

I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm). Chọn phương án đúng trong mỗi câu dưới đây:

Câu 1. Với $xy > 0$ thì biểu thức $xy\sqrt{\frac{4}{x^2y^2}}$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 2. D. -2.

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-2x}$ là

- A. $x < \frac{1}{2}$. B. $x \leq \frac{1}{2}$. C. $x > \frac{1}{2}$. D. $x \geq \frac{1}{2}$.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} ax - by = -2 \\ ax + by = 10 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (-1; 2)$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a + b$ là

- A. -10. B. 5. C. -2. D. -5.

Câu 4. Cho tam giác MNP vuông tại M . Đường cao MQ chia cạnh huyền NP thành hai đoạn

$NQ = 3$ cm, $PQ = 6$ cm. Tỉ số $\frac{\cot P}{\cot N}$ là

- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.

Câu 5. Biểu thức $M = \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$ biến đổi được về dạng $a\sqrt{3} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của $a - b$ là

- A. 11. B. -11. C. -3. D. 3.

Câu 6. Kết quả của phép tính $\sqrt{49a^2} + 3a$ với $a \leq 0$ là

- A. $-4a$. B. $52a$. C. $10a$. D. $-46a$.

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $2x - 2 > 2$ là

- A. $x \leq 2$. B. $x < 2$. C. $x \geq 2$. D. $x > 2$.

Câu 8. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$?

- A. $(0; -2)$. B. $(2; -1)$. C. $(5; 5)$. D. $(2; 1)$.

Câu 9. Cho hai đường tròn $(O; 15\text{ cm})$ và $(O'; 9\text{ cm})$. Khi độ dài đoạn nối tâm $OO' = 10$ cm thì vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. không giao nhau. B. tiếp xúc ngoài. C. cắt nhau. D. tiếp xúc trong.

Câu 10. Cho a là số tự nhiên có hai chữ số nhỏ hơn 20, b là số tự nhiên lớn nhất có một chữ số. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > b + 3$. B. $a + 3 < b + 3$. C. $a + 3 > b + 3$. D. $a - 1 = b$.

Câu 11. Căn bậc hai số học của 9 là

- A. -3. B. 3. C. ± 3 . D. 81.

Câu 12. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $xy - x = 1$. B. $2x - 3y = 4$. C. $\frac{1}{x} + y = 5$. D. $2x + 3y^2 = 0$.

Câu 13. Cho tam giác DEF vuông tại D . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\cos F = \frac{DF}{EF}$.

B. $\sin E = \frac{DE}{EF}$.

C. $\tan E = \frac{DF}{EF}$.

D. $\cot F = \frac{DF}{EF}$.

Câu 14. Cho đường tròn tâm I bán kính 5 cm và một điểm M bất kì sao cho $IM = d$. Điểm M thuộc đường tròn tâm I khi

A. $d > 5$ cm.

B. $d < 5$ cm.

C. $d = 5$ cm.

D. $d \leq 5$ cm.

Câu 15. Cho a, b là hai số không âm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

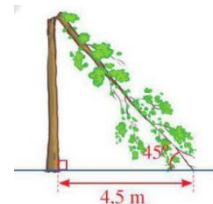
A. $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$.

B. $\sqrt{a}\sqrt{b} = b\sqrt{a}$.

C. $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$.

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Câu 16. Giông bão thổi mạnh, một cây bị gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với phương nằm ngang một góc 45° (minh hoạ ở hình vẽ). Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây là 4,5 m. Giả sử cây mọc vuông góc với mặt đất, chiều cao của cây khi chưa gãy là (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



A. 6,4 m.

B. 4,5 m.

C. 10,9 m.

D. 11 m.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $(x+1)(2-x)=0$.

b) Giải bất phương trình $24 - 12x \leq 2025$.

c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Tại một phòng làm bài kiểm tra học kì 1 năm học 2025-2026, có 24 học sinh tham gia làm bài kiểm tra. Khi thu bài giám thị đếm được có tất cả 40 tờ giấy kiểm tra. Biết rằng tất cả học sinh đều nộp bài và mỗi bạn nộp một hoặc hai tờ giấy kiểm tra cho giám thị. Tính số học sinh nộp bài kiểm tra bằng hai tờ giấy kiểm tra.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Lấy điểm C thuộc $(O; R)$ sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến tại điểm A và tiếp tuyến tại điểm C của đường tròn $(O; R)$ cắt nhau tại điểm M .

