

TÀI LIỆU ÔN HÈ TOÁN 8 LÊN 9

PHẦN 1. ĐẠI SỐ

Bài 1: Thực hiện các phép toán sau:

a) $2x - y \quad 4x^2 - 2xy + y^2$

b) $6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4 : 3x^3y^2$

c) $2x^3 - 21x^2 + 67x - 60 : x - 5$

d) $x^4 + 2x^3 + x - 25 : x^2 + 5$

e) $27x^3 - 8 : 6x + 9x^2 + 4$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $x + y^2 - x - y^2$

b) $a + b^3 + a - b^3 - 2a^3$

c) $9^8 \cdot 2^8 - 18^4 - 1 \quad 18^4 + 1$

Bài 3: Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x, y

$A = 3x - 5 \quad 2x + 11 - 2x + 3 \quad 3x + 7$

$B = 2x + 3 \quad 4x^2 - 6x + 9 - 2 \quad 4x^3 - 1$

$C = x - 1^3 - x + 1^3 + 6 \quad x + 1 \quad x - 1$

Bài 4: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$

b) $2x + 2y - x^2 - xy$

c) $3a^2 - 6ab + 3b^2 - 12c^2$

d) $x^2 - 25 + y^2 + 2xy$

e) $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$

f) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$

g) $x^2y - x^3 - 9y + 9x$

h) $x^2(x - 1) + 16(1 - x)$

n) $81x^2 - 4$

m) $xz - yz - x^2 + 2xy - y^2$

p) $x^2 + 8x + 15$

k) $x^2 - x - 12$

Bài 5: Tìm x biết:

a) $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 26$

b) $5x(x - 1) = x - 1$

c) $2(x + 5) - x^2 - 5x = 0$

d) $(2x - 3)^2 - (x + 5)^2 = 0$

e) $3x^3 - 48x = 0$

f) $x^3 + x^2 - 4x = 4$

Bài 6: Chứng minh rằng biểu thức:

$A = x \quad x - 6 + 10$ luôn dương với mọi x.

$B = x^2 - 2x + 9y^2 - 6y + 3$ luôn dương với mọi x, y.

Bài 7: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A, B, C và giá trị lớn nhất của biểu thức D, E:

$$A = x^2 - 4x + 1$$

$$B = 4x^2 + 4x + 11$$

$$C = (x-1)(x+3)(x+2)(x+6)$$

$$D = 5 - 8x - x^2$$

$$E = 4x - x^2 + 1$$

Bài 8: Xác định a để đa thức: $x^3 + x^2 + a - x$ chia hết cho $x + 1$

Bài 9: Cho các phân thức sau:

$$A = \frac{2x+6}{(x+3)(x-2)}$$

$$B = \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$$

$$C = \frac{9x^2-16}{3x^2-4x}$$

$$D = \frac{x^2+4x+4}{2x+4}$$

$$E = \frac{2x-x^2}{x^2-4}$$

$$F = \frac{3x^2+6x+12}{x^3-8}$$

a) Với điều kiện nào của x thì giá trị của các phân thức trên xác định.

b) Tìm x để giá trị của các phân thức trên bằng 0.

c) Rút gọn phân thức trên.

Bài 10: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x^2+3x}$

b) $\frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x}$

c) $\frac{x}{x-2y} + \frac{x}{x+2y} + \frac{4xy}{4y^2-x^2}$

d) $\frac{1}{3x-2} - \frac{1}{3x+2} - \frac{3x-6}{4-9x^2}$

Bài 11: Chứng minh rằng: $5^{2005} + 5^{2003}$ chia hết cho 13

Bài 12: Rút gọn biểu thức: $A = \left[\frac{1}{x^2+2xy+y^2} - \frac{1}{x^2-y^2} \right] : \frac{4xy}{y^2-x^2}$

Bài 13: Chứng minh đẳng thức: $\left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x} = \frac{2x}{x-1}$

Bài 14: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{4-x^2} + \frac{1}{2+x} \right) \cdot \left(\frac{2}{x} - 1 \right)$

a) Rút gọn A.

b) Tính giá trị của biểu thức A tại x thỏa mãn: $2x^2 + x = 0$

c) Tìm x để $A = \frac{1}{2}$

d) Tìm x nguyên để A nguyên dương.

