

Bài I (3,0 điểm).

1. Giải phương trình, bất phương trình sau:

a) $5(3x-1) = (2x+3)(3x-1)$

b) $\frac{3x-1}{x-2} - \frac{2x-3}{x+2} + \frac{2x^2+7x-2}{4-x^2} = 0$

c) $\frac{2x-11}{-7} < \frac{3x+5}{11}$

2. Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 7x-2y=13 \\ 3x+5y=29 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x-4)(2y+1) = (2x+5)(y-2) \\ (x+4)(2y-1) = 2xy+4x+5y-3 \end{cases}$$

Bài II (3,0 điểm). Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

- Bác An đến siêu thị điện máy mua một máy hút ẩm và một quạt cây với tổng số tiền theo giá niêm yết là 20 triệu đồng. Tuy nhiên, do siêu thị khuyến mại để tri ân khách hàng nhân dịp 20/10 nên giá của máy hút ẩm và quạt cây đã lần lượt giảm 20% và 15% so với giá niêm yết. Do đó bác An đã được giảm 3,62 triệu đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết của máy hút ẩm, quạt cây là bao nhiêu?
- Một đội sản xuất dự định hoàn thành 600 chi tiết máy trong một thời gian nhất định. Khi làm thực tế, do sắp xếp hợp lý nên mỗi ngày đội làm được nhiều hơn 25 chi tiết so với dự kiến, nên hoàn thành sớm hơn 4 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội dự định làm bao nhiêu chi tiết máy?

Bài III (3,5 điểm). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH (H thuộc BC). Từ điểm H kẻ HD , HE lần lượt vuông góc với AB , AC (D thuộc AB và E thuộc AC).

- Cho biết $AB = 5\text{cm}$, $\widehat{B} = 64^\circ$.
 - Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC .
 - Tính độ dài các đoạn thẳng BD, CE .
 - Tính diện tích tứ giác $BDEC$.

Chú ý: Các kết quả tính độ dài tính theo đơn vị cm, diện tích theo đơn vị cm^2 và được làm tròn 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy. Các kết quả tính được chỉ dùng cho các ý của câu 1 bài toán này.

- Chứng minh $\triangle HAB \sim \triangle ECH$ và $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle ABC} \cdot (1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C$.
- Gọi I là trung điểm AH . Đường thẳng qua I và vuông góc với ED cắt đường trung trực của đoạn thẳng EC tại J . Chứng minh điểm J cách đều 4 điểm B, D, E và C .

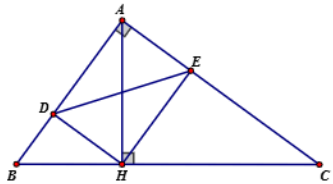
Bài IV (0,5 điểm). Một công ty cần thuê xe để vận chuyển 76 tấn hàng. Đơn vị cho thuê xe chỉ có hai loại xe. Loại xe thứ nhất mỗi xe chở được 15 tấn hàng có giá thuê là 13 triệu đồng cho mỗi lượt vận chuyển. Loại xe thứ hai mỗi xe chở được 10 tấn hàng có giá thuê là 9 triệu đồng cho mỗi lượt vận chuyển. Hỏi chi phí thuê xe nhỏ nhất mà công ty phải trả để vận chuyển 76 tấn hàng là bao nhiêu?

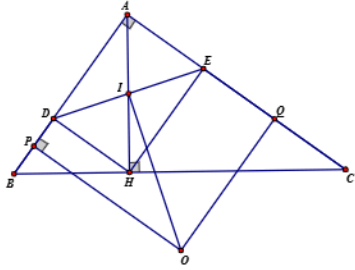
-----Hết-----

Chú ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1.1a	Giải phương trình $5(3x-1) = (2x+3)(3x-1)$	0,75
		$5(3x-1) - (2x+3)(3x-1) = 0$	0,25
		$(3x-1)(2-2x) = 0$	0,25
		TH1. $3x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$.	
		TH2. $2-2x = 0 \Rightarrow x = 1$.	0,25
		Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$.	
	1.1b	Giải phương trình $\frac{3x-1}{x-2} - \frac{2x-3}{x+2} + \frac{2x^2+7x-2}{4-x^2} = 0$	0,75
		Điều kiện: $x-2 \neq 0, x+2 \neq 0$.	0,25
		$\frac{(3x-1)(x+2) - (2x-3)(x-2) - (2x^2+7x-2)}{(x-2)(x+2)} = 0$	
		$(3x-1)(x+2) - (2x-3)(x-2) - (2x^2+7x-2) = 0$	0,25
		$x^2 - 5x + 6 = 0$	
		$(x-2)(x-3) = 0$	0,25
		Từ đó tìm được $x = 2$ (không TMĐK) và $x = 3$ (TMĐK).	
		Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.	
		<i>Chú ý: Nếu không đặt điều kiện hoặc không đối chiếu điều kiện thì trừ 0,25 điểm (nếu vi phạm cả hai lỗi thì trừ 0,25 điểm).</i>	
	1.1c	Giải phương trình $\frac{2x-11}{-7} < \frac{3x+5}{11}$	0,5
		Nhân cả hai vế với $77 > 0$ và thu gọn bất phương trình, ta được $-43x < -86$	0,25
		Từ đó tìm được nghiệm của BPT là $x > 2$.	0,25
	1.2a	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 7x-2y=13 \\ 3x+5y=29 \end{cases}$	0,5
		Xét hệ $\begin{cases} 7x-2y=13 \\ 3x+5y=29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 35x-10y=65 \\ 6x+10y=58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 41x=123 \\ 6x+10y=58 \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ 18+10y=58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$.	0,25
		Vậy nghiệm của hệ là $x = 3; y = 4$.	
	1.2b	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-4)(2y+1) = (2x+5)(y-2) \\ (x+4)(2y-1) = 2xy+4x+5y-3 \end{cases}$	0,5
		Biến đổi hệ phương trình: $\begin{cases} 5x-13y=-6 \\ -5x+3y=1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $x = \frac{1}{10}, y = \frac{1}{2}$.	0,25

