

Bài I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + (x - 3) = 0$;

b) $x(x - 2) \leq x^2 - 5$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2(y + 1) = 3 \end{cases}$$

3) Tính giá trị biểu thức sau: $M = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{8} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - 3$.

Bài II (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A với $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

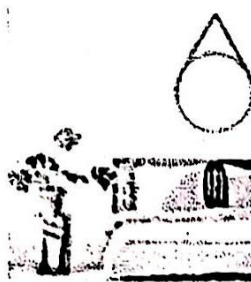
3) Cho $P = A : B$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P > 1$.

Bài III (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình

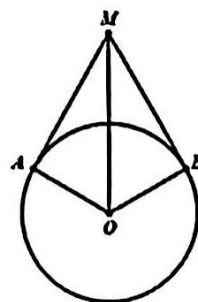
Trong một xưởng có hai chiếc máy sản xuất cốc giấy. Mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc cốc giấy. Nếu máy thứ nhất làm trong 3 giờ và máy thứ hai làm trong 4 giờ thì cả hai máy làm được 1700 cốc giấy. Hỏi mỗi giờ mỗi máy làm được bao nhiêu chiếc cốc giấy?

Bài IV (4,0 điểm)

1) Một người thợ muốn treo một chiếc gương có dạng hình tròn (hình a) vào một đỉnh móc tại điểm M bằng hai đoạn dây bằng nhau MA, MB không dẫn để gương được cân bằng (không tính các nút thắt buộc tại 2 đầu A và B). Mỗi đoạn dây lần lượt tiếp xúc với viền gỗ của gương tại điểm A và B (hình b). Biết bán kính của chiếc gương là $OA = 25cm$ và góc giữa đoạn dây MA với phương thẳng đứng là $\widehat{AMO} = 30^\circ$. Hỏi chiều dài mỗi đoạn dây MA, MB bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình a



Hình b

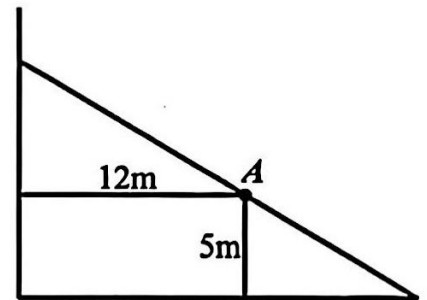
2) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O) . Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi giao điểm của MO và AB là H . Chứng minh $MO \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$.

c) Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại N và P cắt nhau tại F . Gọi K là trung điểm của NP . Chứng minh ΔKOM đồng dạng với ΔHOF .
 Bài V (0,5 điểm).

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ hình chữ nhật (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A . Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12m$.



-----HẾT-----

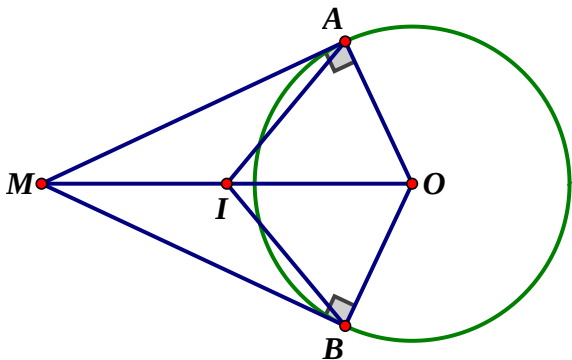
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