Bài 15: Cho biểu thức: $B = \left(\frac{21}{x^2 - 9} - \frac{x - 4}{3 - x} - \frac{x - 1}{3 + x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x + 3} \right)$

a) Rút gọn B.

b) Tính giá trị của biểu thức B tại x thoả mãn: $|2x + 1| = 5$

c) Tìm x để $B = -\frac{3}{5}$

d) Tìm x để $B < 0$

Bài 16: Tìm các giá trị nguyên của x để phân thức M có giá trị là một số nguyên:

$$M = \frac{10x^2 - 7x - 5}{2x - 3}$$

Bài 17: Giải các phương trình sau:

a) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$

b) $3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300$

c) $\frac{5x + 2}{6} - \frac{8x - 1}{3} = \frac{4x + 2}{5} - 5$

d) $\frac{3x + 2}{2} - \frac{3x + 1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$

e) $x - \frac{2x - 5}{5} + \frac{x + 8}{6} = 7 + \frac{x - 1}{3}$

Bài 18: Giải các phương trình sau:

a) $2x(x - 3) + 5(x - 3) = 0$

b) $x^2 - 4 - (x - 2)(3 - 2x) = 0$

c) $(2x + 5)^2 = (x + 2)^2$

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$

Bài 19: Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x + 1} - \frac{5}{x - 2} = \frac{15}{(x + 1)(2 - x)}$

b) $\frac{x - 1}{x + 2} - \frac{x}{x - 2} = \frac{5x - 2}{4 - x^2}$

c) $\frac{x + 5}{x^2 - 5x} - \frac{x - 5}{2x^2 + 10x} = \frac{x + 25}{2x^2 - 50}$

d) $\frac{1}{x - 1} - \frac{3x^2}{x^3 - 1} = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$

e) $\frac{7}{8x} + \frac{5 - x}{4x^2 - 8x} = \frac{x - 1}{2x(x - 2)} + \frac{1}{8x - 16}$

Bài 20: Giải các phương trình sau:

a) $|x - 5| = 3$

b) $|-5x| = 3x - 16$

c) $|x - 4| = -3x + 5$

d) $|3x - 1| - x = 2$

e) $|8 - x| = x^2 + x$

Bài 21: Giải các bất phương trình sau rồi biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $(x - 3)^2 < x^2 - 5x + 4$

f) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

b) $(x - 3)(x + 3) \leq (x + 2)^2 + 3$

g) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6 < 0$

c) $\frac{4x - 5}{3} > \frac{7 - x}{5}$

h) $\frac{x + 2}{5} \geq 0$

d) $\frac{2x + 1}{2} + 3 \geq \frac{3 - 5x}{3} - \frac{4x + 1}{4}$

i) $\frac{x + 2}{x - 3} < 0$

e) $\frac{5x - 3}{5} + \frac{2x + 1}{4} \leq \frac{2 - 3x}{2} - 5$

k) $\frac{x - 1}{x - 3} > 1$

Bài 22: Chứng minh rằng:

a) $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$

d) $m^2 + n^2 + 2 \geq 2(m + n)$

b) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$

e) $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ (với $a > 0, b > 0$)

c) $a(a + 2) < (a + 1)^2$

Bài 23: Cho $m < n$. Hãy so sánh:

a) $m + 5$ và $n + 5$

c) $-3m + 1$ và $-3n + 1$

b) $-8 + 2m$ và $-8 + 2n$

d) $\frac{m}{2} - 5$ và $\frac{n}{2} - 5$

Bài 24: Cho $a > b$. Hãy chứng minh:

a) $a + 2 > b + 2$

c) $3a + 5 > 3b + 2$

b) $-2a - 5 < -2b - 5$

d) $2 - 4a < 3 - 4b$

Bài 25: Lúc 7 giờ sáng, một người đi xe đạp khởi hành từ A với vận tốc 10km/h. Sau đó lúc 8 giờ 40 phút, một người khác đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 30km/h. Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ.