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường cao CH của $\triangle ABC$ ($H \in AB$), kéo dài CH cắt $(O; R)$ tại điểm D ($D \neq C$). Hai đường thẳng MC và AB cắt nhau tại F . Chứng minh DF là tiếp tuyến của $(O; R)$.

c) Chứng minh MB đi qua trung điểm của CH .

Câu 4. (0,5 điểm)

Tại một hợp tác xã trồng cam, đến mùa thu hoạch trung bình mỗi kilogram cam được bán với giá 45000 đồng, mỗi ngày bán được 11 tấn cam. Ban quản lý hợp tác xã đang xem xét việc giảm giá bán để tối ưu hóa doanh thu. Sau khi thử nghiệm, hợp tác xã nhận thấy cứ mỗi lần giảm giá thêm 3000 đồng cho mỗi kilogram cam thì bán thêm được 1 tấn cam. Hỏi hợp tác xã nên định mức giá bán mới là bao nhiêu để đạt doanh thu lớn nhất?

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng học sinh được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án	C	B	D	A	A	A	D	B	C	C	B	B	A	C	D	C

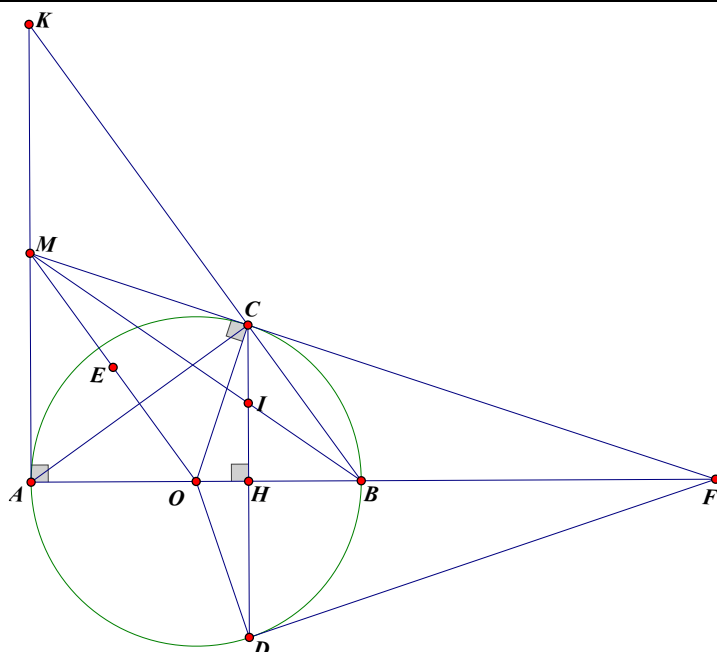
II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
Câu 1.a (0,75 điểm)		
	$(x+1)(2-x)=0$ $x+1=0 \text{ hoặc } 2-x=0$ $x+1=0$ hay $x=-1$ $2-x=0$ hay $x=2$ Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=2$ và $x=-1$.	0,25 0,25 0,25
Câu 1.b (0,75 điểm)		
	$24-12x \leq 2025$ $-12x \leq 2001$ $x \geq -\frac{667}{4}$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -\frac{667}{4}$.	0,25 0,25 0,25
Câu 1.c (1,0 điểm)		
	Với $x \geq 0, x \neq 4$, $A = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{x-4}$ $= \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{\sqrt{x}+2 + \sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25 0,25
	$= \frac{\sqrt{x}+2 + x - 2\sqrt{x} - x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25