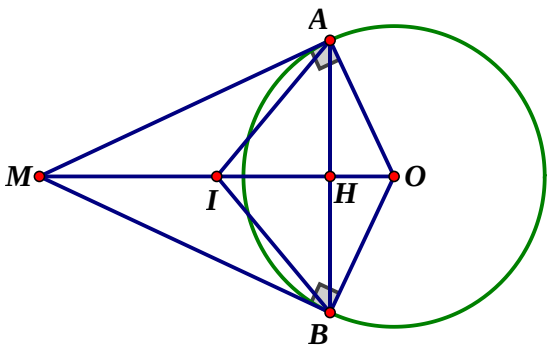
Bài	Đáp án	Biểu điểm
I (2,0)	1) Giải phương trình và bất phương trình sau:	
	a) $x^2 - 3x + (x - 3) = 0$	1,0
	b) $x(x - 2) \leq x^2 - 5$	
	a) $x^2 - 3x + (x - 3) = 0$	0,5
	$x(x - 3) + (x - 3) = 0$ $(x - 3)(x + 1) = 0$	0,25
	TH1: $x - 3 = 0$ $x = 3$ TH2: $x + 1 = 0$ $x = -1$ Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = -1$ hoặc $x = 3$	0,25
	b) $x(x - 2) \leq x^2 - 5$	0,5
	$x(x - 2) \leq x^2 - 5$ $x^2 - 2x \leq x^2 - 5$ $-2x \leq -5$	0,25
	$x \geq \frac{5}{2}$ Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \geq \frac{5}{2}$	0,25
	2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2(y + 1) = 3 \end{cases}$	0,5
	$\begin{cases} x - 2y = 5 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$ Cộng từng vế của PT (1) và PT (2) ta có:	0,25

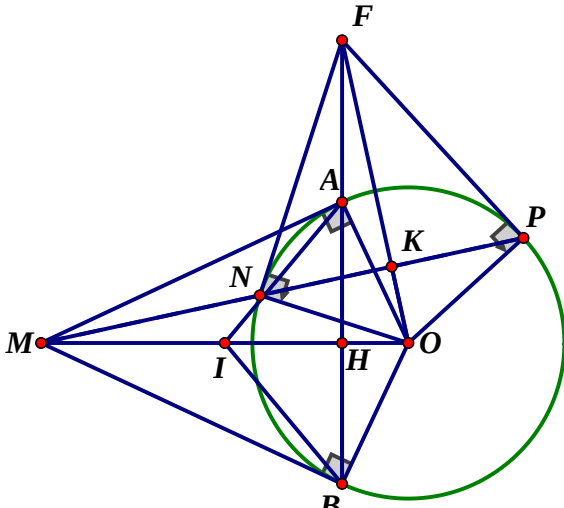
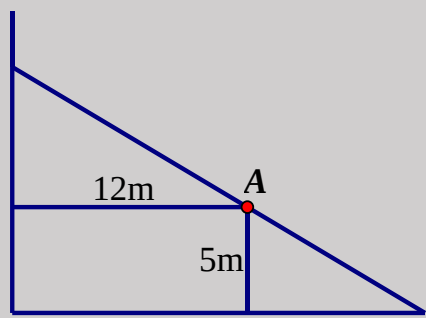
	$2x = 6$ $x = 3 \quad (3)$	
	Thay (3) vào (1) ta có: $3 - 2y = 5$ $2y = -2$ $y = -1$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (3; -1)$ <i>Kết luận sai hoặc thiếu trừ 1 dấu “-”</i>	0,25
	3) Tính giá trị biểu thức sau: $M = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{8} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - 3.$	0,5
	$M = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} - \sqrt{4 \cdot 2} + 2-\sqrt{2} - 3$	0,25
	$M = \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 3$ $M = -2\sqrt{2} + 3 - 3 = -2\sqrt{2}$	0,25
II (2,0)	Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9.$ 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25.$ 2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}.$ 3) Cho $P = A : B.$ Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P > 1.$	2,0
	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25.$	0,5
	Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức A, ta có $A = \frac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-3} = \frac{7}{2}$	0,25
	2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}.$	1,0
	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$ $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$	0,25

	$B = \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$	0,25
	3) Cho $P = A : B$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P > 1$.	0,5
	$P = A : B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} > 1$ $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - 1 > 0$ $\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3} > 0$ $\sqrt{x} + 3 > 0 \text{ với mọi } x$ $\sqrt{x} - 3 > 0$ $x > 9$ Kết hợp với ĐKXD suy ra $x > 9$	
	mà x là số nguyên nhỏ nhất nên $x = 10$ Vậy $x = 10$ thì $2P > 1$ - Thiếu kết hợp ĐKXD trừ 1 dấu “-”	0,25
III (1,5)	Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình: Trong một xưởng có hai chiếc máy sản xuất cốc giấy. Mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc cốc giấy. Nếu máy thứ nhất làm trong 3 giờ và máy thứ hai làm trong 4 giờ thì cả hai máy làm được 1700 cốc giấy. Hỏi mỗi giờ mỗi máy làm được bao nhiêu chiếc cốc giấy?	1,5
	Gọi số chiếc cốc giấy mỗi giờ máy thứ nhất và máy thứ hai làm được lần lượt là $x, y (x, y \in \mathbb{N}^*, x > 100)$ (chiếc)	0,25
	Do mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc nên ta có phương trình	0,25