Bài 26: Hai người đi bộ khởi hành ở hai địa điểm cách nhau 4,18 km đi ngược chiều nhau để gặp nhau. Người thứ nhất mỗi giờ đi được 5,7 km. Người thứ hai mỗi giờ đi được 6,3 km nhưng xuất phát sau người thứ nhất 4 phút. Hỏi người thứ hai đi trong bao lâu thì gặp người thứ nhất.

Bài 27: Lúc 6 giờ, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc trung bình 40km/h. Khi đến B, người lái xe làm nhiệm vụ giao nhận hàng trong 30 phút rồi cho xe quay trở về A với vận tốc trung bình 30km/h. Tính quãng đường AB biết rằng ô tô về đến A lúc 10 giờ cùng ngày.

Bài 28: Hai xe máy khởi hành lúc 7 giờ sáng từ A để đến B. Xe máy thứ nhất chạy với vận tốc 30km/h, xe máy thứ hai chạy với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy thứ nhất là 6km/h. Trên đường đi xe thứ hai dừng lại nghỉ 40 phút rồi lại tiếp tục chạy với vận tốc cũ. Tính chiều dài quãng đường AB, biết cả hai xe đến B cùng lúc.

Bài 29: Một canô tuần tra đi xuôi dòng từ A đến B hết 1 giờ 20 phút và ngược dòng từ B về A hết 2 giờ. Tính vận tốc riêng của canô, biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

Bài 30: Một tổ may áo theo kế hoạch mỗi ngày phải may 30 áo. Nhờ cải tiến kĩ thuật, tổ đã may được mỗi ngày 40 áo nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày ngoài ra còn may thêm được 20 chiếc áo nữa. Tính số áo mà tổ đó phải may theo kế hoạch.

Bài 31: Hai công nhân nếu làm chung thì trong 12 giờ sẽ hoàn thành công việc. Họ làm chung trong 4 giờ thì người thứ nhất chuyển đi làm việc khác, người thứ hai làm nốt công việc trong 10 giờ. Hỏi người thứ hai làm một mình thì bao lâu hoàn thành công việc.

Bài 32: Một tổ sản xuất dự định hoàn thành công việc trong 10 ngày. Thời gian đầu, họ làm mỗi ngày 120 sản phẩm. Sau khi làm được một nửa số sản phẩm được giao, nhờ hợp lý hoá một số thao tác, mỗi ngày họ làm thêm được 30 sản phẩm nữa so với mỗi ngày trước đó. Tính số sản phẩm mà tổ sản xuất được giao.

Bài 33: Hai tổ sản xuất cùng làm chung công việc thì hoàn thành trong 2 giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi tổ phải hết bao nhiêu thời gian mới hoàn thành công việc, biết khi làm riêng tổ 1 hoàn thành sớm hơn tổ 2 là 3 giờ.

PHẦN 2. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho hình bình hành $ABCD$ có $BC = 2AB$ và $A = 60^\circ$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BC và AD .

- a) Tứ giác $ECDF$ là hình gì?
- b) Tứ giác $ABED$ là hình gì? Vì sao?
- c) Tính số đo của góc AED .

Bài 2: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AC . Gọi H là điểm đối xứng của N qua M .

- a) Chứng minh tứ giác $BNCH$ và $ABHN$ là hình bình hành.
- b) $\triangle ABC$ thỏa mãn điều kiện gì thì tứ giác $BNCH$ là hình chữ nhật.

Bài 3: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo (không vuông góc), I và K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi M và N theo thứ tự là điểm đối xứng của điểm O qua tâm I và K .

- a) Chứng minh rằng tứ giác $BMND$ là hình bình hành.
- b) Với điều kiện nào của hai đường chéo AC và BD thì tứ giác $BMND$ là hình chữ nhật.
- c) Chứng minh 3 điểm M, C, N thẳng hàng.

Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Đường chéo AC cắt các đoạn thẳng BE và DF theo thứ tự tại P và Q .

- a) Chứng minh tứ giác $BEDF$ là hình bình hành.
- b) Chứng minh $AP = PQ = QC$.
- c) Gọi R là trung điểm của BP . Chứng minh tứ giác $ARQE$ là hình bình hành.