II	2.1	Hỏi giá niêm yết của máy hút ẩm, quạt cây là bao nhiêu?	1,5
		Gọi x (triệu đồng) là giá niêm yết máy hút ẩm, y (triệu đồng) là giá niêm yết quạt cây. Điều kiện: $0 < x < 20$, $0 < y < 20$.	0,25
		Lập được phương trình $x + y = 20$ (1)	0,25
		Số tiền được giảm của máy hút ẩm là $0,2x$ (triệu). Số tiền được giảm của quạt cây là $0,15y$ (triệu).	0,25
		Lập được phương trình $0,2x + 0,15y = 3,62$ (2)	0,25
		Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 20 \\ 0,2x + 0,15y = 3,62 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình, ta được $x = 12,4$ (TMĐK) và $y = 7,6$ (TMĐK). KL: Giá niêm yết máy hút ẩm, quạt cây lần lượt là 12,4 triệu đồng và 7,6 triệu đồng.	0,25
	2.2	Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội dự định làm bao nhiêu chi tiết máy?	1,5
		Gọi x là số chi tiết máy theo kế hoạch làm mỗi ngày. Điều kiện $x > 0$.	0,25
		Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{600}{x}$ (ngày).	0,25
		Thực tế, mỗi ngày làm $x + 25$ chi tiết nên thời gian hoàn thành là $\frac{600}{x + 25}$ (ngày).	0,25
		Ta có phương trình $\frac{600}{x} - \frac{600}{x + 25} = 4$.	0,25
III	3.1a	Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC.	0,75
			0,25
		Vẽ hình đúng hết ý 1.	0,25
		Tính được $AC \approx 10,25 \text{ cm}$.	0,25
		Tính được $BC \approx 11,41 \text{ cm}$.	0,25
	3.1b	Tính độ dài đoạn thẳng BD và CE.	0,5
		Tính được $BD \approx 0,96 \text{ cm}$.	0,25
		Tính được $CE \approx 8,28 \text{ cm}$.	0,25
	3.1c	Tính diện tích tứ giác BDEC.	0,25
		Tính $S_{BDEC} \approx 21,65 \text{ cm}^2$.	0,25
	3.2	Chứng minh $\triangle HAB \sim \triangle ECH$ và $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle ABC} \cdot (1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C$.	1,5
		Chứng minh $\widehat{HAB} = \widehat{ECH}$	0,5
		Chỉ ra $\triangle HAB \sim \triangle ECH$	0,5
		Chứng minh được $\triangle ADE \sim \triangle ACB \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACB}} = \frac{DE^2}{BC^2}$	0,25
		Chứng minh được $\triangle ADH = \triangle ADE \Rightarrow DE = AH$. Từ đó $S_{\triangle ADH} = \frac{AH^2}{BC^2} \cdot S_{\triangle ABC}$ (1)	
		Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \sin C = \frac{1}{2} AH \cdot BC \sin C \Rightarrow AC \cdot AB = AH \cdot BC$ $(1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C = \left(1 - \frac{AB^2}{BC^2}\right) \cdot \frac{AB^2}{BC^2} = \left(\frac{AC \cdot AB}{BC^2}\right)^2 = \left(\frac{AH \cdot BC}{BC^2}\right)^2 = \frac{AH^2}{BC^2}$ (2) Từ đó: $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle ABC} \cdot (1 - \cos^2 B) \cdot \sin^2 C$.	0,25

	3.3 Chứng minh điểm J cách đều 4 điểm B, D, E và C.	0,5
	 Gọi P và Q lần lượt là trung điểm BD và EC. Gọi O là giao điểm của các đường trung trực của BD và CE. Khi đó $OE = OC, OB = OD$. Ta có: $AE \cdot AC = (AQ - QE)(AQ + QC)$ $= (AQ - QE)(AQ + QE)$ $= AQ^2 - QE^2 = (AQ^2 + OQ^2) - (QE^2 + OQ^2)$ $= OA^2 - OE^2.$	0,25
	Tương tự $AD \cdot AB = OA^2 - OD^2$. Mà $AE \cdot AC = AD \cdot AB \Rightarrow OD^2 = OE^2 \Rightarrow OD = OE$. Vậy $OE = OC = OB = OD$. Mặt khác, điểm O nằm trên giao điểm các đường trung trực DE và EC nên O và J trùng nhau. Vậy điểm J cách đều các điểm B, D, E và C.	0,25
	IV <i>Hỏi chi phí thuê xe nhỏ nhất mà công ty phải trả để vận chuyển 76 tấn hàng là bao nhiêu?</i>	0,5
	Gọi x, y lần lượt là số xe loại xe thứ nhất và loại thứ hai mà công ty thuê. ĐK: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$. Ta có $15x + 10y \geq 76$ Vì $15x + 10y$ chia hết cho 5 nên $15x + 10y \geq 80$.	0,25
	Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $15x + 10y = 80$ hay $3x + 2y = 16$. Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 0 \\ y = 8 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ Với $\begin{cases} x = 0 \\ y = 8 \end{cases}$ thì chi phí thuê xe là $0.13 + 8.9 = 72$ (triệu đồng) Với $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ thì chi phí thuê xe là $2.13 + 5.9 = 71$ (triệu đồng) Với $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ thì chi phí thuê xe là $4.13 + 2.9 = 70$ (triệu đồng) Vậy chi phí thuê xe nhỏ nhất mà công ty phải trả là 70 triệu đồng.	0,25