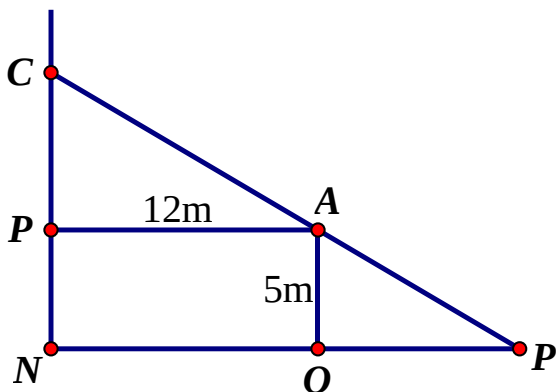
	$x - y = 100$	
	Số cốc máy thứ nhất làm được trong 3 giờ là: $3x$ (chiếc)	0,25
	Số cốc máy thứ nhất làm được trong 4 giờ là: $4y$ (chiếc)	
	Cả hai máy làm được 1700 chiếc cốc nên ta có phương trình $3x + 4y = 1700$	
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 100 \\ 3x + 4y = 1700 \end{cases}$	0,25
	$3(100 + y) + 4y = 1700$ $300 + 3y + 4y = 1700$ $7y = 1400$ $y = 200(TM)$	0,25
IV (4,0)	$x = 300(TM)$ Vậy mỗi giờ máy thứ nhất làm được 300 chiếc cốc, máy thứ hai làm được 200 chiếc cốc - Trong phần gọi ẩn nếu: thiếu từ “mỗi giờ” trừ 0,25đ(gọi thể hiện sai đại lượng); gọi ẩn trong 1 câu nhưng thiếu từ “lần lượt” trừ 1 dấu “-“ ; thiếu điều kiện và đơn vị trừ 1 dấu “-“. - Thiếu hoặc sai đơn vị từ 2 lần trừ 1 dấu “-“; sai 3 lần trừ 0,25đ - Không giải thích đại lượng $3x; 4y$ trừ 1 dấu “-“ - Không đối chiếu kết quả với điều kiện trừ 1 dấu “-“ - Yêu cầu HS phải giải hệ phương trình đầy đủ. Nếu HS bấm máy tính ra kết quả luôn trừ 0,25đ.	0,25
	1) Một người thợ muốn treo một chiếc gương có dạng hình tròn (hình a) vào một đỉnh móc tại điểm M bằng hai đoạn dây bằng nhau MA, MB không dẫn để gương được cân bằng (không tính các nút thắt buộc tại 2 đầu A và B). Mỗi đoạn dây lần lượt tiếp xúc với viền gỗ của gương tại điểm A và B (hình b). Biết bán kính của chiếc gương là $OA = 25cm$ và góc giữa đoạn dây MA với phương thẳng đứng là $AMO = 30^\circ$. Hỏi chiều dài mỗi đoạn dây MA, MB bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	1,0
	Vì 2 dây MA, MB tiếp xúc với viền gỗ của gương nên MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn tâm O suy ra $MA \perp OA$ Xét $\triangle MAO$ vuông tại A, ta có:	0,25