Bài 5: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

- a) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì? Vì sao?
- b) Tìm điều kiện của tứ giác $ABCD$ để tứ giác $MNPQ$ là hình vuông?
- c) Với điều kiện câu b) hãy tính tỉ số diện tích của tứ giác $ABCD$ và $MNPQ$

Bài 6: Cho $\triangle ABC$, các đường cao BH và CK cắt nhau tại E . Qua B kẻ đường thẳng Bx vuông góc với AB . Qua C kẻ đường thẳng Cy vuông góc với AC . Hai đường thẳng Bx và Cy cắt nhau tại D .

- a) Chứng minh tứ giác $BDCE$ là hình bình hành.
- b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh M cũng là trung điểm của ED .
- c) $\triangle ABC$ phải thỏa mãn điều kiện gì thì DE đi qua A .

Bài 7: Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$), E là trung điểm của AB .

- a) Chứng minh $\triangle EDC$ cân
- b) Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của BC, CD, DA . Tứ giác $EIKM$ là hình gì? Vì sao?
- c) Tính S_{ABCD}, S_{EIKM} biết $EK = 4, IM = 6$.

Bài 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

- a) Tứ giác $DEBF$ là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh 3 đường thẳng AC, BD, EF đồng quy.
- c) Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và N . Chứng minh tứ giác $EMFN$ là hình bình hành.
- d) Tính S_{EMFN} khi biết $AC = a, BC = b$.

Bài 9: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), một đường thẳng song song với 2 đáy, cắt các cạnh AD, BC ở M và N sao cho $MD = 2MA$.

- a) Tính tỉ số $\frac{NB}{NC}$
- b) Cho $AB = 8\text{cm}, CD = 17\text{cm}$. Tính MN ?

Bài 10: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). M là trung điểm của CD . Gọi I là giao điểm của AM và BD , gọi K là giao điểm của BM và AC .

- a) Chứng minh $IK \parallel AB$
- b) Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự ở E và F . Chứng minh: $EI = IK = KF$

Bài 11: Tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}, AC = 12\text{cm}, BC = 9\text{cm}$. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

- a) Chứng minh: $IG \parallel BC$
- b) Tính độ dài IG

Bài 12: Cho hình thoi $ABCD$, góc A bằng 60° . Qua C kẻ đường thẳng d cắt các tia đối của tia BA và DA theo thứ tự E, F . Chứng minh:

a) $\frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$

b) $\triangle EBD \sim \triangle BDF$

c) $\angle BID = 120^\circ$ (I là giao điểm của DE và BF)

Bài 13: Cho tam giác ABC và các đường cao BD, CE.

a) Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle ACE$

b) Tính $\angle AED$ biết $\angle ACB = 48^\circ$

Bài 14: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH, BC = 20cm, AH = 8cm. Gọi D là hình chiếu của H trên AC, E là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

b) Tính diện tích tam giác ADE

Bài 15: Cho tam giác ABC vuông ở A, AB = 15cm, AC = 20cm, đường phân giác BD.

a) Tính độ dài AD?

b) Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Tính độ dài AH, HB?

c) Chứng minh tam giác AID là tam giác cân với I là giao điểm của AH và BD

Bài 16: Tam giác ABC cân tại A, BC = 120cm, AB = 100cm. Các đường cao AD và BE gặp nhau ở H.

a) Tìm các tam giác đồng dạng với tam giác BDH .

b) Tính độ dài HD, BH

c) Tính độ dài HE

Bài 17: Cho tam giác ABC, các đường cao BD, CE cắt nhau ở H. Gọi K là hình chiếu của H trên BC. Chứng minh rằng:

a) $BH.BD = BK.BC$

b) $CH.CE = CK.CB$

Bài 18: Cho hình thang cân MNPQ (MN // PQ, MN < PQ), NP = 15cm, đường cao NI = 12 cm , QI = 16 cm .

a) Tính IP.

b) Chứng minh: QN $\perp$ NP

c) Tính diện tích hình thang $MNPQ$.

d) Gọi E là trung điểm của PQ. Đường thẳng vuông góc với EN tại N cắt đường thẳng PQ tại K. Chứng minh: $KN^2 = KP \cdot KQ$

Bài 19: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, đường cao AH.

a) Chứng minh: $\triangle HBA \sim \triangle ABC$

b) Tính BC, AH.

c) Gọi D là điểm đối xứng với B qua H. Vẽ hình bình hành ADCE. Tứ giác ABCE là hình gì? Tại sao?

d) Tính AE.

e) Tính diện tích tứ giác $ABCE$.