	$= \frac{2 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{-1}{\sqrt{x} + 2}$	
	Vậy với $x \geq 0, x \neq 4$ thì $A = -\frac{1}{\sqrt{x} + 2}$.	0,25
Câu 2. (1,0 điểm)		
	Gọi x là số học sinh làm bài kiểm tra bằng 2 tờ giấy, y là số học sinh làm bài kiểm tra bằng 1 tờ giấy. $(x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 24)$	0,25
	Do phòng kiểm tra có 24 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 24$ (1) Do mỗi bạn dùng một hoặc hai tờ giấy kiểm tra để làm bài và có tất cả 40 tờ nên ta có phương trình: $2x + y = 40$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x + y = 40 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = 16 \\ y = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0,25
	Vậy có 16 học sinh làm bài kiểm tra bằng hai tờ giấy.	0,25
Câu 3.a (1,0 điểm)		
		0,25
	Xét (O) có: MA và MC là hai tiếp tuyến tại A và C của (O) $\Rightarrow OA \perp AM, OC \perp CM$ nên $\widehat{MAO} = \widehat{MCO} = 90^\circ$.	0,25
	Gọi E là trung điểm của MO . Xét $\triangle MAO$ vuông tại A có AE là đường trung tuyến nên $AE = \frac{MO}{2} = EM = EO$ Do đó ba điểm M, A, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM .	0,25
	Tương tự ba điểm M, C, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM . Vậy bốn điểm M, A, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM .	0,25
Câu 3.b (0,5 điểm)		
	Xét $\triangle OCD$ có: $OC = OD = R$ nên $\triangle OCD$ cân tại O .	0,25

	Mà OH là đường cao nên OH là đường phân giác của $\triangle OCD$ Do đó $\widehat{COF} = \widehat{DOF}$.	
	Chứng minh được $\triangle COF = \triangle DOF$ (c.g.c) Suy ra $\widehat{OCF} = \widehat{ODF}$ (hai góc tương ứng). Mà $\widehat{OCF} = 90^\circ$ (do $OC \perp MF$) nên $\widehat{ODF} = 90^\circ \Rightarrow OD \perp DF$ tại D . Xét (O) có: $OD \perp DF$ tại $D \in (O)$ nên DF là tiếp tuyến của $(O; R)$ tại D .	0,25

Câu 3.c (0,5 điểm)

	 Gọi K là giao điểm của CB và AM. Chứng minh được $OM \perp AC$, $BC \perp AC$ nên $BC \parallel OM$. Xét tam giác AKB có O là trung điểm của AB và $OM \parallel BK$ nên M là trung điểm của AK. Do đó $MK = AM$.	0,25
	Gọi I là giao điểm của BM và CH Ta có $AM \parallel CH$ (cùng vuông góc với AB) hay $IH \parallel AM$ nên $\frac{IH}{AM} = \frac{BI}{BM}$. Lại có $IC \parallel MK$ nên $\frac{IC}{MK} = \frac{BI}{BM}$. Do đó $\frac{IC}{MK} = \frac{IH}{AM}$. Mà $MK = AM$ nên $IC = IH$ hay I là trung điểm của CH.	0,25

Câu 4. (0,5 điểm)

	Gọi số lần giảm giá mà mỗi lần giảm thêm 3 nghìn đồng là x (lần) ($x \in \mathbb{N}^*$) Giá tiền 1kg cam sau x lần giảm giá là $(45 - 3x)$ (nghìn đồng) Số cam đã bán sau x lần giảm giá là $11 + x$ (tấn) hay $(11 + x) \cdot 1000$ (kg) Tổng số tiền thu được: $A = 1000(45 - 3x)(11 + x)$ (nghìn đồng)	0,25
--	--	------

Để có doanh thu lớn nhất thì A đạt giá trị lớn nhất $A = 1000.(45 - 3x)(11 + x) = 3000.(15 - x)(11 + x)$ $= -3000.(x^2 - 4x + 4) + 507000 = -3000(x - 2)^2 + 507000$ Ta có: $-3000(x - 2)^2 \leq 0$ $-3000(x - 2)^2 + 507000 \leq 507000$ $A \leq 507000$ A đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$. Vậy mức giá mới cho một kg cam là $45 - 2.3 = 39$ (nghìn đồng) thì hợp tác xã sẽ đạt doanh thu lớn nhất. <i>Cách khác:</i> $A = 1000(45 - 3x)(11 + x) = 3000(15 - x)(11 + x)$ Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $(15 - x)(11 + x) \leq \frac{(15 - x + 11 + x)^2}{4} = 169$ Nên $A \leq 507000$ A đạt giá trị lớn nhất khi $15 - x = 11 + x$ hay $x = 2$. Vậy mức giá mới cho một kg cam là $45 - 2.3 = 39$ (nghìn đồng) thì hợp tác xã sẽ đạt doanh thu lớn nhất.	0,25
---	------

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tối đa.

----- **Hết** -----