	$\frac{OA}{MA} = \tan AMO$	
	$MA = \frac{OA}{\tan AMO}$	0,25
	$MA = \frac{25}{\tan 30^0}$	0,25
	$MA = 43,03... \approx 43 \text{ (cm)}$ Vậy mỗi đoạn dây MA, MB khoảng 43cm. - Làm tròn sai trừ 1 dấu “-“ - Kết luận dùng sai từ “là” trừ 1 dấu “-“	0,25
	2) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn. b) Gọi giao điểm của MO và AB là H. Chứng minh $MO \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$. c) Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại N và P cắt nhau tại F. Gọi K là trung điểm của NP. Chứng minh $\triangle KOM$ đồng dạng với $\triangle HOF$.	3,0
	a) Chứng minh tứ giác M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MAO = MBO = 90^\circ$.	0,25
	Gọi I là trung điểm của MO suy ra $MI = IO = \frac{1}{2} MO$	0,25
	$\triangle MAO$ vuông tại A có AI là đường trung tuyến nên $AI = \frac{1}{2} MO$	0,25

Vẽ hình đúng đến câu a: 0,25	ΔMBO vuông tại B có BI là đường trung tuyến nên $BI = \frac{1}{2}MO$	
	Vậy $MI = IO = IA = IB = \frac{1}{2}MO$ nên 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	0,25
Trên hình không vẽ trung điểm của MO thì trừ 1 dấu “-“		
b) Gọi giao điểm của MO và AB là H. Chứng minh $MO \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$.		1,25
		
Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA = MB$ suy ra M nằm trên đường trung trực của AB		0,25
$OA = OB (=R)$ nên O thuộc đường trung trực của AB		0,25
Suy ra, MO là đường trung trực của AB Do đó $MO \perp AB$		0,25
Do $MO \perp AB$ nên $OHA = 90^0$ Xét ΔOAH và ΔOMA có: AOH chung $OHA = OAM = 90^0$ (cmt,gt) Suy ra ΔOAH đồng dạng với ΔOMA (g-g)		0,25
Suy ra $\frac{OA}{OM} = \frac{OH}{OA}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ) Do đó $OH \cdot OM = OA^2$ mà $OA = R$ (Vì A thuộc đường tròn $(O; R)$) Nên $OH \cdot OM = R^2$		0,25

	c) Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại N và P cắt nhau tại F. Gọi K là trung điểm của NP. Chứng minh $\triangle KOM$ đồng dạng với $\triangle HOF$.	0,5
		
	Xét $\triangle ONP$ có: $ON = OP (= R)$ nên $\triangle ONP$ cân tại O K là trung điểm của NP (gt) nên OK là đường trung tuyến của $\triangle ONP$ Suy ra OK là đường trung trực của $\triangle ONP$ Suy ra OK là đường trung trực của NP nên $OK \perp NP$ Vì F là giao điểm của 2 tiếp tuyến NF, PF nên $NF = PF$ Suy ra, F thuộc đường trung trực của NP Do đó $O; K; F$ thẳng hàng	0,25
	Chứng minh tương tự $OK \cdot OF = R^2$ Suy ra $OK \cdot OF = OH \cdot OM$ Chứng minh $\triangle KOM$ đồng dạng với $\triangle HOF$ (c-g-c) <i>Lưu ý: HS ngộ nhận A; B; F thẳng hàng không cho điểm</i>	0,25
V (0,5)	Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ hình chữ nhật (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách 	0,5

từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12m$.



Đặt tên các điểm như hình vẽ. Đặt $CP = x, (x > 0)$

Vì hai tam giác ACP và BAO là hai tam giác đồng dạng nên:

$$\frac{CP}{AO} = \frac{PA}{OB}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{12}{OB}$$

$$OB = \frac{60}{x}$$

Diện tích của khu nuôi cá là: $S(x) = \frac{1}{2}(x+5) \cdot \left(\frac{60}{x} + 12\right)$.

$$S(x) = \frac{1}{2} \left(60 + 12x + \frac{300}{x} + 60 \right)$$

$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

Chứng minh bất đẳng thức Cô si, rồi áp dụng vào bài ta có:

$$6x + \frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} = 60$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$6x = \frac{150}{x}$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

Nên $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 60 + 60 = 120$

0,25

0,25

	Suy ra diện tích nhỏ nhất có thể giăng là 120m^2 , đạt được khi $x = 5\text{m}$.	
--	--	--

Lưu ý:

- HS làm cách làm khác đúng vẫn cho điểm
- Số dấu “-“ tính trừ điểm theo toàn bài thi.