Bài 20: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Từ B kẻ tia $Bx \perp AB$, tia Bx cắt tia AH tại K.

a) Tứ giác $ABKC$ là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh: $\triangle ABK$ đồng dạng với $\triangle CHA$. Từ đó suy ra: $AB.AC = AK.CH$

c) Chứng minh: $AH^2 = HB.HC$

d) Giả sử $BH = 9\text{cm}$, $HC = 16\text{cm}$. Tính AB, AH.

Bài 21: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường cao AF, BE cắt nhau tại H. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC, từ B kẻ tia By vuông góc với BC. Tia Ax và By cắt nhau tại K.

a) Tứ giác AHBK là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh: $\triangle HAE$ đồng dạng với $\triangle HBF$.

c) Chứng minh: $CE.CA = CF.CB$

d) $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để tứ giác $AHBK$ là hình thoi.

Bài 22: Cho tam giác ABC, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Từ trung điểm M của AB vẽ một tia Mx cắt AC tại N sao cho $\angle AMN = \angle ACB$.

a) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle ANM$

b) Tính NC.

c) Từ C kẻ một đường thẳng song song với AB cắt MN tại K. Tính tỉ số $\frac{MN}{MK}$.

Bài 23: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = 5\text{cm}$.

a) Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle CBD$.

b) Tính CD .

c) Chứng minh: $\angle BAC = 2\angle ACD$

Bài 24: Cho tam giác vuông ABC ($\angle A = 90^\circ$), đường cao AH . Biết $BH = 4\text{cm}$, $CH = 9\text{cm}$.

a) Chứng minh: $AB^2 = BH \cdot BC$

b) Tính AB , AC .

c) Đường phân giác BD cắt AH tại E ($D \in AC$). Tính $\frac{S_{EBH}}{S_{DBA}}$ và chứng minh: $\frac{EA}{EH} = \frac{DC}{DA}$

Bài 25: Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm F . Tia AF cắt BD và DC lần lượt ở E và G . Chứng minh:

a) $\triangle BEF \sim \triangle DEA$; $\triangle DGE \sim \triangle BAE$

b) $AE^2 = EF \cdot EG$

c) $BF \cdot DG$ không đổi khi F thay đổi trên cạnh BC .

Bài 26: Cho $\triangle ABC$, vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB ở D và cắt AC ở E . Qua C kẻ tia Cx song song với AB cắt DE ở G .

a) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle CEG$

b) Chứng minh: $DA \cdot EG = DB \cdot DE$

c) Gọi H là giao điểm của AC và BG . Chứng minh: $HC^2 = HE \cdot HA$

Bài 27: Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\angle A < 90^\circ$). Các đường cao AD và CE cắt nhau tại H .

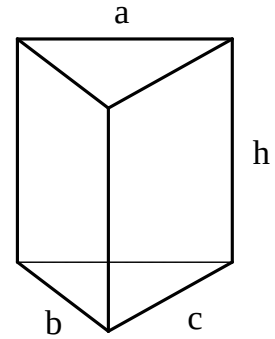
a) Chứng minh: $\triangle BEC \sim \triangle BDA$

b) Chứng minh: $\triangle DHC \sim \triangle DCA$. Từ đó suy ra: $DC^2 = DH \cdot DA$

c) Cho $AB = 10\text{cm}$, $AE = 8\text{cm}$. Tính EC , HC .

Bài 28: Quan sát lăng trụ đứng tam giác (hình 1) rồi điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

a (cm)	6	10
b (cm)	3	
c (cm)	5	7
h (cm)	8	
Chu vi đáy (cm)		22
S_{xq} (cm ²)		88



Bài 29: Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có hai đáy ABC và $A'B'C'$ là các tam giác vuông tại A và A' (hình 2).

Tính S_{xq} và thể tích của hình lăng trụ.

Biết: $AB = 9\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$, $AA' = 10\text{cm}$.

