm > 5\sqrt{3}(cm)$ Vậy với kích thước khung như vậy không đặt khít được chiếc đồng hồ đó.	0,5 0,25 0,25

2 (3đ)	Vẽ hình đúng đến câu a 	0,25
2a	Do AE, CN là các đường cao của ΔABC nên $AE \perp BC$ và $CN \perp BA$ Nên $\widehat{BEH} = 90^\circ, \widehat{BNH} = 90^\circ$ Ta có ΔBEH vuông tại E nên B, E, H thuộc đường tròn đk BH (1) ΔBNH vuông tại N nên B, N, H thuộc đường tròn đk BH (2) Từ (1) và (2) suy ra B, E, H, N cùng thuộc một đường tròn.	0,25 0,25 0,25
2b	Xét (O) có $\widehat{BCK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\widehat{BAC} = \widehat{BKC}$ (2 nội tiếp cùng chắn cung BC) C/m $\Delta BAI \sim \Delta BKC$ (g.g) suy ra $\widehat{ABI} = \widehat{CBK}$ (đpcm)	0,25 0,25 0,5
3	Vì $\widehat{ABI} = \widehat{CBK}$ nên $\widehat{EBP} = \widehat{ABQ}$ C/m tg ANEC nt Suy ra $\widehat{BEP} = \widehat{BAI}$ (cùng bù góc NEC) Suy ra $\Delta BEP \sim \Delta BAQ$ (g.g)	0,25 0,25
	$\Delta BEP \sim \Delta BAQ$ nên $\frac{BE}{AB} = \frac{BP}{BQ}$; $Ta\ có\ \widehat{BAK} = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa (O)) $\Delta BEH \sim \Delta BAK$ (g.g) nên $\frac{BE}{AB} = \frac{BH}{BK}$; Do đó $\frac{BP}{BQ} = \frac{BH}{BK}$ hay $\frac{BP}{BH} = \frac{BQ}{BK}$ suy ra $PQ \parallel HK$ (Đ lý Thales đảo)	0,25 0,25

5		Với $a, b > 0$ ta có $a^2 - ab + b^2 = \frac{(a+b)^2 + 3(a-b)^2}{4} \geq \frac{(a+b)^2}{4}$ Suy ra $\sqrt{a^2 - ab + b^2} \geq \frac{a+b}{2}$ Vận dụng vào bài toán ta có $T \geq \frac{x+y}{2} + \frac{y+z}{2} + \frac{z+x}{2} = x + y + z = 1$ Vậy $\text{Min} T = 1$ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$	0,5
---	--	--	-----

Chú ý: HS giải theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa